

CHAPITRE II



Du dessin à la figure de géométrie : premiers éléments

L'IDÉE DE QUANTITÉ et sa codification visuelle sont vraisemblablement antérieures à l'apparition de l'écriture. Plusieurs procédés de comptage sont progressivement développés pour décrire la taille d'un troupeau et contrôler son évolution, suivre un calendrier ou mesurer des récoltes.

Le mot calcul vient du latin calculus (« caillou »). Il est dit que les bergers comptabilisaient leurs moutons avec des cailloux dans un pot à l'entrée et à la sortie de la bergerie. Ces objets pouvaient aussi être façonnés en argile sous la forme de demi-sphère, de sphères, de conoïdes et pouvaient figurer des animaux domestiques. [1]

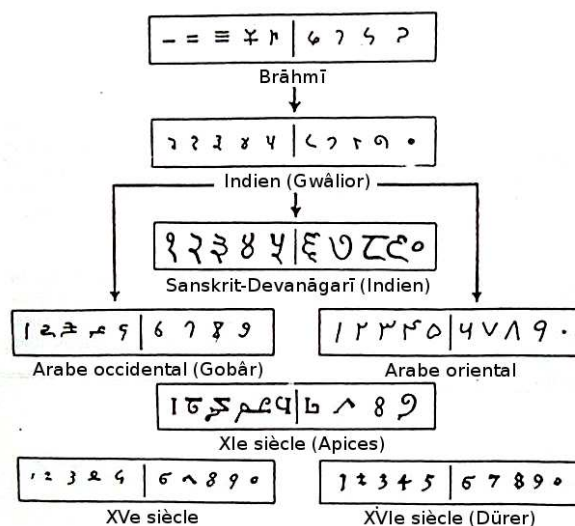
Au IV^e millénaire avant notre ère, les civilisations mésopotamiennes utilisent ainsi des boules creuses d'argile contenant des jetons, puis des tablettes d'argile munies de marques. Il faut attendre la fusion de ces systèmes, à la fin du III^e millénaire avant notre ère, pour voir se former véritablement le concept du nombre abstrait, indépendant de ses réalisations concrètes. [3]

L'usage de nombres fractionnaires est déjà présent dans les fractions sexagésimales de la numération babylonienne et avec les quantités égyptiens il y a plus de 3 000 ans. Le système décimal est aussi développé dans plusieurs civilisations pour la numération des entiers, mais il n'apparaît que très ponctuellement dans les fractions.

[4]

La graphie des chiffres arabes pourrait s'inspirer d'une numération décimale non positionnelle indienne datant du III^e siècle av. J.-C., la numération Brahmi. Les chiffres arabes ont gagné l'Europe au Xe siècle par la péninsule ibérique, alors sous domination omeyyade. Puis leur diffusion dans le reste de l'Occident s'est poursuivie par divers modes.

Certains attribuent un rôle majeur de diffusion des chiffres arabes au mathématicien italien Leonardo Fibonacci (1175 — 1250), qui avait étudié auprès de professeurs musulmans à Béjaïa (dans l'actuelle Algérie), ramena à Pise en 1198 une partie de leur savoir et publia, en 1202, le Liber Abaci (Le livre du calcul), un traité sur les calculs et la comptabilité fondée sur le calcul décimal.



Comme beaucoup de solutions qui nous paraissent simples, la diffusion des chiffres arabes s'est heurtée aux habitudes traditionnelles, et leur apprentissage a été progressif. À Florence (Italie), il fut d'abord interdit aux marchands de les employer dans les contrats et les documents officiels. Tant que les opérations restent simples, l'abaque pour le calcul et les chiffres romains pour la représentation graphique suffisent. À partir de la Renaissance, avec le développement exponentiel du commerce, puis des sciences, en particulier de l'astronomie et de la balistique, la nécessité d'un système de calcul puissant et rapide s'impose : les chiffres indo-arabes écartent définitivement leurs prédécesseurs romains. Leur tracé définitif, normalisé, est attesté dès le XVe siècle. [2]

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (BO n° 30 du 26-7-2018) :

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;
- calculer avec des nombres relatifs ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

 **SITUATION INITIALE : Le Math'ionary**

Voici un jeu à utiliser en classe pour initier la nécessité de mettre en place un vocabulaire commun pour décrire une figure de géométrie.

Voir en annexe.

I — Les objets fondamentaux : point, segment, droite et demi-droite

☛ DÉFINITION 2.1 : Point, segment, droite et demi-droite

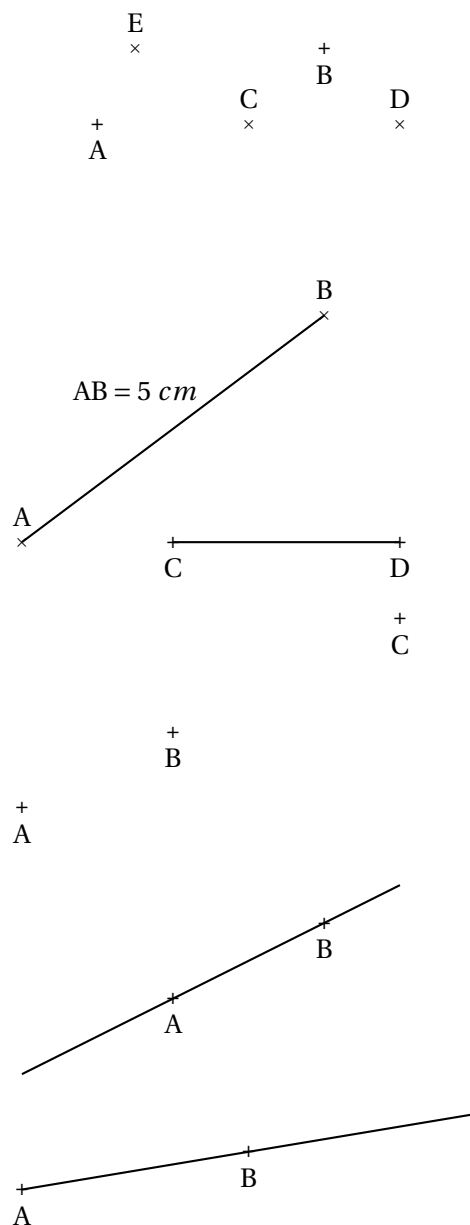
Un **point** géométrique ne désigne pas un objet mais un emplacement. Un point ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur. On représente un point par une croix et on le nomme par une lettre.

Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points. Un segment possède une longueur mais pas de largeur ni d'épaisseur. On note $[AB]$ le segment reliant les points A et B. A et B sont les **extrémités** du segment. On note AB la longueur du segment $[AB]$.

Trois points sont **alignés** si l'un de ces trois points se trouve sur le segment formé par les deux autres.

Une **droite** est la ligne constituée par tous les points alignés avec deux points. On note (AB) la droite passant par A et B constituée des points alignés avec A et B. Une droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.

Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté par un point : son **origine**. On note $[AB)$ la demi-droite d'origine A passant par B. Une demi-droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



II — Une première relation : appartenir, ne pas appartenir

🌀 DÉFINITION 2.2 : Appartenir, ne pas appartenir

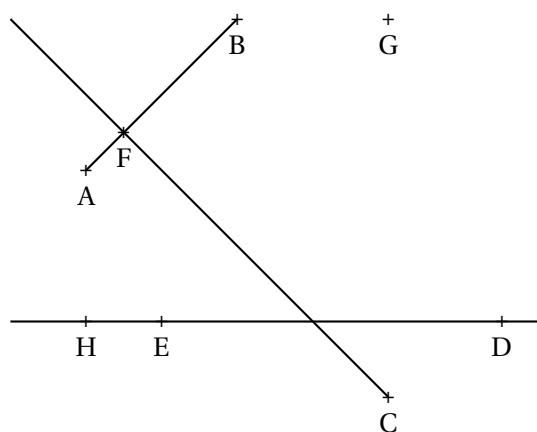
Lorsqu'un point se situe sur un segment, une demi-droite ou sur une droite, on dit qu'il **appartient** au segment, la demi-droite ou la droite.

On utilise le symbole \in pour « appartient à ».

Dans le cas contraire on dit qu'il **n'appartient pas**.

On utilise le symbole \notin pour « n'appartient pas à ».

EXEMPLE :



$$F \in [AB]$$

$$H \in (ED)$$

$$G \notin [CF]$$

$$H \notin [ED]$$

$$H \in [DE]$$

REMARQUE :

Pour qu'un objet (segment, droite, demi-droite) soit défini, il suffit que deux points soient donnés, même si l'objet n'est pas représenté.

Ainsi sur la figure ci-dessus, la droite (GD) est définie ainsi que le segment [AH] ou la demi-droite [BA].

III — Position relative des droites : parallèles, sécantes et perpendiculaires

NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

Exercice 1

+
C

+
A

1. Tracer (AB), [BC] et [AC]
 2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
 3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
 4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
- Que remarquez-vous?

+
B

Exercice 2

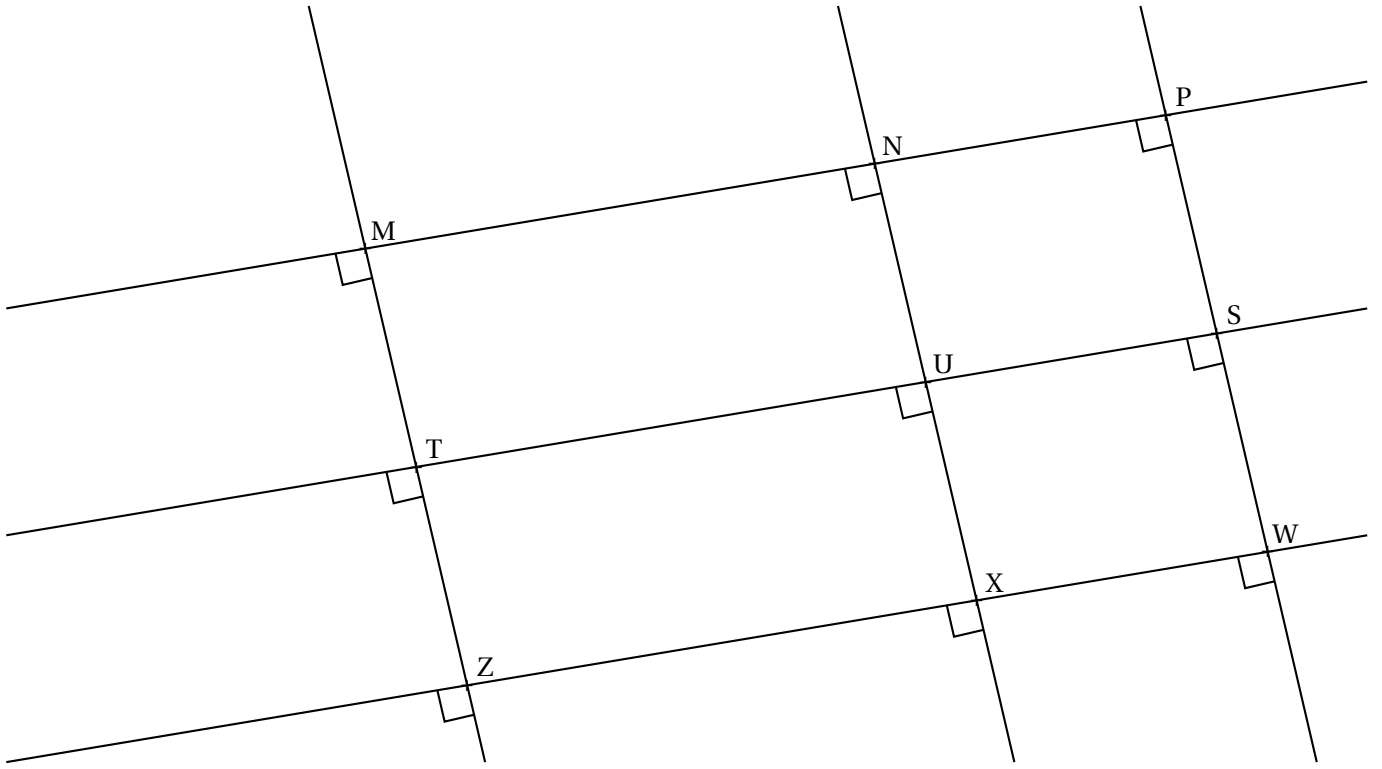
+
V

+
T

1. Tracer (VU), [TV] et [UT]
 2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
 3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
 4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
- Que remarquez-vous?

