2 Exercices

Exercice n° 7.1 : **Proportionnelles ou pas ?**

En justifiant votre réponse, indiquer dans chaque situation si les grandeurs sont proportionnelles :

1. La masse et la taille d'une personne.
2. Le prix payé à la station service et la quantité d'essence.
3. La durée d'un film et le prix de la place de cinéma.
4. Le nombre de baguettes et le prix payé à la boulangerie.
5. La distance parcourue en voiture et le temps de trajet.
6. La longueur d'un rectangle et son périmètre.
7. La longueur d'un rectangle et son aire.

Exercice n° 7.2 : **Proportionnelles ou pas — Épisode 2**

Voici des tableaux représentants des grandeurs. Indiquez dans chaque cas si ces grandeurs sont proportionnelles ou pas en justifiant votre réponse.

1.

Nombre de stylos	2	3	5	7
Prix payé	4,50 €	6,75 €	11,25 €	15,75 €

2.

Distance parcourue	10 km	30 km	50 km	100 km
Temps	7 min	21 min	30 min	1 h

3.

Masse farine	200 g	300 g	500 g	1 kg
Nombre de cookies	12	18	30	60

4.

Nombre de personne	3	4	6	10
Prix de la location de mobil home	350 €	450 €	550 €	700 €

Exercice n° 7.3 : **La recette des cannelés bordelais**

Voici les ingrédients pour faire 12 cannelés :

- 50 cL de lait ;
- 25 g de beurre ;
- 3 oeufs ;
- 250 g de sucre ;
- 125 g de farine ;
- une demi gousse de vanille ;
- 1,5 cL de rhum.

1. Quelles quantités d'ingrédients faut-il pour faire 36 cannelés ? Expliquez votre démarche.
2. Quelles quantités pour 18 cannelés ? Et pour 30 cannelés ? Et 42 cannelés ? Et 99 cannelés ?
3. Vous pouvez manger les cannelés...

EXERCICE N° 7.1 : Proportionnelles ou pas ? CORRECTION

En justifiant votre réponse, indiquer dans chaque situation si les grandeurs sont proportionnelles :

1. La masse et la taille d'une personne.
Si la masse est la taille d'une personne étaient proportionnelles alors on pourrait dire que quand quelqu'un est deux fois plus lourd alors il est forcément deux fois plus grand !! Cette phrase est certainement fausse.
Par exemple mesurer $1,40\ m$ et faire $45\ kg$ est possible. Cet adolescent pourrait faire $90\ kg$ adulte mais ne mesurera jamais $2,80\ m$.
$\boxed{\text{Ces grandeurs ne sont donc pas proportionnelles.}}$

2. Le prix payé à la station service et la quantité d'essence.
Comme le prix d'un litre d'essence est un nombre fixé par la station service, on obtient bien le prix payé en multipliant la quantité d'essence par le prix d'un litre. $\boxed{\text{Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité}}$.

3. La durée d'un film et le prix de la place de cinéma.
On paye le même prix pour un film de $2h30$ que pour un film de $1h45$. Donc $\boxed{\text{ces grandeurs ne sont pas proportionnelles}}$.

4. Le nombre de baguettes et le prix payé à la boulangerie.
Comme pour l'essence, le prix d'une baguette est un nombre fixe. $\boxed{\text{Ces deux grandeurs sont bien proportionnelles.}}$

5. La distance parcourue en voiture et le temps de trajet.
Si on ne précise pas que la vitesse de la voiture est constante alors ces grandeurs sont proportionnelles.
Par exemple en une heure sur le périphérique toulousain à 17h00 on parcoure une distance qui n'est pas la même que sur une autoroute au milieu de la nuit.
$\boxed{\text{La distance parcourue n'est pas proportionnelles au temps de trajet.}}$

6. La longueur d'un rectangle et son périmètre.
Imaginons un rectangle qui mesure $5\ cm$ de long et $4\ cm$ de large. Le périmètre est égal à $2 \times (5\ cm + 4\ cm) = 2 \times 10\ cm = 20\ cm$.
Si on passe à une longueur de $10\ cm$, c'est à dire le double, sans modifier la largeur, alors le nouveau périmètre est $2 \times (10\ cm + 4\ cm) = 2 \times 14\ cm = 28\ cm$. Le périmètre n'a pas doublé !
$\boxed{\text{Ces grandeurs ne sont pas proportionnelles.}}$

7. La longueur d'un rectangle et son aire.
Imaginons à nouveau un rectangle qui mesure $5\ cm$ de long et $4\ cm$ de large. L'aire est égale à $5\ cm \times 4\ cm = 20\ cm^2$.
Si on passe à une longueur de $10\ cm$, c'est à dire le double, sans modifier la largeur, alors la nouvelle aire est $10\ cm \times 4\ cm = 40\ cm^2$ soit le double de l'aire précédente. Comme pour obtenir l'aire il faut multiplier par la valeur constante 4, $\boxed{\text{ces deux grandeurs sont proportionnelles.}}$

EXERCICE N° 7.2 : Proportionnelles ou pas — Épisode 2 CORRECTION

Voici des tableaux représentants des grandeurs. Indiquez dans chaque cas si ces grandeurs sont proportionnelles ou pas en justifiant votre réponse.

1.

