Chapitre II

Du dessin à la figure de géométrie : premiers éléments

Sommaire

Activité — Situation initiale : Le nombre de points d'intersection 44
Situation initiale : Le Math'ionary 46
I Les objets fondamentaux : point, segment, droite et demi-droite 46
II Une première relation : appartenir, ne pas appartenir 47
III Position relative des droites : paralléles, sécantes et perpendiculaires 47
Évaluation : Géométrie de base 56
Fiche de synthèse : Premiers éléments de géométrie 61
Annexe 62

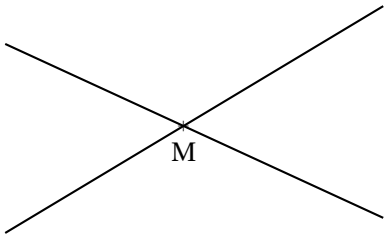
Le nombre de points d'intersection

Sixième

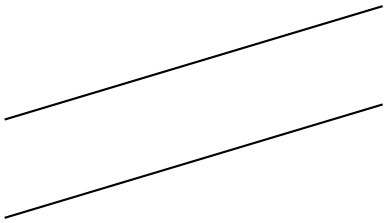
Situation Initiale

L'objectif de cette activité consiste à déterminer le nombre maximal de points d'intersection de plusieurs droites.

Deux droites peuvent être sécantes ou parallèles.



1 point d'intersection



0 point d'intersection

1. Tracer trois droites quelconques. Combien de situations différentes peut-on obtenir en termes de nombre de points d'intersection. Effectuer une figure pour chacun des cas.

2. Tracer quatre droites quelconques. Combien de situations différentes peut-on obtenir en termes de nombre de points d'intersection. Effectuer une figure pour chacun des cas.

3. Recommencer une dernière fois cette question avec cinq droites quelconques.

4. Tracer six droites quelconques de telle manière qu'elles aient un maximum de points d'intersection tous différents.

5. Même question avec sept puis huit droites quelconques.

6. Compléter les sept premieres lignes du tableau suivant :

Nombre de droites	Nombre maximal de points d'intersection	Conjecture
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

7. En observant ce tableau, déterminer **une conjecture** pour compléter les deux dernières lignes.

8. Combien de points d'intersection au maximum peut-on obtenir en traçant 12 droites ? 15 droites ? 20 droites ?

Défi. On trace 100 droites. Quel est le maximum du nombre de points d'intersection dans ce cas ?

SITUATION INITIALE

LE NOMBRE DE POINTS D'INTERSECTION — Correction

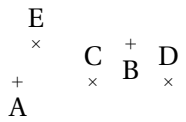
SITUATION INITIALE : Le Math'ionary

Voici un jeu à utiliser en classe pour initier la necessité de mettre en place un vocabulaire commun pour décrire une figure de géométrie.
Voir en annexe.

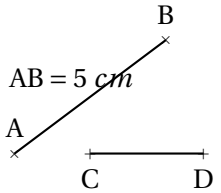
I — Les objets fondamentaux : point, segment, droite et demi-droite

DÉFINITION 2.1 : Point, segment, droite et demi-droite

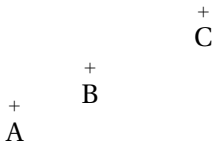
Un **point** géométrique ne désigne pas un objet mais un emplacement. Un point ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur. On représente un point par une croix et on le nomme par une lettre.



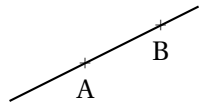
Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points. Un segment possède une longueur mais pas de largeur ni d'épaisseur. On note [AB] le segment reliant les points A et B. A et B sont les **extrémités** du segment. On note AB la longueur du segment [AB].



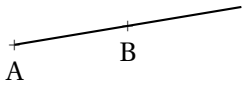
Trois points sont **alignés** si l'un de ces trois points se trouve sur le segment formé par les deux autres.



Une **droite** est la ligne constituée par tous les points alignés avec deux points. On note (AB) la droite passant par A et B constituée des points alignés avec A et B. Une droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté par un point : son **origine** . On note [AB) la demi-droite d'origine A passant par B. Une demi-droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



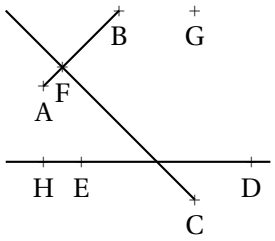
II — Une première relation : appartenir, ne pas appartenir

DÉFINITION 2.2 : Appartenir, ne pas appartenir

Lorsqu'un point se situe sur un segment, une demi-droite ou sur une droite, on dit qu'il **appartient** au segment, la demi-droite ou la droite.
On utilise le symbole $\in$ pour « appartient à ».

Dans le cas contraire on dit qu'il **n'appartient pas** .
On utilise le symbole $\notin$ pour « n'appartient pas à ».

EXEMPLE



$F \in [AB]$

$H \in (ED)$

$G \notin [CF)$

$H \notin [ED)$

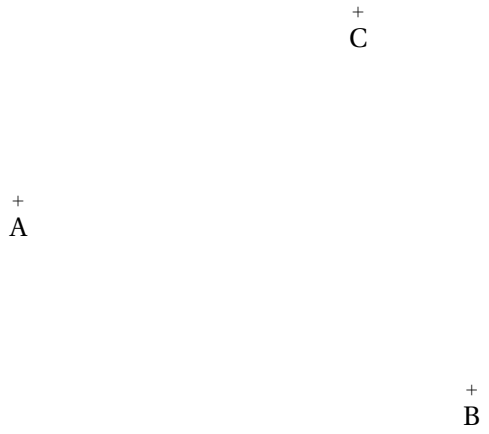
$H \in [DE)$

REMARQUE :
Pour qu'un objet (segment, droite, demi-droite) soit défini, il suffit que deux points soient donnés, même si l'objet n'est pas représenté.
Ainsi sur la figure ci-dessus, la droite (GD) est définie ainsi que le segment [AH] ou la demi-droite [BA).