+
U

Exercice 3

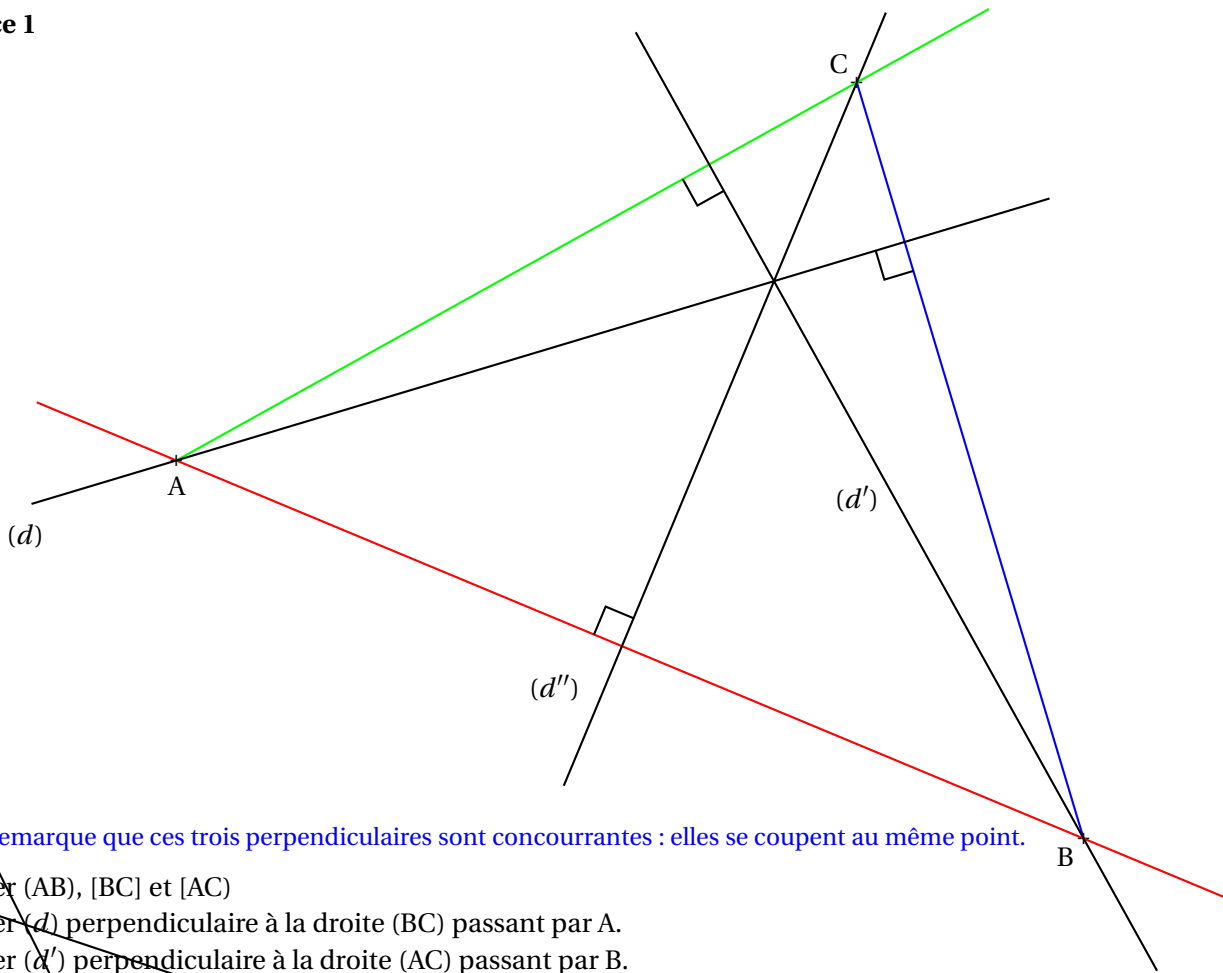


Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : \in , \notin , \parallel ou \perp .

- | | | | |
|------|------|------|------|
| (MN) | (TU) | N | (MP) |
| Z | [MT) | X | (TU) |
| X | [UN] | W | (MU) |
| X | [UN) | U | [NX) |
| X | [NU) | W | (SP) |
| X | (UN) | W | [SP) |
| (UX) | (ST) | W | [PS) |
| (XV) | (NP) | W | [SP) |
| (UX) | (MN) | (XW) | (MN) |
| (TU) | (PN) | (NU) | (ZX) |

Évaluation de géométrie — Correction

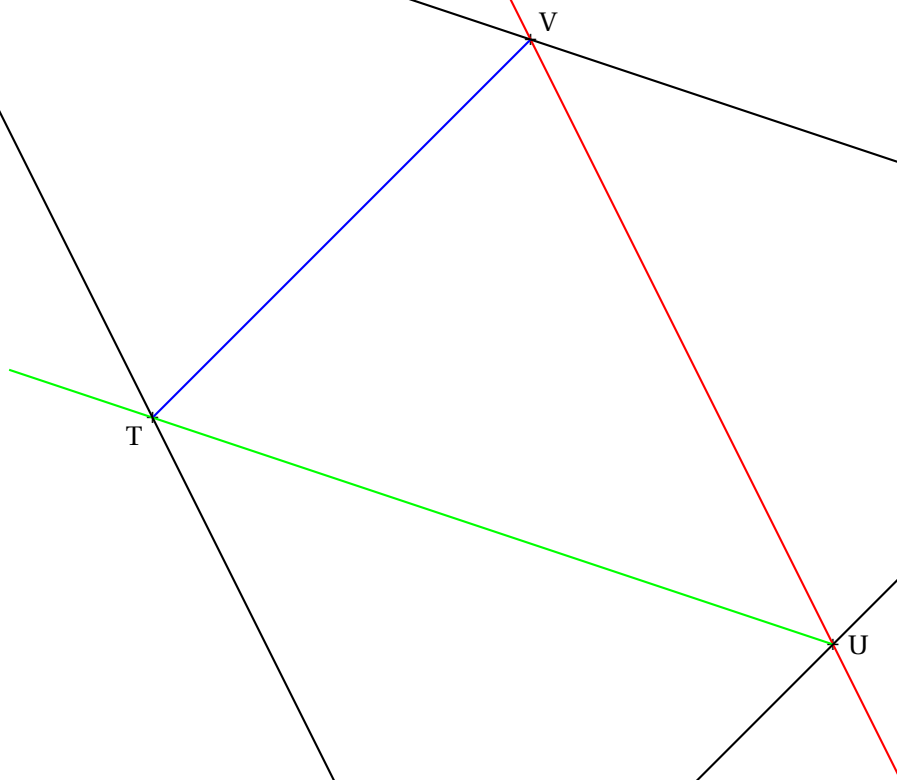
Exercice 1



On remarque que ces trois perpendiculaires sont concourantes : elles se coupent au même point.

1. Tracer (AB) , (BC) et (AC)
 2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A .
 3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B .
 4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C .
- Que remarquez-vous?

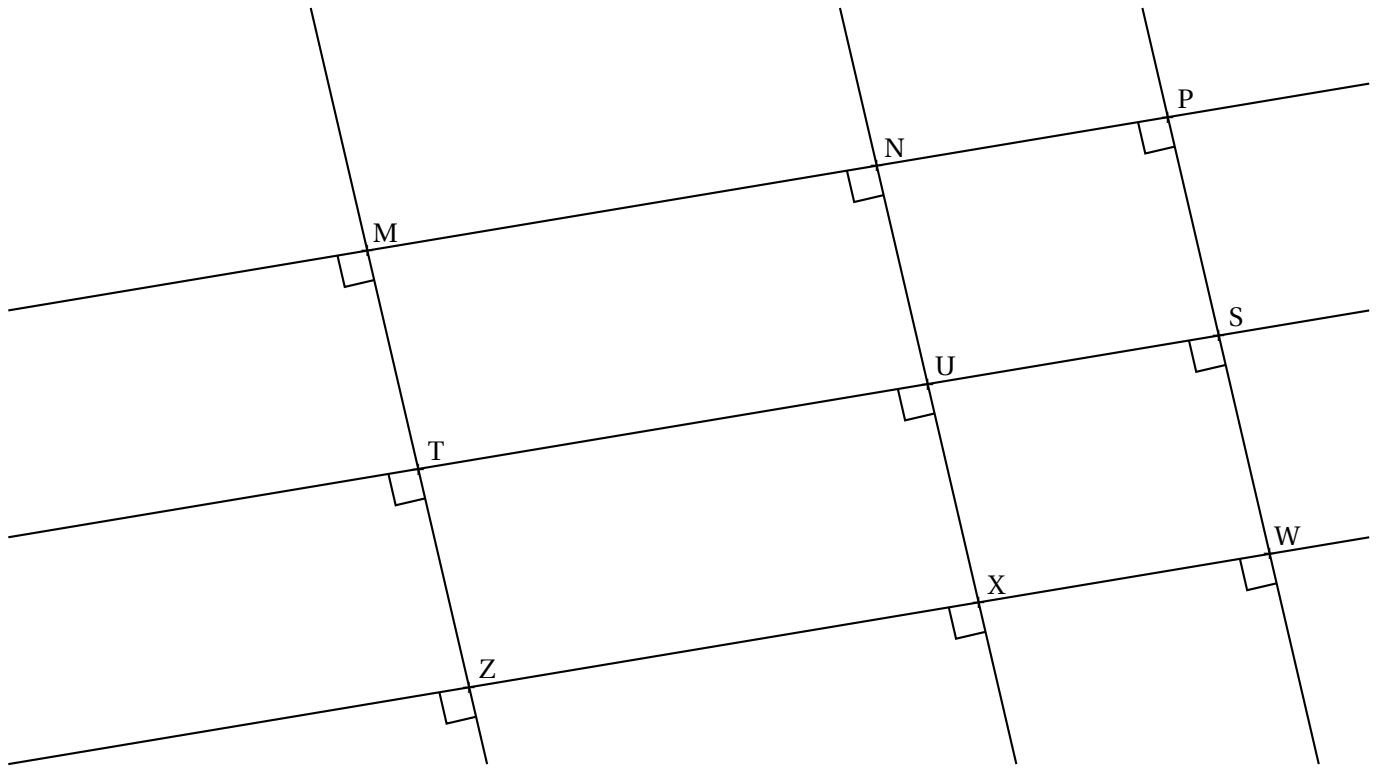
Exercice 2



Les parallèles forment un triangle deux fois plus grand que l'original.

1. Tracer (VU) , (TV) et (UT)
 2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T .
 3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U .
 4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V .
- Que remarquez-vous?

Exercice 3



Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : \in , \notin , \parallel ou \perp .

(MN) \parallel (TU)

N \notin (MP)

Z \in [MT)

X \notin (TU)

X \notin [UN]

W \notin (MU)

X \notin [UN)

U \in [NX)

X \in [NU)

W \in (SP)

X \in (UN)

W \notin [SP)

(UX) \perp (ST)

W \in [PS)

(XW) \parallel (NP)

W \notin [SP]

(UX) \perp (MN)

(XW) \parallel (MN)

(TU) \parallel (PN)

(NU) \perp (ZX)



Évaluation de mathématiques



NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

Exercice n° 1 :