Nombre de stylos	2	3	5	7
Prix payé	4,50 €	6,75 €	11,25 €	15,75 €

Effectuons le quotient $4,50 \div 2 = 2,25$.
Vérifions : $6,75 \div 3 = 2,25$, $11,25 \div 5 = 2,25$ et $15,75 \div 7 = 2,25$
Il existe donc bien un unique coefficient multiplicateur qui permet de passe du nombre de stylos au prix payé.
$\boxed{\text{Ces grandeurs sont bien proportionnelles.}}$

2.

Distance parcourue	10 km	30 km	50 km	100 km
Temps	7 min	21 min	30 min	1 h

En observant la première colonne et la troisième on constate que $5 \times 10\ km = 50\ km$, par contre $7\ min \times 5 = 35\ min \neq 30\ min$.

$\boxed{\text{Ce ne sont pas deux grandeurs proportionnelles.}}$

3.

Masse farine	200 g	300 g	500 g	1 kg
Nombre de cookies	12	18	30	60

Effectuons le quotient $200 \div 12 \approx 16,67$. On peut effectuer tous les autres quotients et constater qu'ils ont égaux.
Il existe une méthode plus experte qui évite de passer par la valeur approchée. Il suffit de constater que le nombre de cookies et un multiple de 6.
Comme pour 200 g on fait 12 cookies, il faut proportionnelement 100 g pour 6 cookies.
Ensuite $6 \times 3 = 18$ et $100\ g \times 3 = 300\ g$, $6 \times 5 = 30$ et $5 times 100\ g = 500\ g$ et $10 \times 6 = 60$ et $100\ g \times 10 = 1\ kg$.

$\boxed{\text{Les deux grandeurs sont proportionnelles.}}$

4.

Nombre de personne	3	4	6	10
Prix de la location de mobil home	350 €	450 €	550 €	700 €

En observant la colonne 1 et la colonne 3 on constate que $3 \times 2 = 6$ et $2 \times 350 = 700 \neq 550$

$\boxed{\text{Ces deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.}}$

EXERCICE N° 7.3 : La recette des cannelés bordelais

CORRECTION

Voici les ingrédients pour faire 12 cannelés :

- 50 cL de lait ;
- 25 g de beurre ;
- 3 oeufs ;
- 250 g de sucre ;
- 125 g de farine ;
- une demi gousse de vanille ;
- 1,5 cL de rhum.

1. Quelles quantités d'ingrédients faut-il pour faire 36 cannelés ? Expliquez votre démarche.
Les quantités d'ingrédients doivent être proportionnelles au nombre de cannelés.
Comme $36 = 3 \times 12$, il faut multiplier les quantités par 3 soit :
150 cL de lait, 75 g de beurre, 9 oeufs, 750 g de sucre, 375 g de farine, une gousse et demi de vanille (3 demis gousse !) et 4,5 cL de Rhum.

2. Quelles quantités pour 18 cannelés ? Et pour 30 cannelés ? Et 42 cannelés ? Et 99 cannelés ?
Comme $36 \div 2 = 18$ il faut diviser les quantités pour 36 cannelés par 2 soit :
75 cL de lait, 37,5 g de beurre, 4,5 oeufs (5 oeufs), 350 g de sucre, 187,5 g de farine, la moitié de 3 moitiés de gousse de vanille soit trois quarts de gousse et 2,25 cL de Rhum.

Comme $30 = 12 + 18$ il faut ajouter les ingrédients pour 12 cannelés avec les ingrédients pour 18 cannelés soit :
125 cL de lait, 62,5 g de beurre, 7,5 oeufs (8 oeufs !), 600 g de sucre, 312,5 g de farine, une demi gousse et trois quarts de gousses soit une gousse et un quart (:-)) et enfin 3,75 cL de Rhum !

Comme $30 + 12 = 42$ on recommence soit :

175 cL de lait, $87,5$ g de beurre, $10,5$ oeufs (11 oeufs !), 850 g de sucre, $437,5$ g de farine, une gousse et trois-quarts, $5,25$ cL de Rhum !

Pour 99, il faut trouver une combinaison simple. Il y en a plusieurs. Comme $99 \div 18 = 5,5$ on peut diviser par $5,5$ les quantités pour 18. On peut aussi diviser par 2 les quantités pour 18 pour obtenir pour 9 et ensuite multiplier par 11...
3. Vous pouvez manger les cannelés...

Notes

[1]Cette propriété s'appelle la commutativité de la multiplication. Une démonstration formelle de cette propriété sur les entiers s'obtient en démontrant par récurrence que $a \times n = n \times a$ pour a un entier fixé et n un entier quelconque. On montre que $a \times 1 = 1 \times a$ par définition de la multiplication entière. Puis en partant d'une hypothèse de récurrence selon laquelle cette propriété est vraie à l'ordre n, on montre que $a \times (n+1) = (n+1) \times a$ en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. En effet $a \times (n+1) = a \times n + a \times 1 = n \times a + 1 \times a = (n+1) \times a$.

[1]Le degré Celsius est l'unité de mesure des températures dans le système décimal métrique. Le 0ř est défini par la température de solidification de l'eau et 100ř par sa température de vaporisation.

[2]Le degré Kelvin est utilisé en science pour faire des calculs. Elle utilise le même degré (marche) que le degré Celsius mais le 0 est défini par la température la plus basse possible : le zéro absolu $-273,15$řC qui correspond à la température théorique où le mouvement atomique est nul...

[3]Le degré Fahrenheit a pour zéro la température la plus basse que Daniel Fahrenheit, un physicien allemand du XVIII ^{e}siècle, avait mesuré, environ -18řC. La température 100řF correspond à la température du corps humain.