III — Position relative des droites : paralléles, sécantes et perpendiculaires

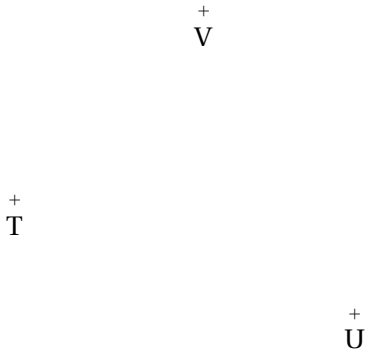
NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice 1



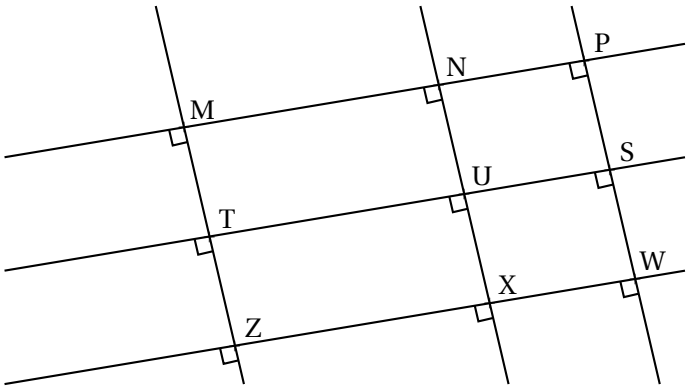
1. Tracer (AB), [BC] et [AC]
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

Exercice 2



1. Tracer (VU), [TV] et [UT]
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3

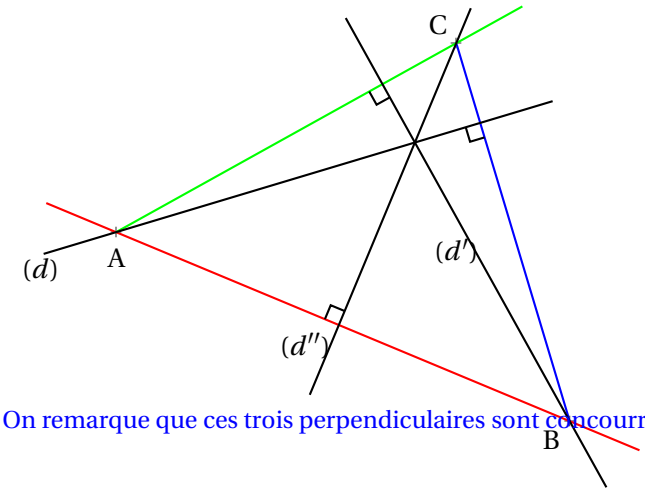


Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\parallel$ ou $\perp$.

(MN)	(TU)		N	(MP)
Z	[MT)		X	(TU)
X	[UN]		W	(MU)
X	[UN)		U	[NX)
X	[NU)		W	(SP)
X	(UN)		W	[SP)
(UX)	(ST)		W	[PS)
(XV)	(NP)		W	[SP]
(UX)	(MN)		(XW)	(MN)
(TU)	(PN)		(NU)	(ZX)

Évaluation de géométrie — Correction

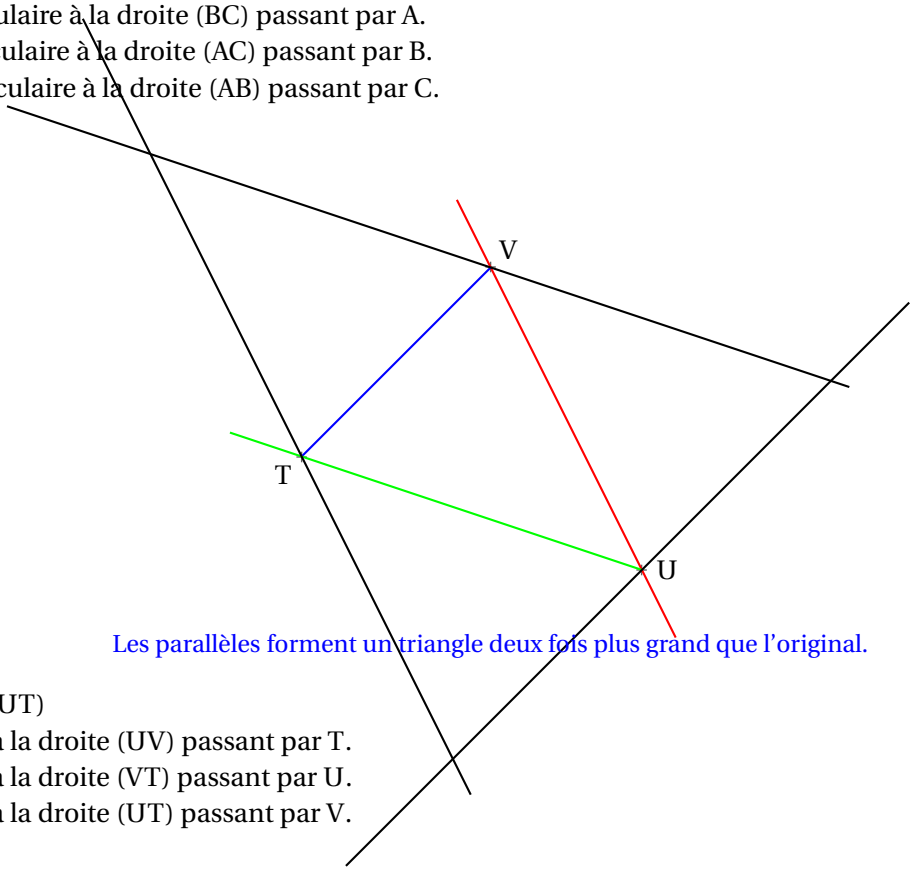
Exercice 1



On remarque que ces trois perpendiculaires sont concourrantes : elles se coupent au même point.

1. Tracer (AB), [BC] et [AC]
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

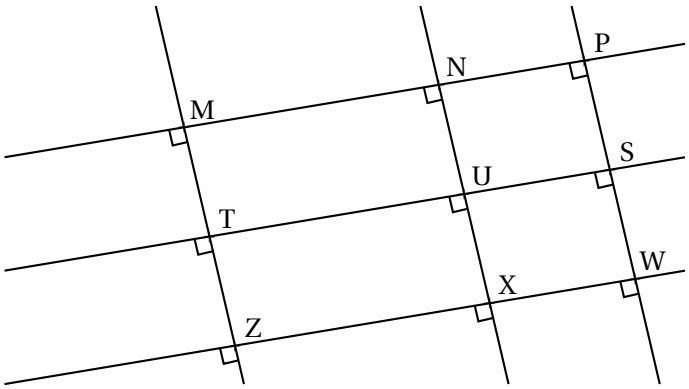
Exercice 2



Les parallèles forment un triangle deux fois plus grand que l'original.

1. Tracer (VU), [TV] et [UT]
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3



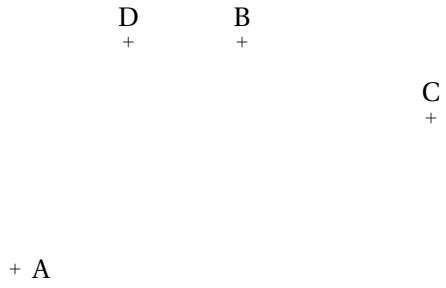
Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\parallel$ ou $\perp$.