D
+

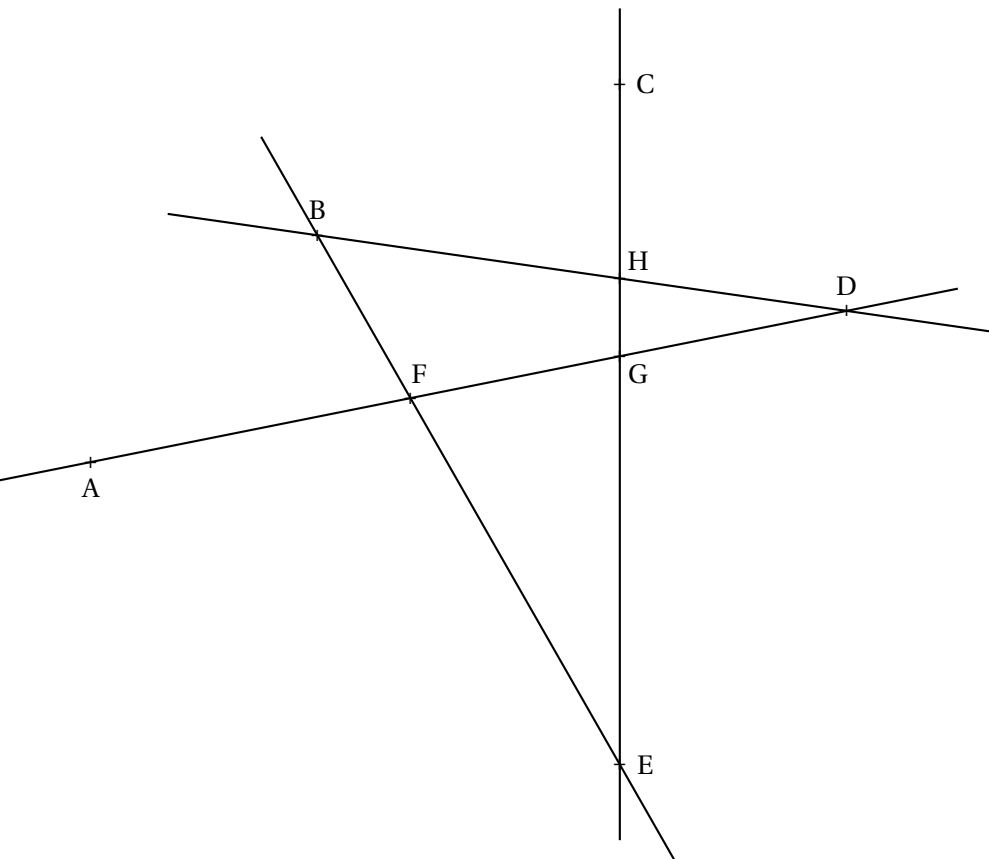
B
+

C
+

+ A

1. Tracer en bleu [BC], en noir (AD), en vert [DB] et en rouge [CA].
2. Au crayon de papier, placer le point E à l'intersection de (AD) et (BC).
Placer le point F à l'intersection de (AC) et (DB).
Placer le point G à l'intersection de (AB) et (DC).
3. Tracer au crayon de papier [FE], (EG) et [FG].

Exercice n° 2 : En observant la figure ci-dessous, compléter avec les symboles \in ou \notin .



- | | |
|---|------|
| H | [BD] |
| C | [HG] |
| C | (HG) |
| C | [HG] |
| C | [GH] |
| D | [FG] |
| D | (AG) |
| E | [BF] |
| E | [FB] |
| B | (AC) |
| D | (EC) |

Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses.
Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème n° 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun.
Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier?

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26km le matin et autant le soir.
Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

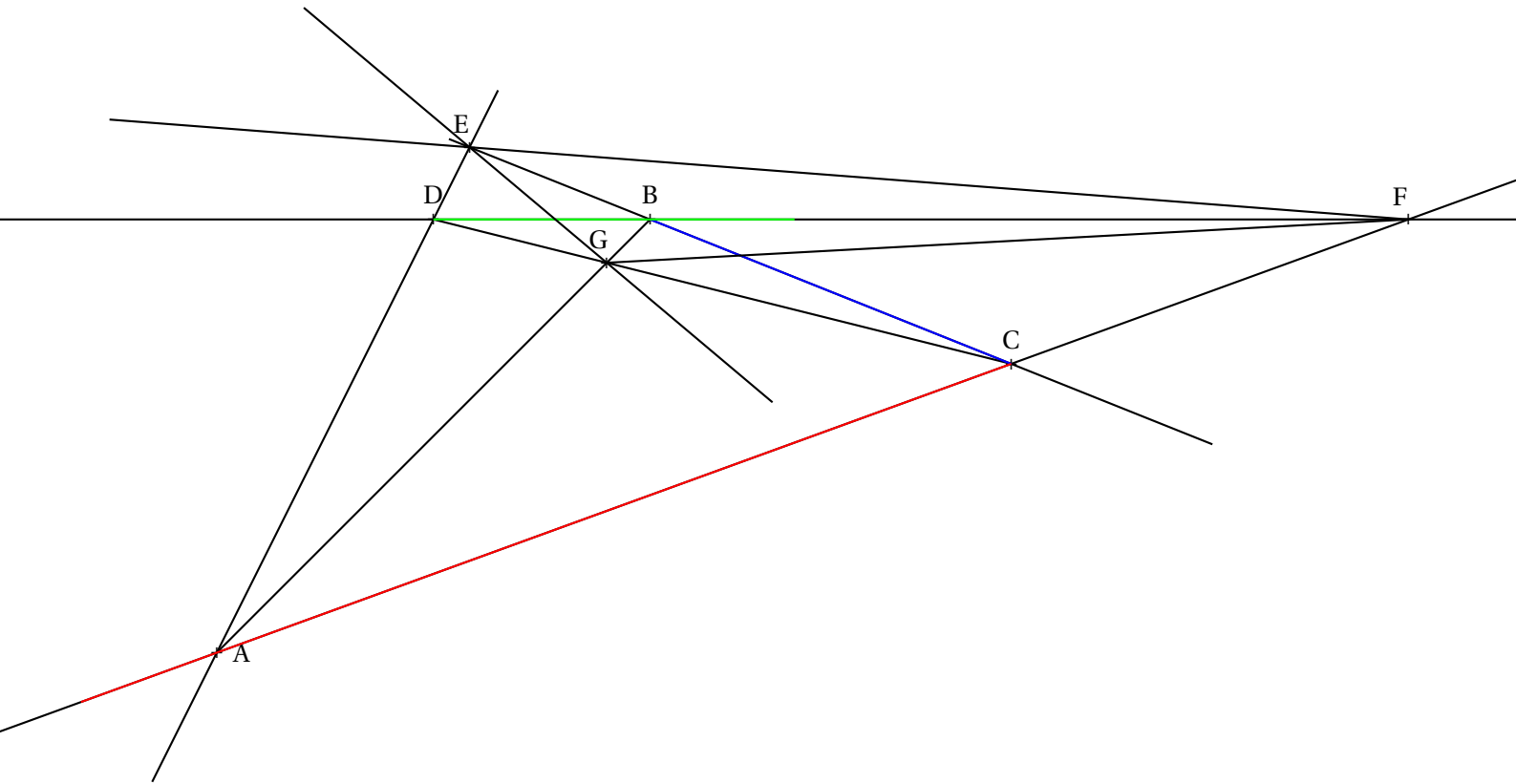
Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire?

