
I — Les fractions qui partagent

II — Les fractions décimales

III — Les nombres décimaux

IV — Somme, différence et produit des nombres décimaux

Nous allons prolonger l'addition, la différence et le produit des nombres entiers aux nombres décimaux. Nous proposerons les démonstrations sous forme d'exemples génériques.

1 La somme et la différence

On souhaite calculer $3,14 + 1,789$

$$3,14 = \frac{314}{100} = \frac{3140}{1000} \text{ et } 1,789 = \frac{1789}{1000}$$

$$3,14 + 1,789 = \frac{3140}{1000} + \frac{1789}{1000} = \frac{3140 + 1789}{1000} = \frac{4929}{1000}$$

Ainsi $3,14 + 1,789 = 4,929$

MÉTHODE 3.1 : Additionner des nombres décimaux

Pour additionner des nombres décimaux, on utilise le même algorithme que pour additionner les nombres entiers :

- on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées;
- on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres;
- on effectue la somme comme pour des entiers;
- dans la somme, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{r} 3,14\mathbf{0} \\ + 1,789 \\ \hline 4,929 \end{array}$$

On souhaite calculer $3,14 - 1,789$

$$3,14 - 1,789 = \frac{3140}{1000} - \frac{1789}{1000} = \frac{3140 - 1789}{1000} = \frac{1351}{1000}$$

Ainsi $3,14 - 1,789 = 1,351$

MÉTHODE 3.2 : Soustraire des nombres décimaux

Pour soustraire des nombres décimaux, on utilise le même algorithme que pour soustraire les nombres entiers :

- on place le nombre le plus grand au dessus du nombre le plus petit;
- on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées;
- on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres;
- on effectue la différence comme pour des entiers;
- dans la différence, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{r} 3,140 \\ - 1,789 \\ \hline 1,351 \end{array}$$

2 Le produit des nombres décimaux

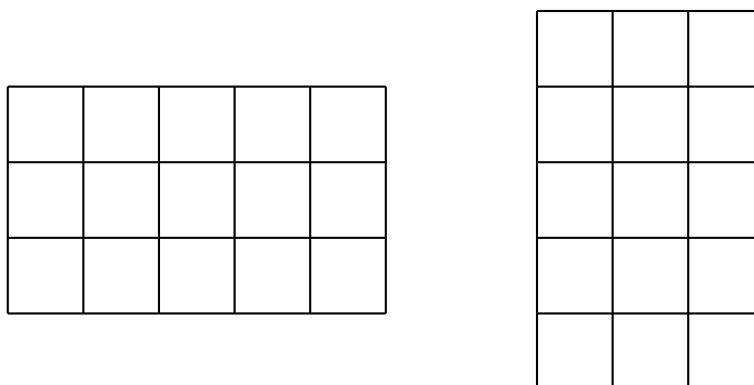
Le produit de deux nombres entiers

La multiplication entière est une répétition d'additions.

Souvenons-nous que $3 \times 5 = \underbrace{5+5+5}_{3 \text{ fois}}$ et que $5 \times 3 = \underbrace{3+3+3+3+3}_{5 \text{ fois}}$.

Signalons également que $3 \times 5 = 5 \times 3$.¹

Pour illustrer cette propriété on peut raisonner de manière géométrique :



Dans les deux cas le nombre de carrés à l'intérieur de ces rectangles identiques est $3 \times 5 = 5 \times 3 = 15$

La produit d'un nombre entier par un nombre décimal

Calculons $5 \times 3,14$.

Ce produit peut s'interpréter comme $\underbrace{3,14 + 3,14 + 3,14 + 3,14 + 3,14}_{5 \text{ fois}} = 15,70$

Calculons maintenant $3,14 \times 5$.

Attention, rien ne prouve que $3,14 \times 5$ revient à calculer $5 \times 3,14$! Comment effectuer une addition répétée « 3,14 fois »?

$$\text{Notons } P = 3,14 \times 5, P = \frac{314}{100} \times 5.$$

$$\text{On peut multiplier } P \text{ par } 100 : 100 \times P = \underbrace{100 \times \frac{314}{100}}_{314} \times 5$$

$$\text{Donc } 100 \times P = 314 \times 5 = 1570$$

$$\text{Nous en déduisons que } P = \frac{1570}{100} = 15,70 \text{ puisque } 100 \times \frac{1570}{100} = 1570$$

$$\text{Finalement } 3,14 \times 5 = 5 \times 3,14 = 15,70$$

Le produit de deux nombres décimaux

Calculons $5,2 \times 3,14$.

Cette fois-ci ce produit ne peut pas être interprété comme une addition répétée. On utilise la stratégie précédente.

$$\text{Notons } P = 5,2 \times 3,14 \text{ on a } P = \frac{52}{10} \times \frac{314}{100}$$

Comme $10 \times \frac{52}{10} = 52$ et que $100 \times \frac{314}{100} = 314$, on effectue les multiplications suivantes :

$$10 \times P \times 100 = \underbrace{10 \times \frac{52}{10}}_{52} \times \underbrace{\frac{314}{100} \times 100}_{314}$$

$$10 \times P \times 100 = 52 \times 314$$