

---

## I — Enigmes mathématiques

---

### 🌀 ÉNIGME N° 1 : Suite logique

Compléter la suite logique suivante :

U ; D ; T ; Q ; C ; S ; ?

### 🌀 ÉNIGME N° 3 : Suite logique – Épisode 3

Compléter la suite logique suivante :

1 ; 11 ; 21 ; 1211 ; 111221 ; ?

🌀 ÉNIGME

Complète

---

## Notes

---

<sup>1</sup>Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient  $20 \div 0$  avait un sens alors  $0 \times (20 \div 0) = 20$ . Or comme pour tout nombre  $x$  on a  $0 \times x = 0$ , l'égalité  $0 \times x = a$  n'est vérifiée que pour  $a = 0$ . Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait  $0 \times (0 \div 0) = 0$  mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence!

<sup>2</sup>De plus  $\frac{15}{5} = 3$  et  $\frac{3}{1} = 3$  : il n'y a donc pas unicité de la fraction  $\frac{a}{b}$  telle que  $b \times \frac{a}{b} = a$

<sup>3</sup>Certains nombres ne sont pas rationnels comme  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ ,  $\cos(10^\circ)$ ...

<sup>4</sup>Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et  $a$ ,  $b$  et  $k$  des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie!

<sup>5</sup>L'identification précédente entre  $\frac{5}{3}$  et  $\frac{45}{27}$  repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme  $27 \times \frac{5}{3} = 45$  et  $27 \times \frac{45}{27} = 45$  on peut écrire  $27 \times \frac{5}{3} - 27 \times \frac{45}{27} = 0$

Ainsi  $27 \left( \frac{5}{3} - \frac{45}{27} \right) = 0$  ce qui pour des raisons d'intégrité oblige  $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$ .

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre. Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens!