I — Les fractions qui partagent

II — Les fractions décimales

III — Les nombres décimaux

IV — Somme, différence et produit des nombres décimaux

Nous allons prolonger l'addition, la différence et le produit des nombres entiers aux nombres décimaux. Nous proposerons les démonstrations sous forme d'exemples génériques.

1 La somme et la différence

On souhaite calculer $3,14+1,789$

$3,14=\dfrac{314}{100}=\dfrac{3\,140}{1\,000}$ et $1,789=\dfrac{1\,789}{1\,000}$

$3,14+1,789=\dfrac{3140}{1\,000}+\dfrac{1\,789}{1\,000}=\dfrac{3\,140+1\,789}{1\,000}=\dfrac{4\,929}{1\,000}$

Ainsi $3,14+1,789=4,929$

MÉTHODE 3 . 1 : Additionner des nombres décimaux

Pour additionner des nombres décimaux, on utilise le même algorithme que pour additionner les nombres entiers :

- on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées ;
- on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres ;
- on effectue la somme comme pour des entiers ;
- dans la somme, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{rr} & {}^{1} \\ & 3{,}1\;4\;\color{red}{0} \\ + & 1{,}7\;8\;9 \\ \hline & 4{,}9\;2\;9 \end{array}$$

On souhaite calculer $3,14-1,789$

$3,14-1,789=\dfrac{3140}{1\,000}-\dfrac{1\,789}{1\,000}=\dfrac{3\,140-1\,789}{1\,000}=\dfrac{1\,351}{1\,000}$

Ainsi $3,14 - 1,789 = 1,351$

MÉTHODE 3 . 2 : Soustraire des nombres décimaux
Pour soustraire des nombres décimaux, on utilise le même algorithme que pour soustraire les nombres entiers :
- on place le nombre le plus grand au dessus du nombre le plus petit ;
- on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées ;
- on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres ;
- on effectue la différence comme pour des entiers ;
- dans la différence, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{r} 3{,}1\ 4\ 0 \\ -\ 1{,}7\ 8\ 9 \\ \hline 1{,}3\ 5\ 1 \end{array}$$

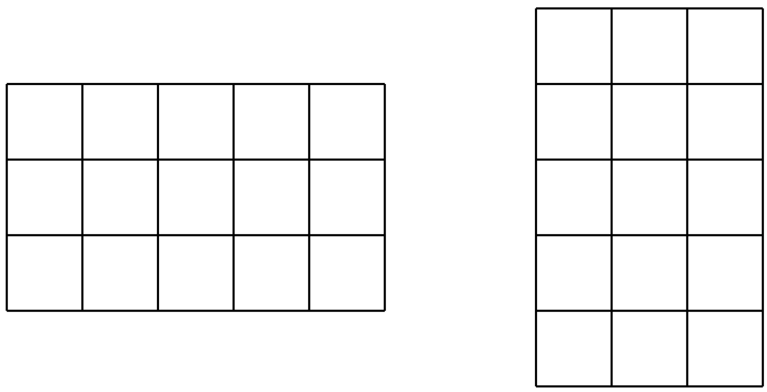
---

2 Le produit des nombres décimaux

Le produit de deux nombres entiers

La multiplication entière est une répétition d'additions.

Souvenons-nous que $3 \times 5 = \underbrace{5+5+5}_{3\ fois}$ et que $5 \times 3 = \underbrace{3+3+3+3+3}_{5\ fois}$.
Signalons également que $3 \times 5 = 5 \times 3$.[1]
Pour illustrer cette propriété on peut raisonner de manière géométrique :



Dans les deux cas le nombre de carrés à l'intérieur de ces rectangles identiques est $3 \times 5 = 5 \times 3 = 15$

La produit d'un nombre entier par un nombre décimal

Calculons $5 \times 3,14$.
Ce produit peut s'interpréter comme $\underbrace{3,14+3,14+3,14+3,14+3,14}_{5 fois} = 15,70$

Calculons maintenant $3,14 \times 5$.
Attention, rien ne prouve que $3,14 \times 5$ revient à calculer $5 \times 3,14$! Comment effectuer une addition répétée « 3, 14 fois » ?

Notons $P = 3,14 \times 5$, $P = \dfrac{314}{100} \times 5$.

On peut multiplier P par 100 : $100 \times \text{P} = \underbrace{100 \times \dfrac{314}{100}}_{314} \times 5$

Donc $100 \times \text{P} = 314 \times 5 = 1\,570$

Nous en déduisons que $\text{P} = \dfrac{1\,570}{100} = 15,70$ puisque $100 \times \dfrac{1\,570}{100} = 1\,570$

Finalement $3,14 \times 5 = 5 \times 3,14 = 15,70$

Le produit de deux nombres décimaux

Calculons $5,2 \times 3,14$.
Cette fois-ci ce produit ne peut pas être interprété comme une addition répétée. On utilise la stratégie précédente.

Notons $\text{P} = 5,2 \times 3,14$ on a $\text{P} = \dfrac{52}{10} \times \dfrac{314}{100}$

Comme $10 \times \dfrac{52}{10} = 52$ et que $100 \times \dfrac{314}{100} = 314$, on effectue les multiplications suivantes :

$10 \times \text{P} \times 100 = \underbrace{10 \times \dfrac{52}{10}}_{52} \times \underbrace{\dfrac{314}{100} \times 100}_{314}$

$10 \times \text{P} \times 100 = 52 \times 314$