(MN) ∥ (TU)	N ∉ (MP)
Z ∈ [MT)	X ∉ (TU)
X ∉ [UN]	W ∉ (MU)
X ∉ [UN)	U ∈ [NX)
X ∈ [NU)	W ∈ (SP)
X ∈ (UN)	W ∉ [SP)
(UX) ⊥ (ST)	W ∈ [PS)
(XW) ∥ (NP)	W ∉ [SP]
(UX) ⊥ (MN)	(XW) ∥ (MN)
(TU) ∥ (PN)	(NU) ⊥ (ZX)

Évaluation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice nº 1 :

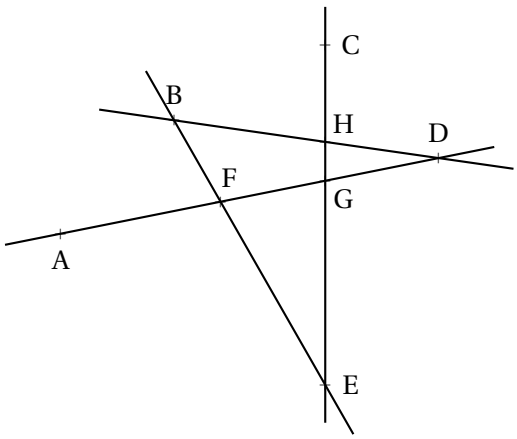


1. Tracer en bleu [BC], en noir (AD), en vert [DB) et en rouge [CA).

2. Au crayon de papier, placer le point E à l'intersection de (AD) et (BC).
Placer le point F à l'intersection de (AC) et (DB).
Placer le point G à l'intersection de (AB) et (DC).

3. Tracer au crayon de papier [FE), (EG) et [FG].

Exercice nº 2 : En observant la figure ci-dessous, compléter avec les symboles $\in$ ou $\notin$.



H	[BD]
C	[HG]
C	(HG)
C	[HG)
C	[GH)
D	[FG]
D	(AG)
E	[BF)
E	[FB)
B	(AC)
D	(EC)

Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses.
Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème n° 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun.
Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier ?

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26 km le matin et autant le soir.
Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire ?

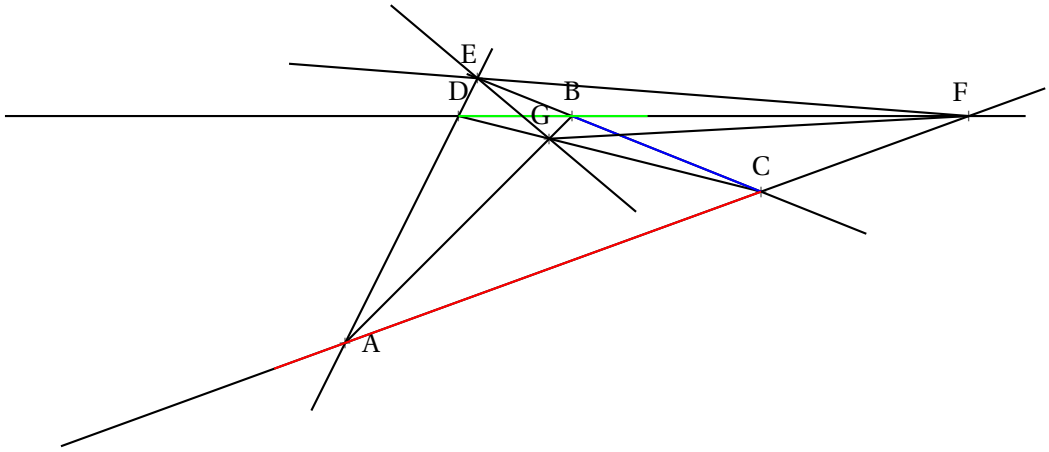
Problème n° 3

Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

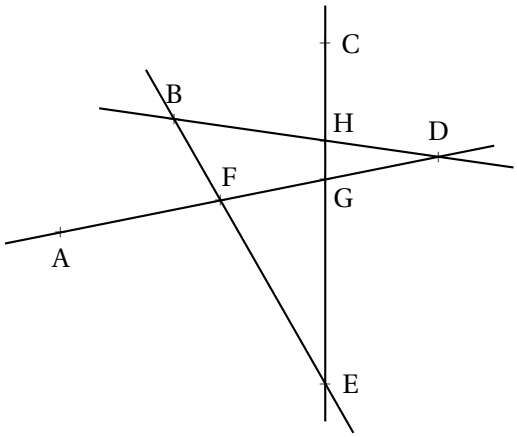
Combien de temps va durer mon trajet ?

Évaluation de mathématiques — CORRECTION

Exercice nº 1 :



Exercice nº 2 :



H $\in$ [BD]

C $\notin$ [HG]

C $\in$ (HG)

C $\notin$ [HG)

C $\in$ [GH)

D $\notin$ [FG]

D $\in$ (AG)

E $\in$ [BF)

E $\notin$ [FB)

B $\notin$ (AC)

D $\notin$ (EC)

Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses.
Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème nº 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun.
Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier ?

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 5 \\ \hline 90 \end{array}$$

La série est constituée de 90 épisodes.

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times\ 90 \\ \hline 495\cdot \\ \hline 4950 \end{array}$$

Elle dure en tout 4 950 min.

$$\begin{array}{r|l} 4950 & 60 \\ \cline{2-2} 150 & 82 \\ 30 & \end{array}$$

On voit donc que 4 950 min = 82 h 30 min.

$$\begin{array}{r|l} 82 & 24 \\ \cline{2-2} 10 & 3 \end{array}$$

Finalement il faut 3 j 10 h 30 min pour regarder cette série !

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26 km le matin et autant le soir.
Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire ?

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times\ 2 \\ \hline 52 \end{array}$$

Mon professeur de mathématiques fait 52 km par jour.

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ 4 \\ \hline 208 \end{array}$$

Comme il travaille quatre jours par semaine, il fait 208 km par semaine.

$$\begin{array}{r} 208 \\ \times\ 36 \\ \hline 1248 \\ 624 \\ \hline 7488 \end{array}$$

Il parcourt 7 488 km par an !

Problème n° 3

Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

Combien de temps va durer mon trajet ?

Entre 18 h 07 min et 19 h 00 min il y a 53 min.
Entre 19 h et 24 h, il y a 5 h.
Entre 24 h, c'est à dire 00 h et 8 h 45 min il y a 8 h 45 min.

On ajoute et on obtient 53 min + 5 h + 8 h 45 min=13 h 98 min soit 14 h 38 min.

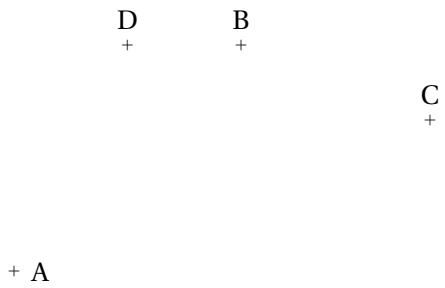
On enlève la pause de 1 h 37 min et on arrive à 13 h 01 min.

