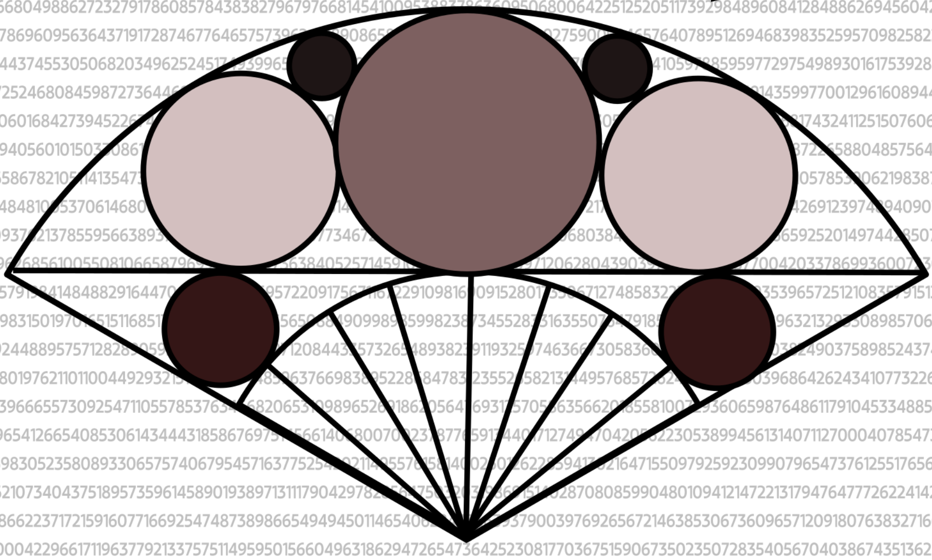
Mathématiques



Traces de cours

Sixième

Fabrice ARNAUD
pi.ac3j.fr

Version du 15 mai 2023

Fabrice ARNAUD

pi.ac3j.fr

contact@ac3j.fr

Table des matières

Chapitre I

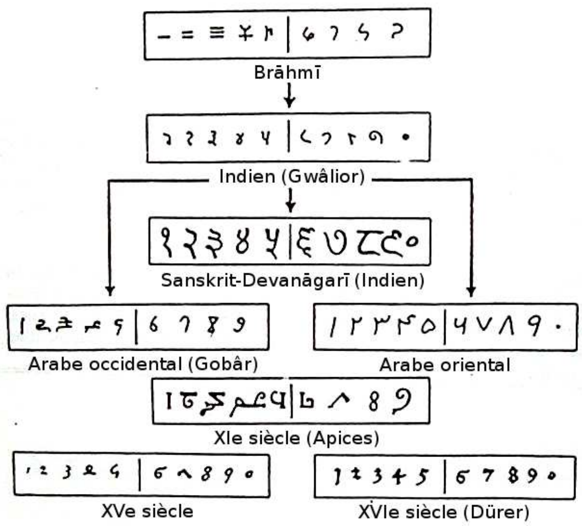
Des nombres pour compter : les nombres entiers

L'idée de quantité et sa codification visuelle sont vraisemblablement antérieures à l'apparition de l'écriture. Plusieurs procédés de comptage sont progressivement développés pour décrire la taille d'un troupeau et contrôler son évolution, suivre un calendrier ou mesurer des récoltes.
Le mot calcul vient du latin calculus (« caillou »). Il est dit que les bergers comptabilisaient leurs moutons avec des cailloux dans un pot à l'entrée et à la sortie de la bergerie. Ces objets pouvaient aussi être façonnés en argile sous la forme de demi-sphère, de sphères, de conoïdes et pouvaient figurer des animaux domestiques. [1]

Au IVemillénaire avant notre ère, les civilisations mésopotamiennes utilisent ainsi des boules creuses d'argile contenant des jetons, puis des tablettes d'argile munies de marques. Il faut attendre la fusion de ces systèmes, à la fin du IIIemillénaire avant notre ère, pour voir se former véritablement le concept du nombre abstrait, indépendant de ses réalisations concrètes. [3]

L'usage de nombres fractionnaires est déjà présent dans les fractions sexagésimales de la numération babylonienne et avec les quantièmes égyptiens il y a plus de 3 000 ans. Le système décimal est aussi développé dans plusieurs civilisations pour la numération des entiers, mais il n'apparait que très ponctuellement dans les fractions.
[4]

La graphie des chiffres arabes pourrait s'inspirer d'une numération décimale non positionnelle indienne datant du IIIesiècle av. J.-C., la numération Brahmi. Les chiffres arabes ont gagné l'Europe au Xe siècle par la péninsule ibérique, alors sous domination omeyyade. Puis leur diffusion dans le reste de l'Occident s'est poursuivie par divers modes.



Certains attribuent un rôle majeur de diffusion des chiffres arabes au mathématicien italien Leonardo Fibonacci (1175 — 1250), qui avait étudié auprès de professeurs musulmans à Béjaïa (dans l'actuelle Algérie), ramena à Pise en 1198 une partie de leur savoir et publia, en 1202, le Liber Abaci (Le livre du calcul), un traité sur les calculs et la comptabilité fondée sur le calcul décimal.