Problème n° 3

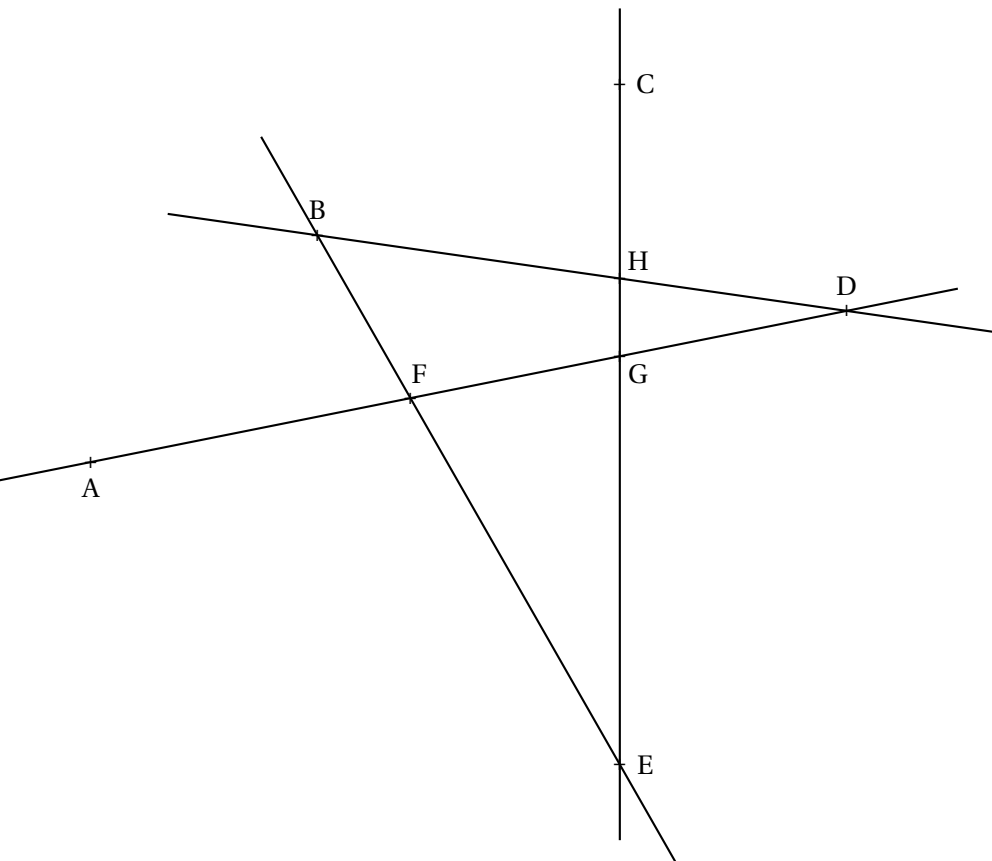
Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

Combien de temps va durer mon trajet?

Exercice n° 1 :



Exercice n° 2 :



$H \in [BD]$

$C \notin [HG]$

$C \in (HG)$

$C \notin [HG]$

$C \in [GH]$

$D \notin [FG]$

$D \in (AG)$

$E \in [BF]$

$E \notin [FB]$

$B \notin (AC)$

$D \notin (EC)$

Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses. Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème n° 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun. Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier?

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 5 \\ \hline 90 \end{array}$$

La série est constituée de 90 épisodes.

$$\begin{array}{r} \times 55 \\ 90 \\ \hline 4950 \\ 4950 \end{array}$$

Elle dure en tout 4950 min.

$$\begin{array}{r|l} 4950 & 60 \\ 150 & 82 \\ 30 & \end{array}$$

On voit donc que 4950 min = 82 h 30 min.

$$\begin{array}{r|l} 82 & 24 \\ 10 & 3 \end{array}$$

Finalement il faut 3 j 10 h 30 min pour regarder cette série!

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26 km le matin et autant le soir. Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire?

$$\begin{array}{r} \times 26 \\ 2 \\ \hline 52 \end{array}$$

Mon professeur de mathématiques fait 52 km par jour.

$$\begin{array}{r} \times 52 \\ 4 \\ \hline 208 \end{array}$$

Comme il travaille quatre jours par semaine, il fait 208 km par semaine.

$$\begin{array}{r} \times 208 \\ 36 \\ \hline 1248 \\ 624 \\ \hline 7488 \end{array}$$

Il parcourt 7488 km par an!

Problème n° 3

Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

Combien de temps va durer mon trajet?

Entre 18 h 07 min et 19 h 00 min il y a 53 min.

Entre 19 h et 24 h, il y a 5 h.

Entre 24 h, c'est à dire 00 h et 8 h 45 min il y a 8 h 45 min.

On ajoute et on obtient $53 \text{ min} + 5 \text{ h} + 8 \text{ h } 45 \text{ min} = 13 \text{ h } 98 \text{ min}$ soit 14 h 38 min.

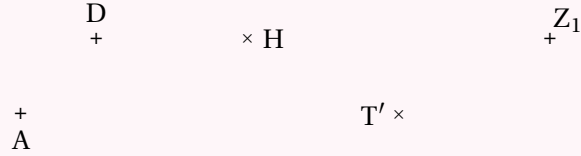
On enlève la pause de 1 h 37 min et on arrive à 13 h 01 min.

PREMIERS ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE



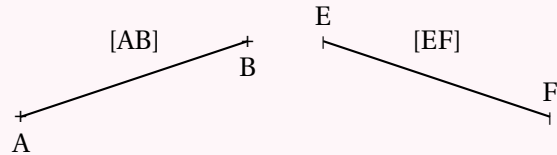
POINT

Un **point** géométrique désigne un emplacement.
On le représente par une croix et on le nomme avec une lettre.



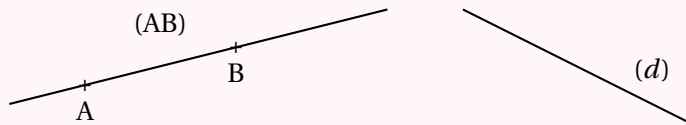
SEGMENT

Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points.
Ces deux points sont les **extrémités** du segment.
On note $[AB]$ le segment dont les points A et B sont les extrémités.
On note AB la longueur de ce segment.