Évaluation

Sixième

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1



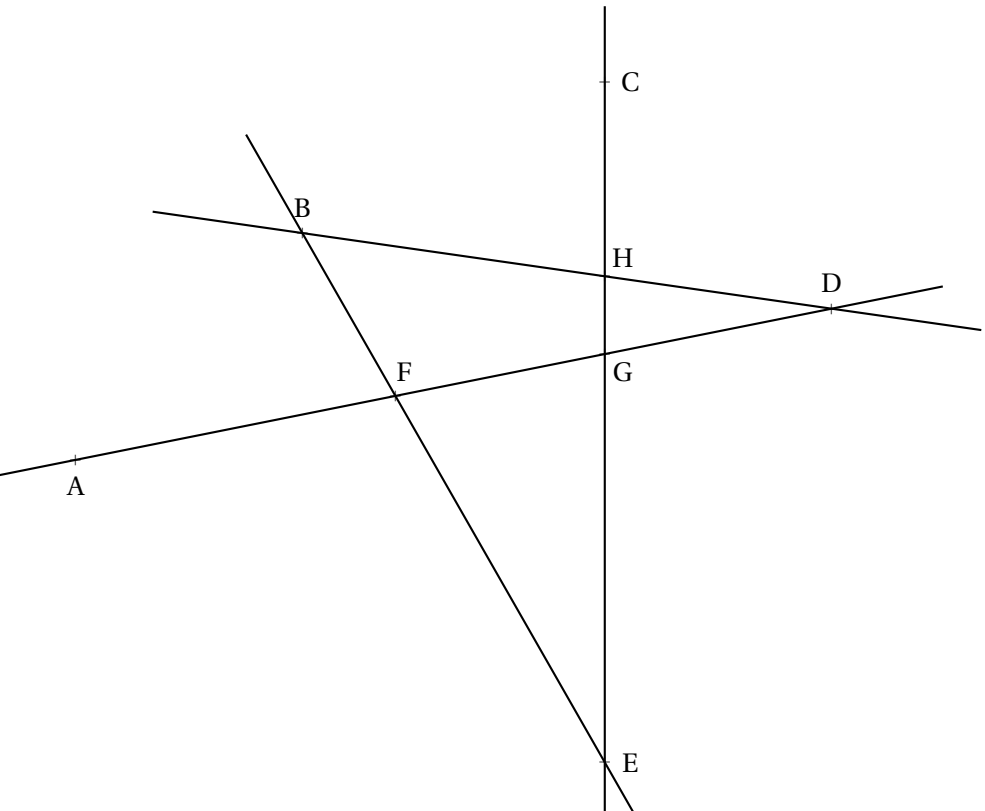
1. Tracer en bleu [BC], en noir (AD), en vert [DB) et en rouge [CA).

2. Au crayon de papier, placer le point E à l'intersection de (AD) et (BC).
Placer le point F à l'intersection de (AC) et (DB).
Placer le point G à l'intersection de (AB) et (DC).

3. Tracer au crayon de papier [FE), (EG) et [FG].

Exercice n° 2

Compléter en utilisant le symbole $\in$ ou le symbole $\notin$



H	[BD]
C	[HG]
C	(HG)
C	[HG)
C	[GH)
D	[FG]
D	(AG)
E	[BF)
E	[FB)
B	(AC)
D	(EC)

Exercice n° 3

Tracer les objets géométriques suivants :

— (AC) et (BE) sont sécantes en F ;

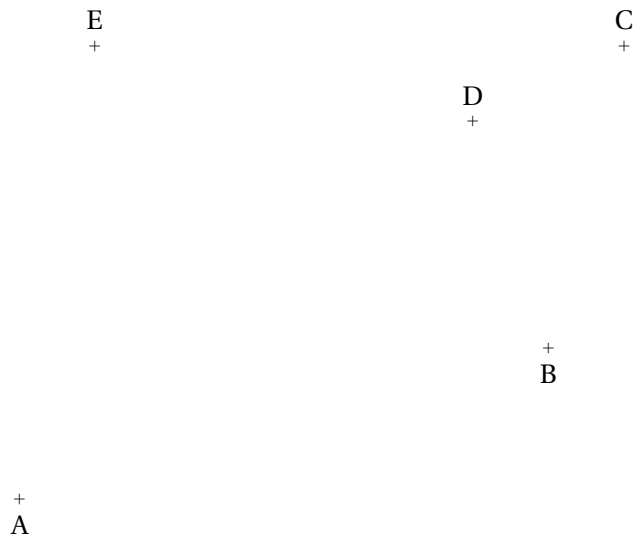
— (CD) et (EA) sont sécantes en G ;

— $(d_1)//(AB)$ et $E \in (d_1)$;

— $(d_2)//(BD)$ et $C \in (d_2)$;

— $(d_3) \perp (EB)$ et $A \in (d_3)$;

— $(d_4) \perp (EA)$ et $B \in (d_4)$.



Exercice n° 4

Tracer les objects géométriques suivants :

— (d_1) est la parallèle à (MN) passant par O ;

— (d_2) est la parallèle à (MO) passant par N ;

— (d_3) est la parallèle à (ON) passant par M ;

— (d_1) et (d_2) sont sécantes en A ;

— (d_2) et (d_3) sont sécantes en B ;

— (d_3) et (d_1) sont sécantes en C ;

— (d_4) est la perpendiculaire à (MN) passant par O ;

— (d_5) est la perpendiculaire à (MO) passant par N ;

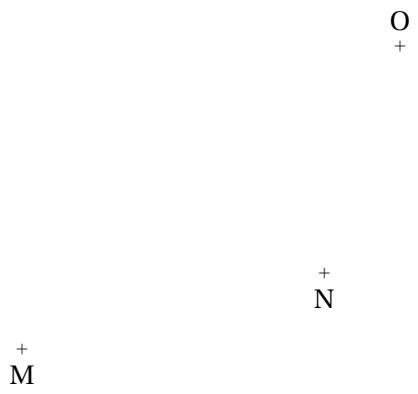
— (d_6) est la perpendiculaire à (ON) passant par M ;

— (d_4) et (d_5) sont sécantes en H ;

— Placer un point Z tel que $Z \in [MN)$ et $Z \notin [MN]$.

— Placer un point Y tel que $Y \in (ON)$ et $Y \notin [ON)$.