Comme beaucoup de solutions qui nous paraissent simples,
la diffusion des chiffres arabes s'est heurtée aux habitudes traditionnelles, et leur apprentissage a été progressif. À Florence (Italie), il fut d'abord interdit aux marchands de les employer dans les contrats et les documents officiels. Tant que les opérations restent simples, l'abaque pour le calcul et les chiffres romains pour la représentation graphique suffisent. À partir de la Renaissance, avec le développement exponentiel du commerce, puis des sciences, en particulier de l'astronomie et de la balistique, la nécessité d'un système de calcul puissant et rapide s'impose : les chiffres indo-arabes écartent définitivement leurs prédécesseurs romains.
Leur tracé définitif, normalisé, est attesté dès le XVe siècle. [2]

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

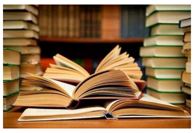
III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;
- calculer avec des nombres relatifs ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.



CULTURE

DESSINONS LES TABLES DE MULTIPLICATION

SIXIEME

Nous allons utiliser un moyen original pour dessiner les tables de multiplications !

Dans la situation ci-dessous, des cercles ont été partagés comme une horloge en 12 parts égales. Comme pour les heures, après le nombre 11 on ne trouve pas 12 mais 0. De cette manière le nombre 13 correspond au nombre 1 puisque $13 = 12 + 1$ ou encore $17 = 12 + 5$ ce qui signifie que 17 correspond au nombre 5. D'ailleurs dans le langage courant, on dira 5 h ou 17 h pour désigner l'heure de l'après-midi.

Voici comment nous allons représenter graphiquement la table de 2 :

- Il faut tracer 11 segments en partant successivement des nombres 1, 2, 3...
- comme $1 \times 2 = 2$, on relie les nombres 1 et 2 ;
- comme $2 \times 2 = 4$, on relie les nombres 2 et 4 ;
- quand le résultat dépasse 11, on procède comme pour les heures ;
- comme $6 \times 2 = 12$ et comme 12 correspond à 0, on relie les nombres 6 et 0 ;
- comme $7 \times 2 = 14$ et comme $14 = 12 + 2$ correspond à 2, on relie les nombres 7 et 2 ;
- on effectue ces opérations et ces tracés jusqu'au nombre 11.

$12 \times 1 =$
$12 \times 2 =$
$12 \times 3 =$
$12 \times 4 =$
$12 \times 5 =$
$12 \times 6 =$
$12 \times 7 =$
$12 \times 8 =$
$12 \times 9 =$
$12 \times 10 =$

Pour aider au calcul, il est utile de commencer par recopier la table de 12.

Représenter graphiquement dans le premier cercle la table de 2 en suivant la méthode ci-dessus.
Ensuite, représenter graphiquement les tables de 3 à 10 sur les cercles suivants.
Il ne reste plus qu'à admirer et essayer de comprendre les résultats !