DROITE

Une **droite** est constituée de tous les points alignés avec deux points.
On note (AB) la droite passant par les points A et B.



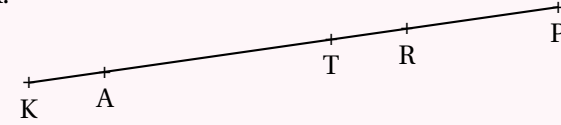
DEMI-DROITE

Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté son **origine**.
On note $[AB)$ la demi-droite d'origine A passant par B.



POINTS ALIGNÉS

Des points sont **alignés** s'ils se situent tous sur le segment dont les extrémités sont deux d'entre eux.



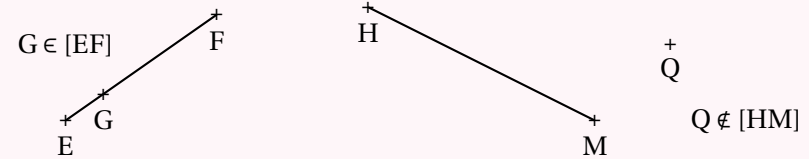
APPARTIENT, N'APPARTIENT PAS

Quand un point se situe sur un segment, une droite ou une demi-droite, on dit qu'il **appartient à** un de ces objets géométriques.

On note $A \in (CG)$ pour dire que A **appartient** à la droite (CG) .

Quand un point ne se situe pas sur un objet géométrique, on dit qu'il **n'appartient pas à** un de ces objets géométriques.

On note $C \notin [TY]$ pour dire que C **n'appartient pas** au segment $[TY]$.

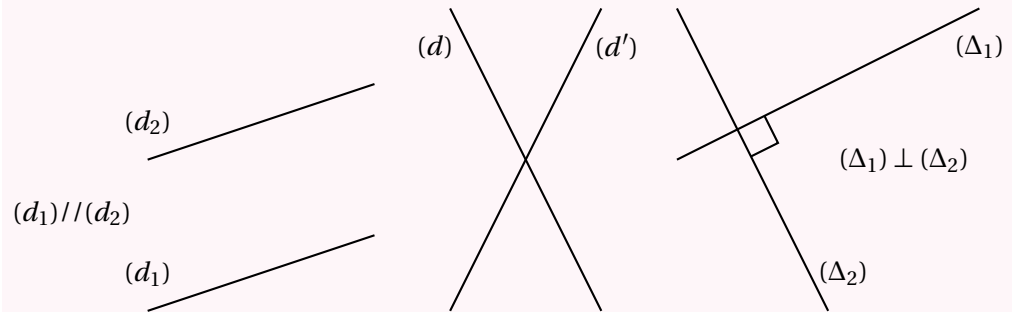


RELATIONS ENTRE LES DROITES

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une fois, elles ont un **point d'intersection**. On dit que ces droites sont **sécantes**.

Deux droites qui ne sont pas sécantes n'ont aucun point d'intersection. On dit qu'elles sont **parallèles**. Quand deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles on note $(d_1) \parallel (d_2)$.

Deux droites sécantes qui se rencontrent en formant quatre angles égaux sont **perpendiculaires**. On dit que ces angles sont **droits**. Quand deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note $(d) \perp (d')$.



VI — Annexes

1 Le Math'lonary

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.

Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu!

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.
2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.
3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire a décrite dans la case n° 1.
4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible!

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.

Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu!