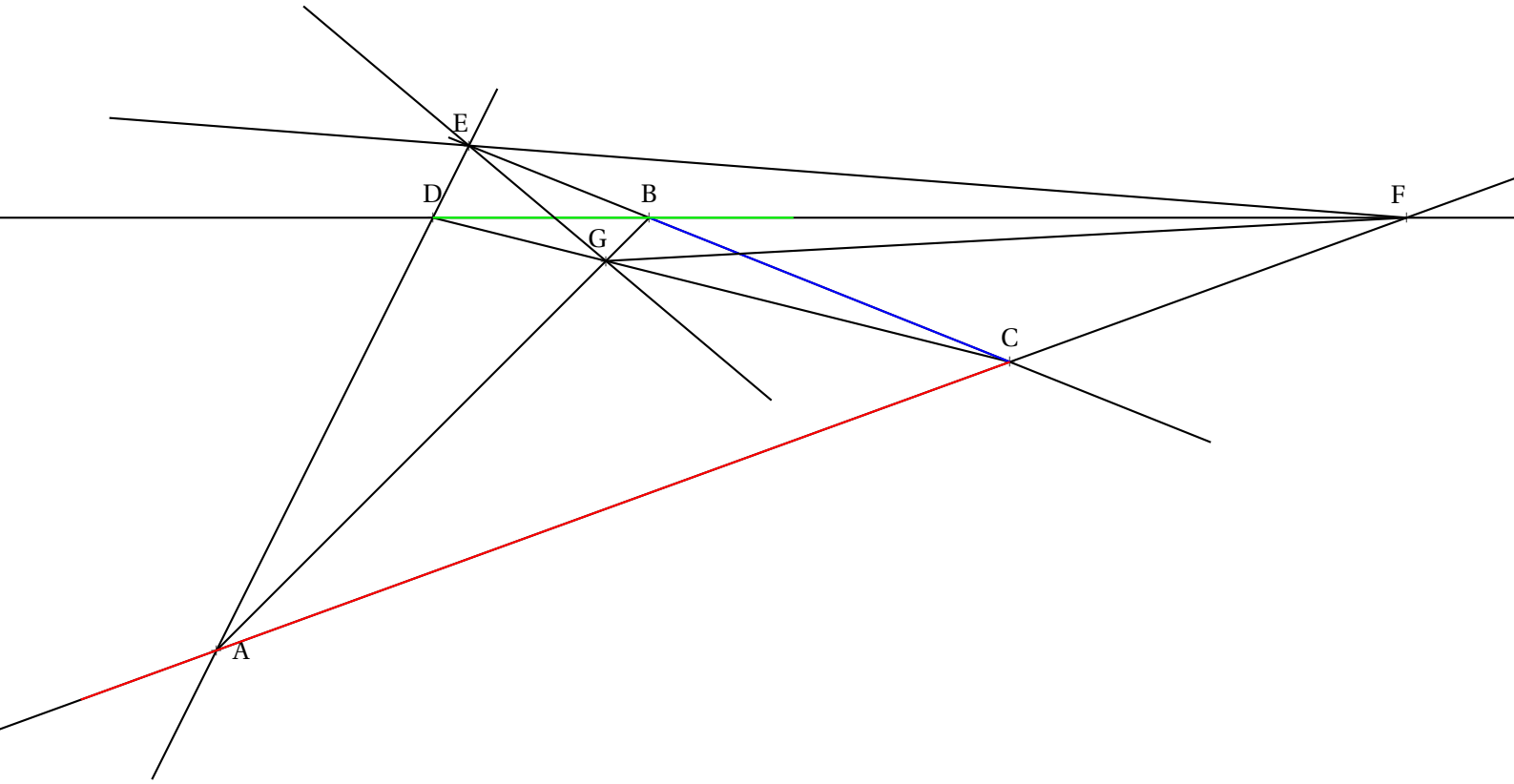
— Placer un point X tel que $X \in (OM)$ et $X \notin [MO)$.



Géométrie de base — CORRECTION

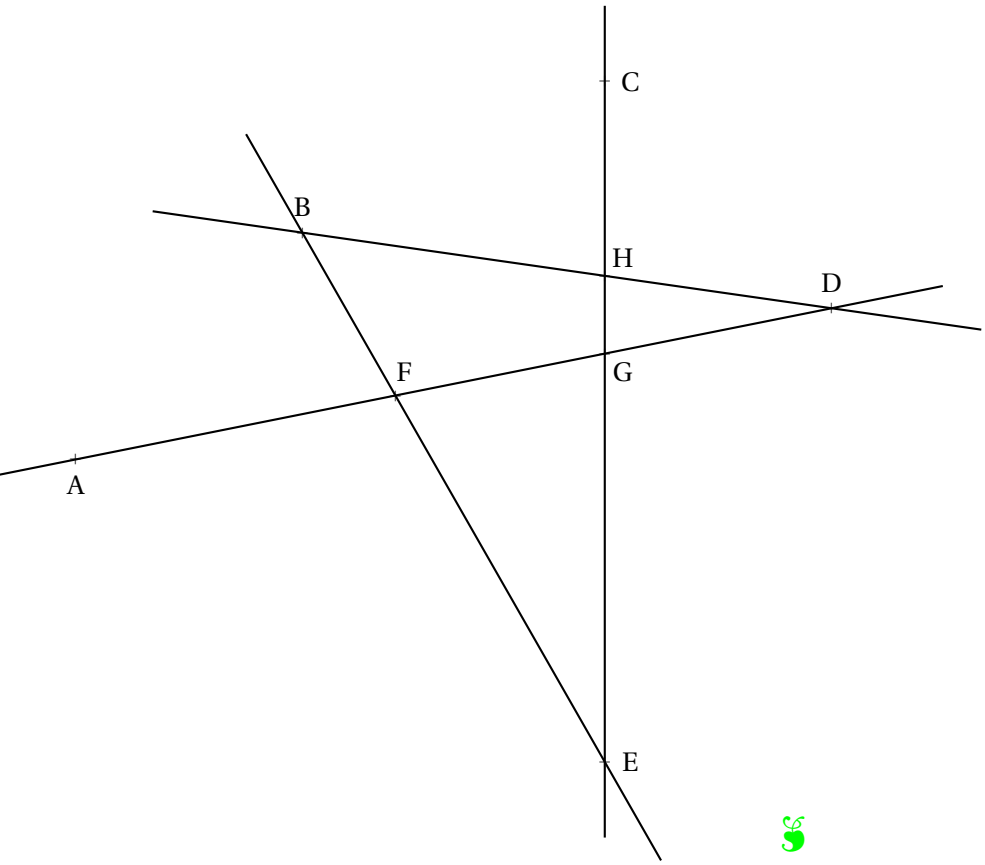
EXERCICE N° 1

CORRECTION



EXERCICE N° 2

CORRECTION



H $\in$ [BD]

C $\notin$ [HG]

C $\in$ (HG)

C $\notin$ [HG)

C $\in$ [GH)

D $\notin$ [FG]

D $\in$ (AG)

E $\in$ [BF)

E $\notin$ [FB)

B $\notin$ (AC)

