
IV — Annexes

1 Exercices

EXERCICE N° 10.1 : Substituer une lettre par un nombre

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$A = 5x + 9$$

$$B = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$C = 5(2x - 1)$$

$$D = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer!)

1. $x = 0$

2. $x = 3$

3. $x = -2$

4. $x = \frac{2}{3}$

EXERCICE N° 10.2 : Réduire une expression littérale

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :

$$A = x + x$$

$$B = x - x$$

$$C = x \times x$$

$$D = 2x + 3 + 4x + 5$$

$$E = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6$$

$$F = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3$$

$$G = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1$$

$$H = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x$$

$$I = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11$$

EXERCICE N° 10.3 : Réduire une expression littérale

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$$A = 7(2x + 2)$$

$$B = 5(1 - 4x)$$

$$C = 3(-2x - 3)$$

$$D = -4(5x - 2)$$

$$E = -5(-6x - 7)$$

$$F = 2x(1 - x)$$

$$G = 3(4x + 1) + 5(3x - 4)$$

$$H = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x)$$

$$I = -3(1 - x) - 4(2 + x)$$

$$J = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2)$$

EXERCICE N° 10.1 : Substituer une lettre par un nombre

CORRECTION

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$A = 5x + 9$$

$$B = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$C = 5(2x - 1)$$

$$D = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer!)

1. Pour $x = 0$

$$A = 5 \times 0 + 9 = 0 + 9 = \boxed{9}$$

$$B = 1 - 7 \times 0 + 3 + 8 \times 0 = 1 + 3 = \boxed{4}$$

$$C = 5(2 \times 0 - 1) = 5(0 - 1) = 5(-1) = \boxed{-5}$$

$$D = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = \boxed{1}$$

2. $x = 3$

$$A = 5 \times 3 + 9 = 15 + 9 = \boxed{24}$$

$$B = 1 - 7 \times 3 + 3 + 8 \times 3 = 1 - 21 + 3 + 24 = \boxed{7}$$

$$C = 5(2 \times 3 - 1) = 5(6 - 1) = 5 \times 5 = \boxed{25}$$

$$D = 3 \times 3^2 - 2 \times 3 + 1 = 3 \times 9 - 6 + 1 = 27 - 6 + 1 = \boxed{22}$$

3. $x = -2$

$$A = 5 \times (-2) + 9 = -10 + 9 = \boxed{-1}$$

$$B = 1 - 7 \times (-2) + 3 + 8 \times (-2) = 1 + 14 + 3 - 16 = \boxed{2}$$

$$C = 5(2 \times (-2) - 1) = 5(-4 - 1) = 5 \times (-5) = \boxed{-25}$$

$$D = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 = 3 \times 4 + 4 + 1 = 12 + 5 = \boxed{17}$$

4. $x = \frac{2}{3}$

$$A = 5 \times \frac{2}{3} + 9 = \frac{10}{3} + 9 = \frac{10}{3} + \frac{27}{3} = \boxed{\frac{37}{3}}$$

$$B = 1 - 7 \times \frac{2}{3} + 3 + 8 \times \frac{2}{3} = 1 - \frac{14}{3} + 3 + \frac{16}{3} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{12}{3} + \frac{2}{3} = \boxed{\frac{14}{3}}$$

$$C = 5\left(2 \times \frac{2}{3} - 1\right) = 5\left(\frac{4}{3} - 1\right) = 5\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{3}\right) = 5 \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{5}{3}}$$

$$D = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3} + 1 = 3 \times \frac{4}{9} - \frac{4}{3} + 1 = \frac{12}{9} - \frac{12}{9} + 1 = \boxed{1}$$

EXERCICE N° 10.2 : Réduire une expression littérale

CORRECTION

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :

$$A = x + x = \boxed{2x}$$

$$B = x - x = \boxed{0}$$

$$C = x \times x = \boxed{x^2}$$

$$D = 2x + 3 + 4x + 5 = \boxed{6x + 8}$$

$$E = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6 = \boxed{-6x + 5}$$

$$F = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3 = \boxed{8x - 12}$$

$$G = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1 = \boxed{6x^2 - x - 2}$$

$$H = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x = \boxed{-4x + 6}$$

$$I = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11 = \boxed{9x^2 - 9x - 9}$$

EXERCICE N° 10.3 : Réduire une expression littérale

CORRECTION

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$$A = 7(2x + 2) = \boxed{14x + 14}$$

$$B = 5(1 - 4x) = \boxed{5 - 20x}$$

$$C = 3(-2x - 3) = \boxed{-6x - 9}$$

$$D = -4(5x - 2) = \boxed{-20x + 8}$$

$$E = -5(-6x - 7) = \boxed{30x + 35}$$

$$F = 2x(1 - x) = \boxed{2x - 2x^2}$$

$$G = 3(4x + 1) + 5(3x - 4) = 12x + 3 + 15x - 20 = \boxed{27x - 17}$$

$$H = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x) = 6x^2 + 2x + 3 + 9x = \boxed{6x^2 + 11x + 3}$$

$$I = -3(1 - x) - 4(2 + x) = -3 + 3x - 8 - 4x = \boxed{-x - 11}$$

$$J = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2) = -6x^2 + 3x - 9x - 6 = \boxed{-6x^2 - 6x - 6}$$

Notes

¹On souhaite que le produit de deux nombres relatifs ait les mêmes propriétés que le produit habituel sur les nombres décimaux positifs. En particulier l'associativité, la commutativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Une démonstration dans le cas général est hors de portée du collège.

a et b deux nombres relatifs.

$$a \times (b + opp(b)) = a \times 0 = 0 \text{ en distribuant } a \times b + a \times opp(b) = 0$$

Ainsi $a \times b$ est l'opposé de $a \times opp(b)$, ces deux nombres sont donc de signe contraire et $opp(ab) = a \times opp(b)$

En échangeant le rôle de a et b et en invoquant la commutativité de la multiplication on arrive ainsi à :

$$opp(a \times b) = a \times opp(b) = b \times opp(a).$$

$$\text{Développons } (a + opp(a)) (b + opp(b)) = 0$$

$$a \times b + a \times opp(b) + b \times opp(a) + opp(a) \times opp(b) = 0$$

$$\text{Comme } a \times opp(b) = b \times opp(a) = opp(a \times b)$$

$$a \times b + opp(a \times b) + opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$$

$$opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0 \text{ ce qui signifie que } opp(a) \times opp(b) \text{ est l'opposé de } opp(a \times b)$$

$$\text{C'est à dire } opp(a) \times opp(b) = a \times b.$$

Par disjonction de cas sur les signes respectifs de a et b on obtient la propriété précédente.

²On se gardera bien à l'oral de dire que « - par + égal - » pour éviter les confusions avec l'addition, on préférera « le produit d'un négatif par un positif est négatif. »