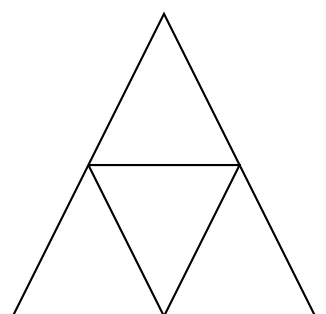
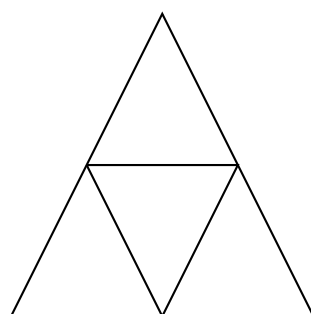
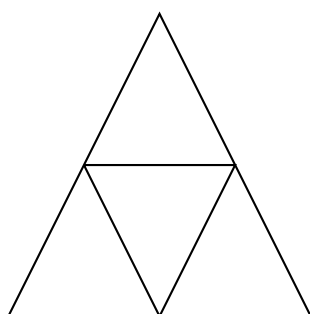
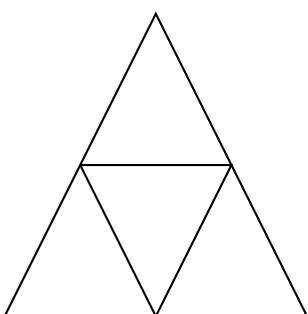
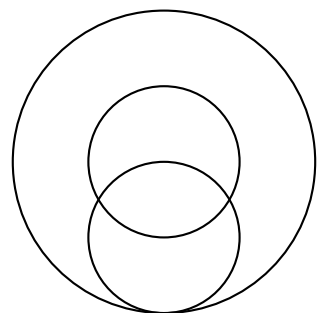
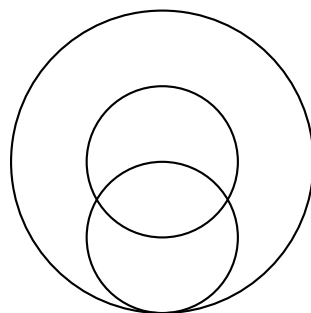
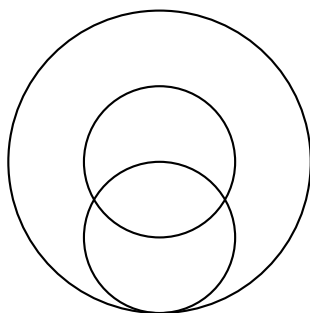
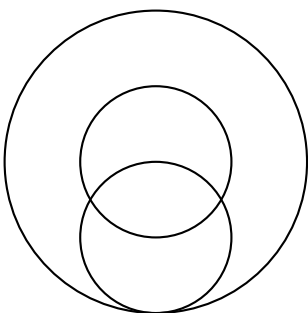
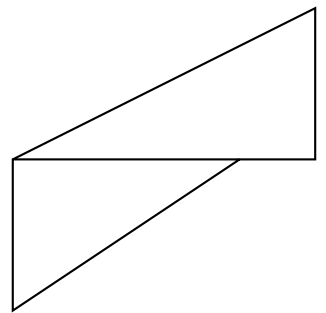
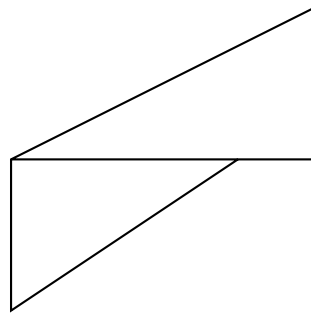
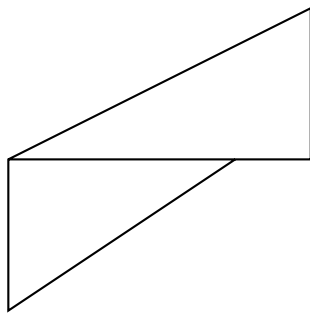
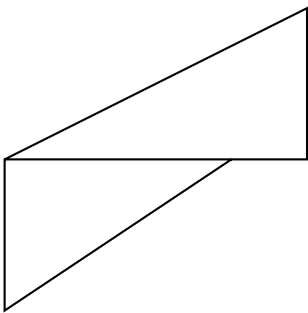
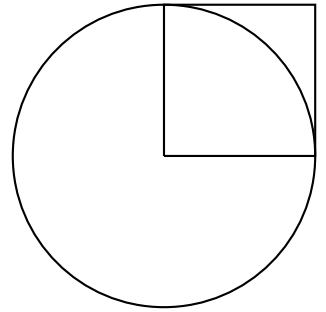
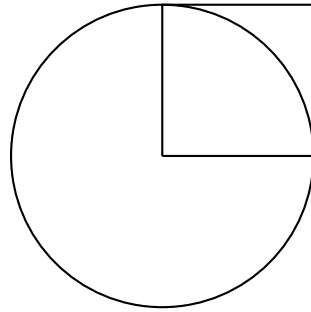
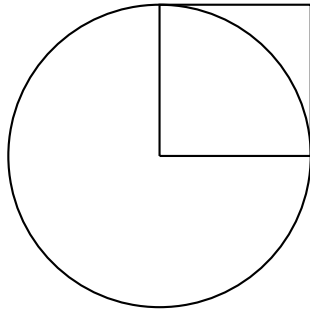
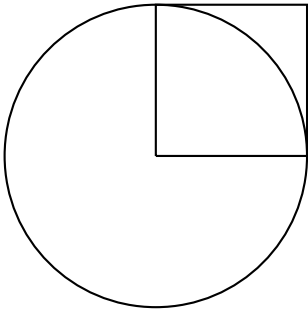
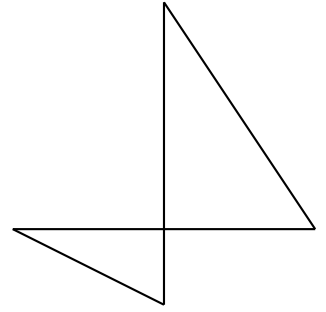
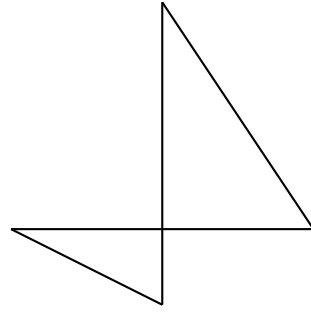
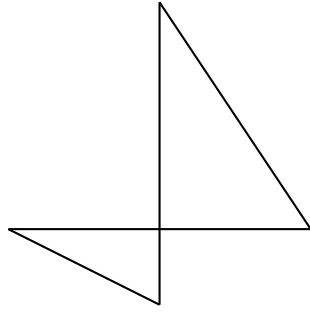
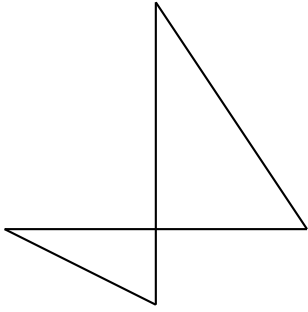
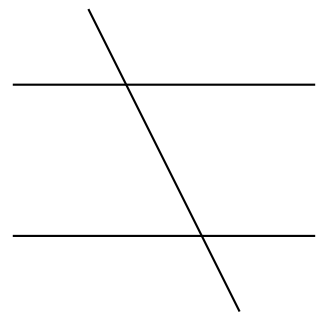
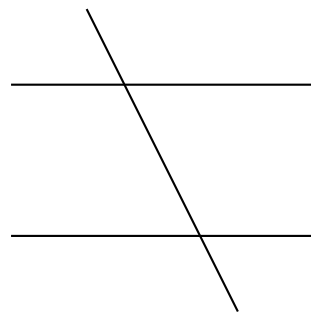
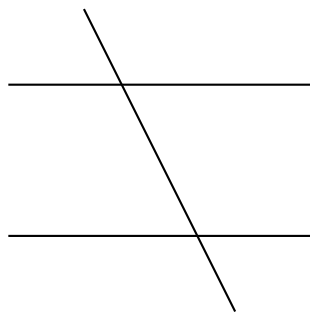
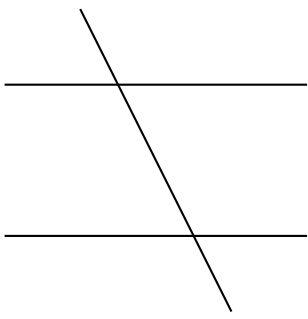
1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.
2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.
3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire a décrite dans la case n° 1.
4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible!

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.

Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu!

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.
2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.
3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire a décrite dans la case n° 1.
4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible!



Première manche	Deuxième manche	Troisième manche
Case n° 1 : Description de la figure cachée.	Case n° 1 : Description de la figure cachée.	Case n° 1 : Description de la figure cachée.
Case n° 2 : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	Case n° 2 : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	Case n° 2 : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.
Case n° 3 : Comparaison avec la case n° 2.	Case n° 3 : Comparaison avec la case n° 2.	Case n° 3 : Comparaison avec la case n° 2.