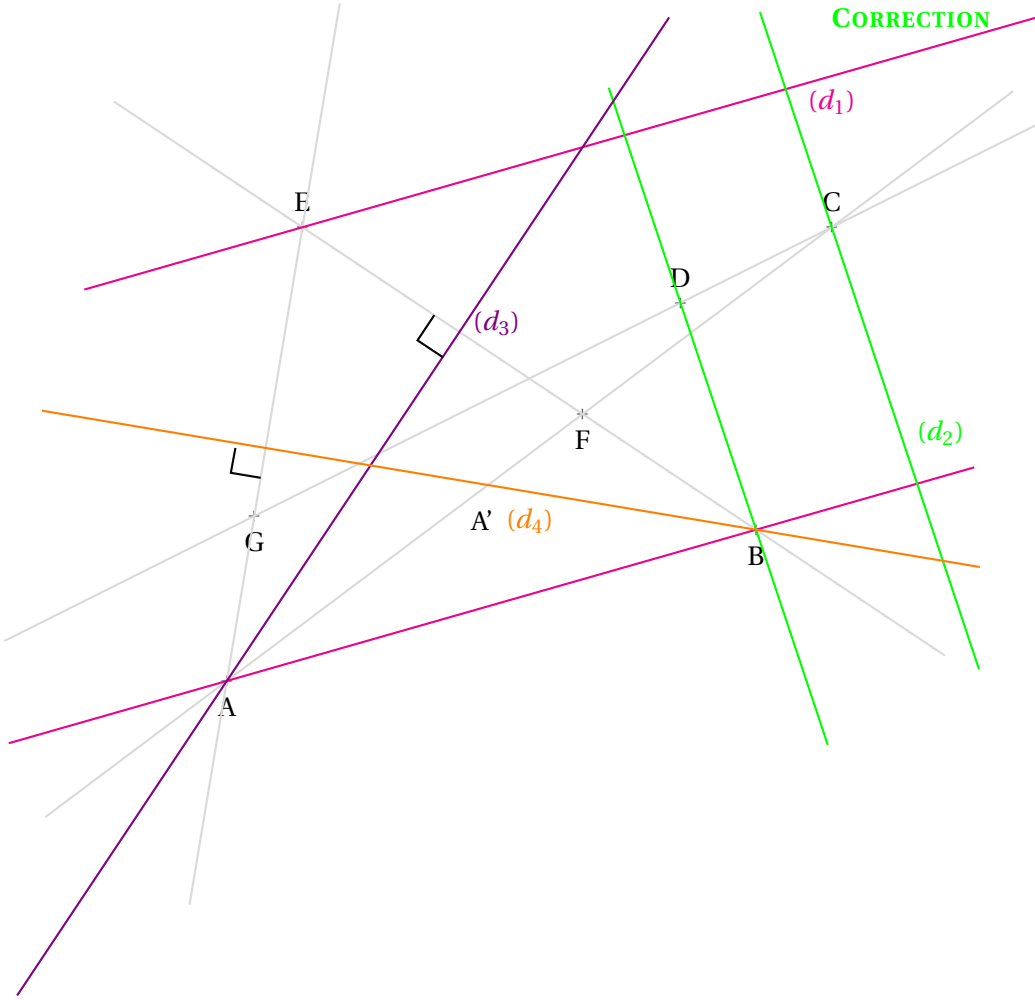
D $\notin$ (EC)

Exercice n° 3

Correction

Tracer les objets géométriques suivants :

- (AC) et (BE) sont sécantes en F ;
- (CD) et (EA) sont sécantes en G ;
- $(d_1)//(AB)$ et $E \in (d_1)$;
- $(d_2)//(BD)$ et $C \in (d_2)$;
- $(d_3) \perp (EB)$ et $A \in (d_3)$;
- $(d_4) \perp (EA)$ et $B \in (d_4)$. zc

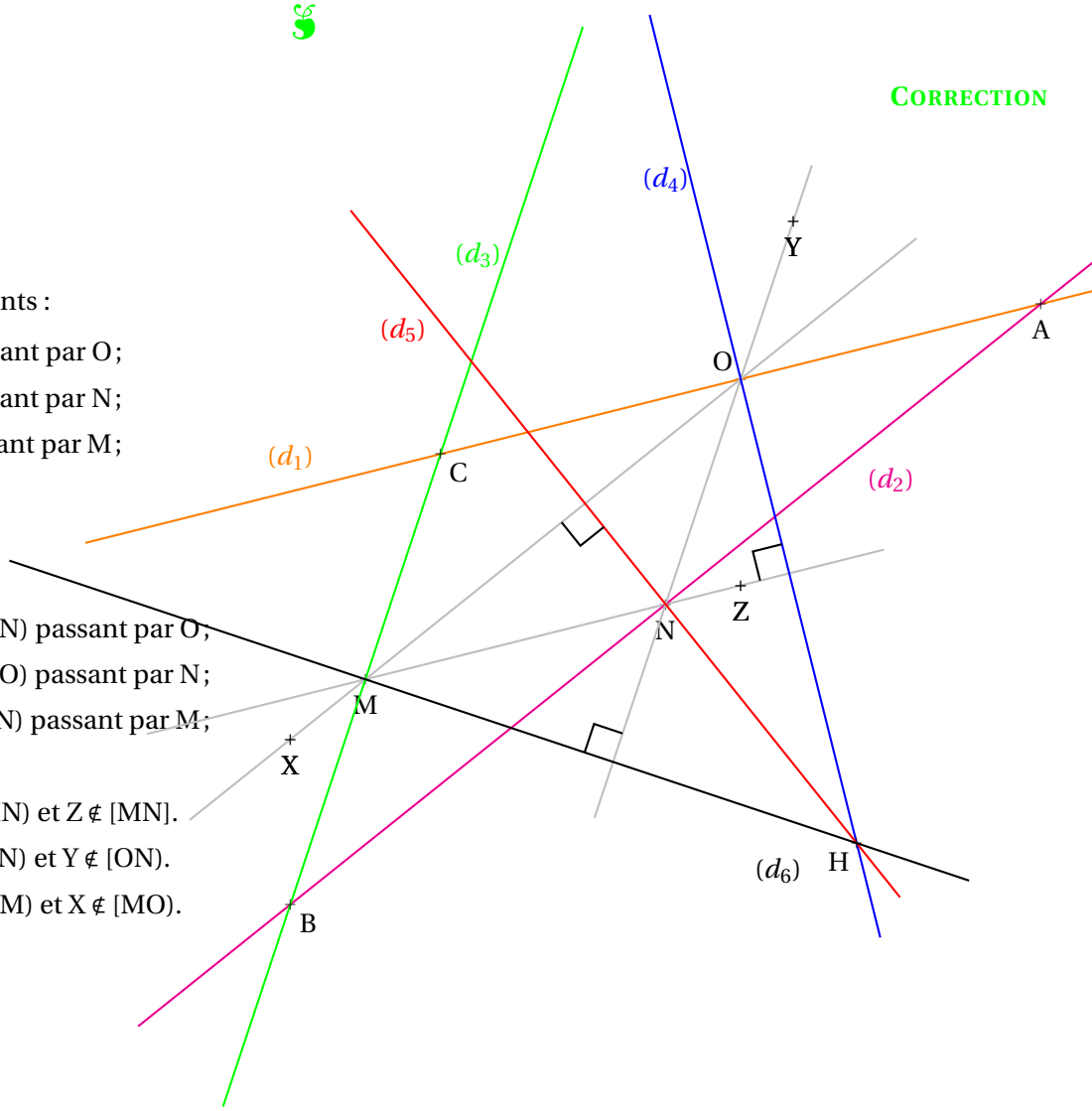


Exercice n° 4

Correction

Tracer les objects géométriques suivants :

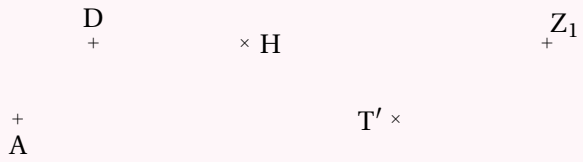
- (d_1) est la parallèle à (MN) passant par O ;
- (d_2) est la parallèle à (MO) passant par N ;
- (d_3) est la parallèle à (ON) passant par M ;
- (d_1) et (d_2) sont sécantes en A ;
- (d_2) et (d_3) sont sécantes en B ;
- (d_3) et (d_1) sont sécantes en C ;
- (d_4) est la perpendiculaire à (MN) passant par O ;
- (d_5) est la perpendiculaire à (MO) passant par N ;
- (d_6) est la perpendiculaire à (ON) passant par M ;
- (d_4) et (d_5) sont sécantes en H ;
- Placer un point Z tel que $Z \in [MN]$ et $Z \notin [MN]$.
- Placer un point Y tel que $Y \in (ON)$ et $Y \notin [ON]$.
- Placer un point X tel que $X \in (OM)$ et $X \notin [MO]$.



Premiers éléments de géométrie

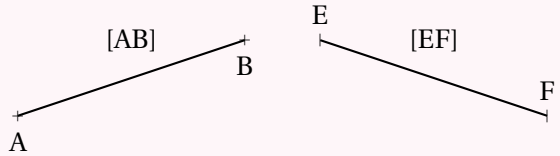
Point

Un **point** géométrique désigne en emplacement.
On le représente par une croix et on le nomme avec une lettre.



Segment

Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points.
Ces deux points sont les **extrémités** du segment.
On note [AB] le segment dont les points A et B sont les extrémités.
On note AB la longueur de ce segment.



Droite

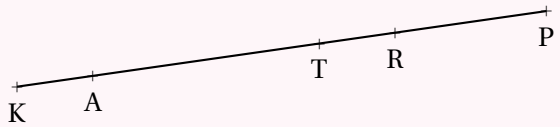
Une **droite** est constituée de tous les points alignés avec deux points.
On note (AB) la droite passant par les points A et B.

Demi-droite

Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté son **origine** .
On note [AB) la demi-droite d'origine A passant par B.

Points alignés

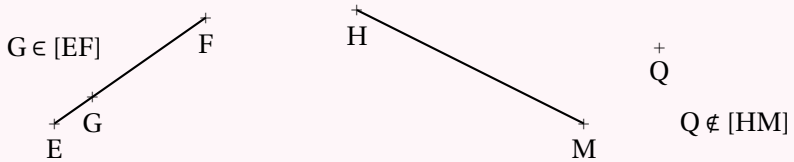
Des points sont **alignés** s'ils se situent tous sur le segment dont les extrémités sont deux d'entre eux.



Appartient, n'appartient pas

Quand un point se situe sur un segment, une droite ou une demi-droite, on dit qu'il **appartient à** un de ces objets géométriques.
On note $A \in (CG)$ pour dire que A **appartient** à la droite (CG).

Quand un point ne se situe pas sur un objet géométrique, on dit qu'il **n'appartient pas à** un de ces objets géométriques.
On note $C \notin [TY]$ pour dire que C **n'appartient pas** au segment [TY].

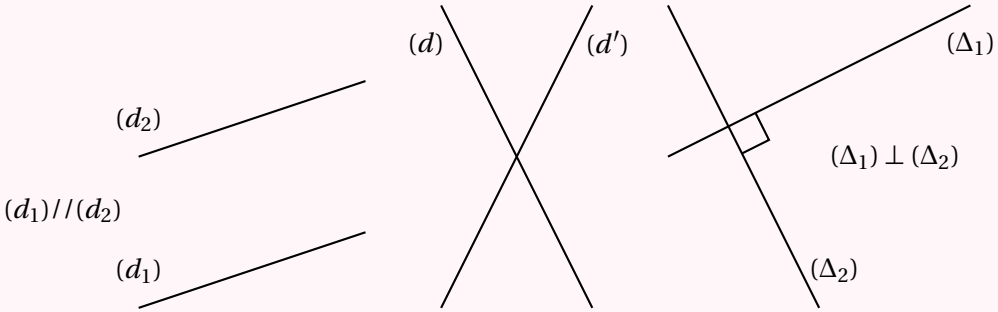


Relations entre les droites

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une fois, elles ont un **point d'intersection** . On dit que ces droites sont **sécantes** .

Deux droites qui ne sont pas sécantes n'ont aucun point d'intersection. On dit qu'elles sont **parallèles** . Quand deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles on note $(d_1)//(d_2)$.

Deux droites sécantes qui se rencontrent en formant quatre angles égaux sont **perpendiculaires** . On dit que ces angles sont **droits** . Quand deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note $(d) \perp (d')$.



Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu !

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case n° 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible !

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu !

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case n° 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible !

Le Math'ionary

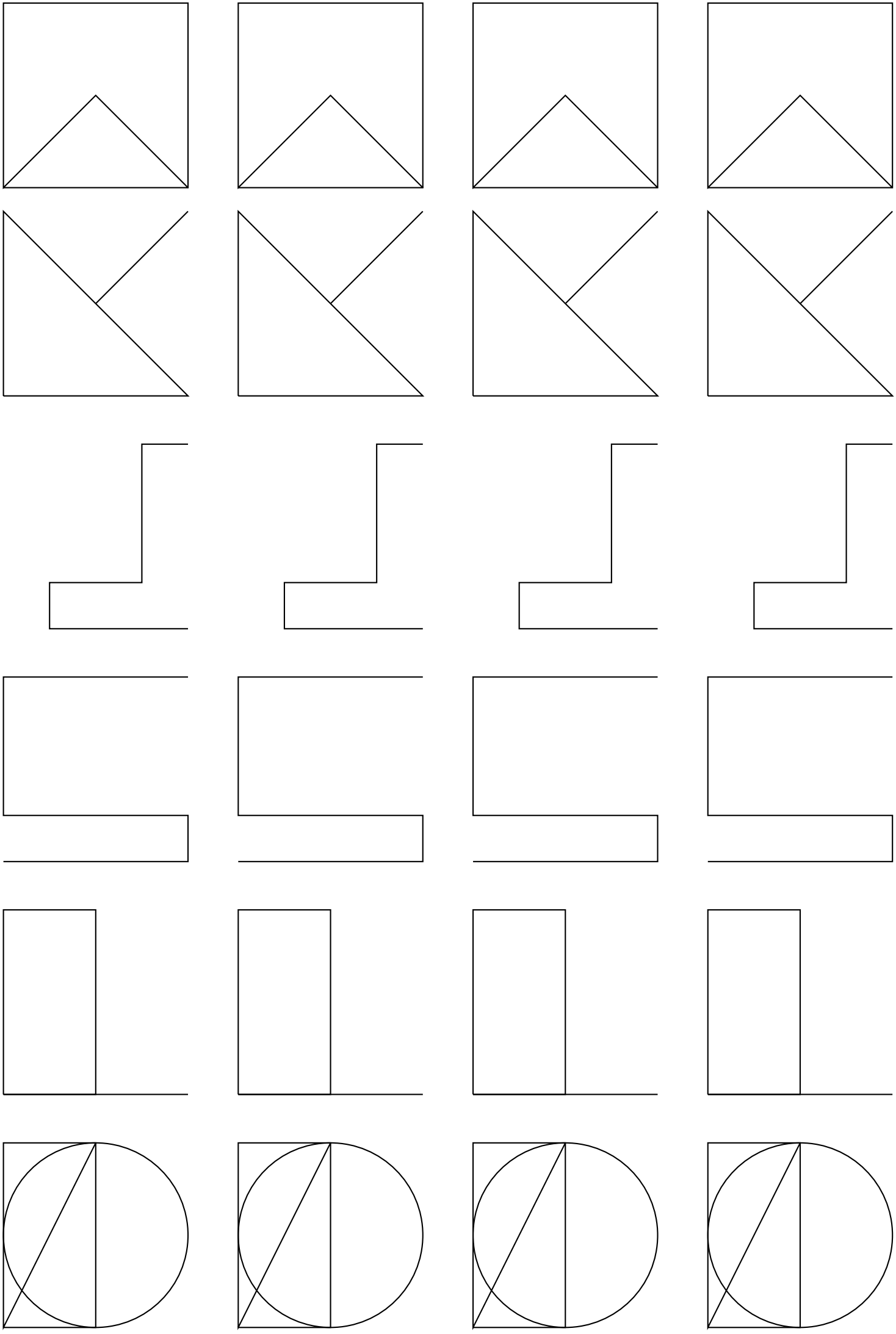
Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu !

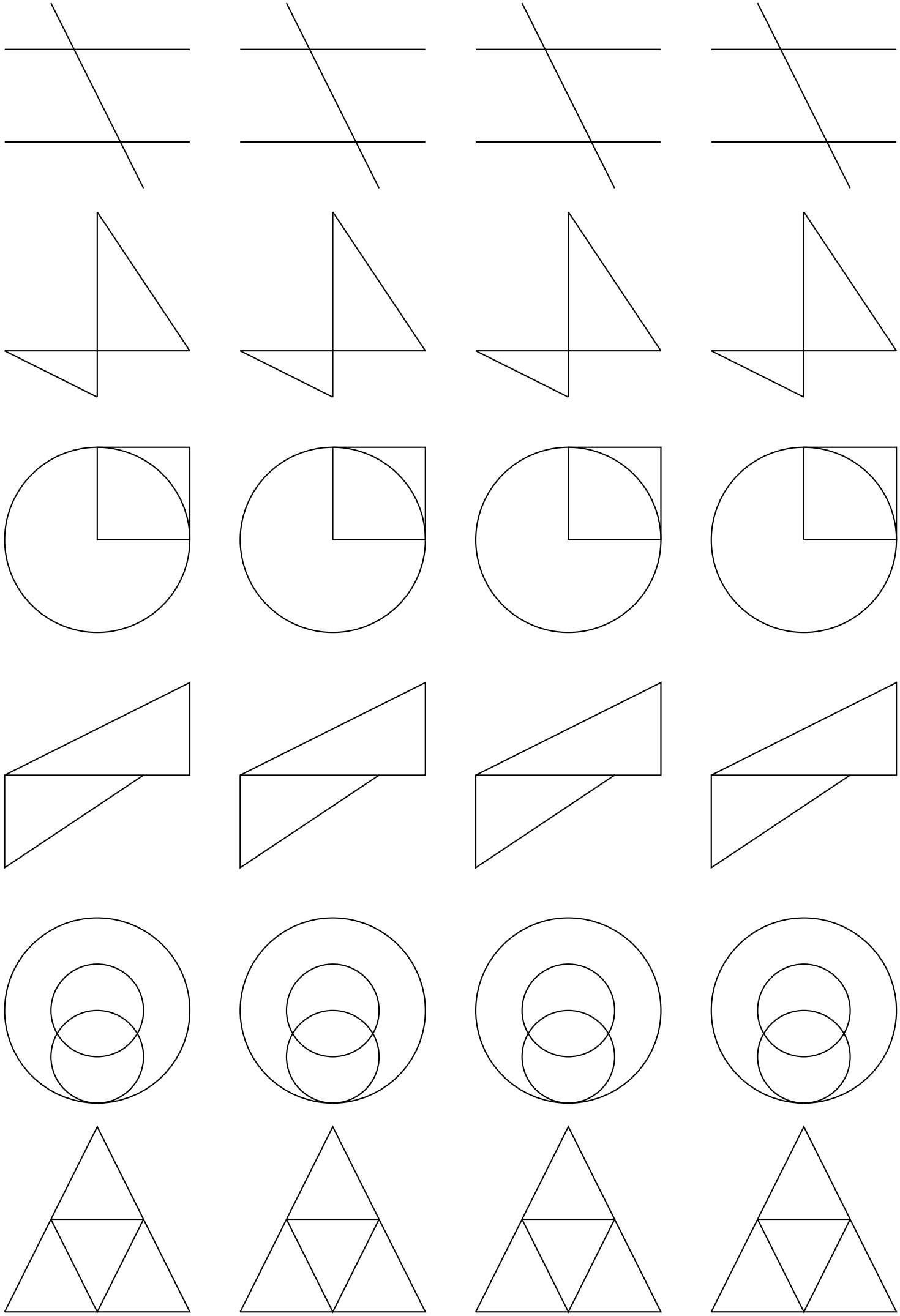
1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case n° 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible !





Première manche	Deuxième manche	Troisième manche
Case n° 1 : Description de la figure cachée.	**Case n° 1** : Description de la figure cachée.	**Case n° 1** : Description de la figure cachée.
Case n° 2 : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	**Case n° 2** : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	**Case n° 2** : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.
Case n° 3 : Comparaison avec la case n° 2.	**Case n° 3** : Comparaison avec la case n° 2.	**Case n° 3** : Comparaison avec la case n° 2.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 8 février 2024 à 6:19

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur Vim 9.0.1000-4.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Lunar 23.04 avec la distribution TeX Live 2022.20230122-2 et pdfTeX 3.141592653-2.6-1.40.24.

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats

Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : `https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr`

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 8 février 2024 à 6:19.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : `https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college`.