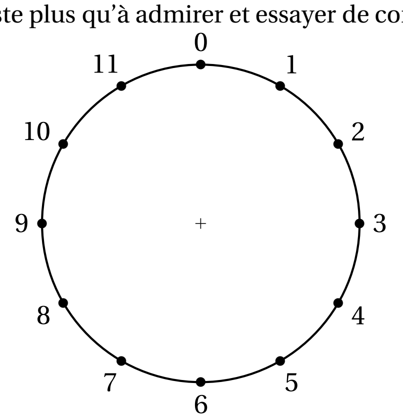


Table de 2

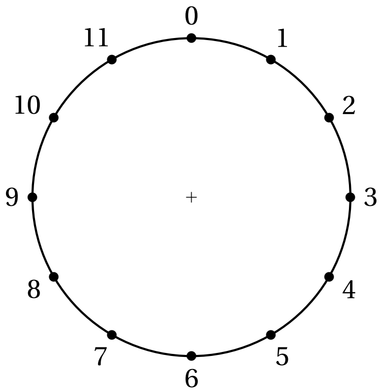


Table de 3

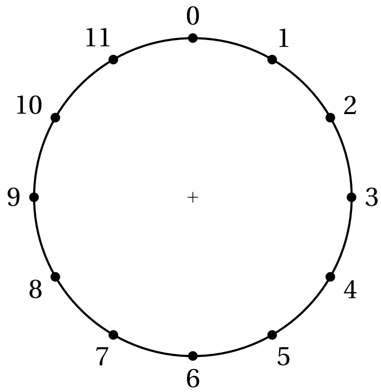


Table de 4

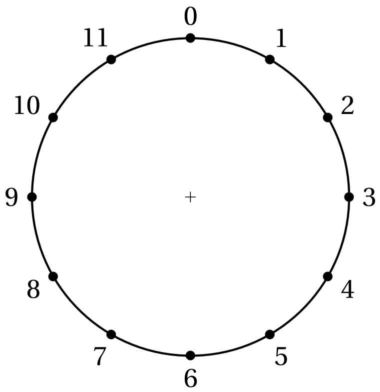


Table de 5

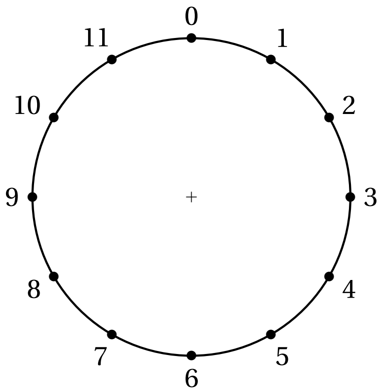


Table de 6

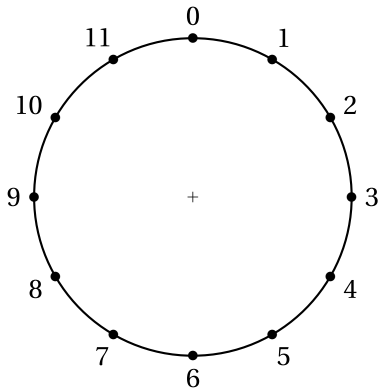


Table de 7

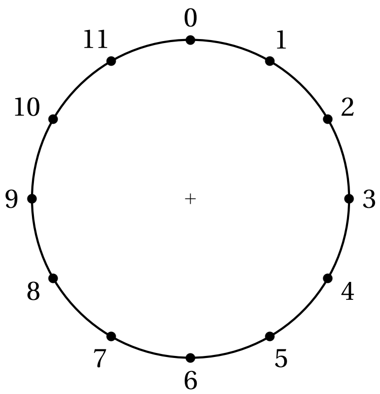


Table de 8

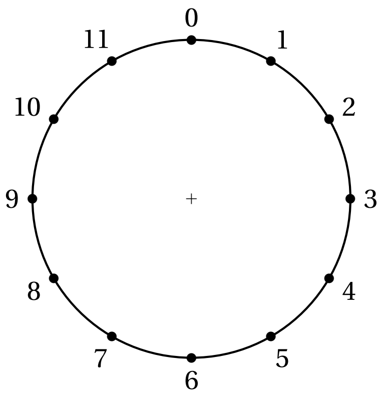


Table de 9

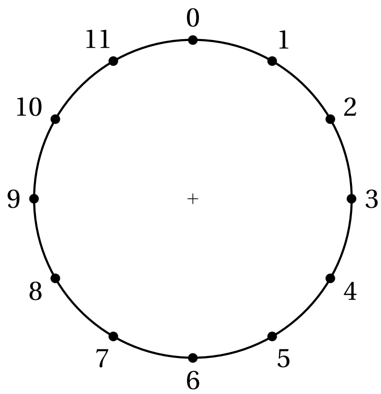
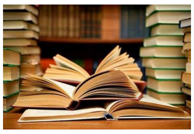


Table de 10



CULTURE

DESSINONS LES TABLES DE MULTIPLICATION — Correction

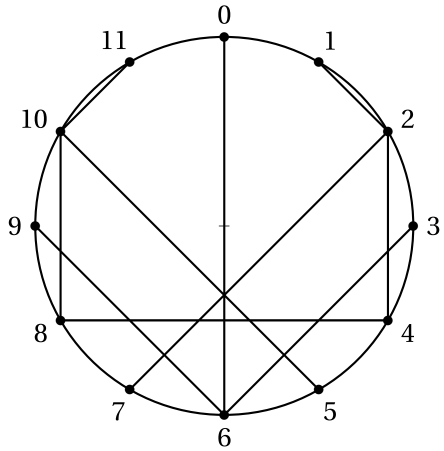


Table de 2

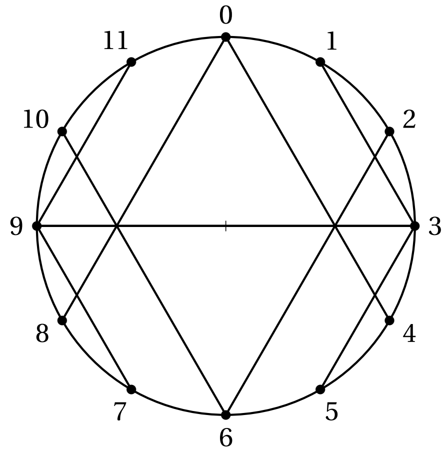


Table de 3

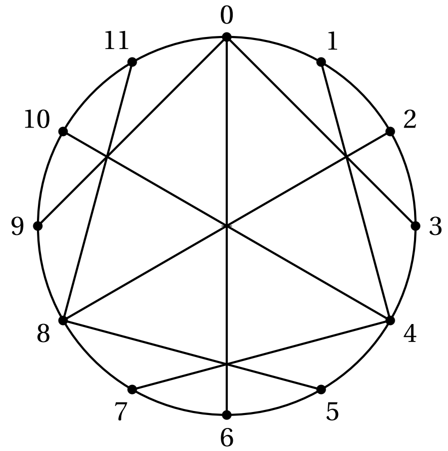


Table de 4

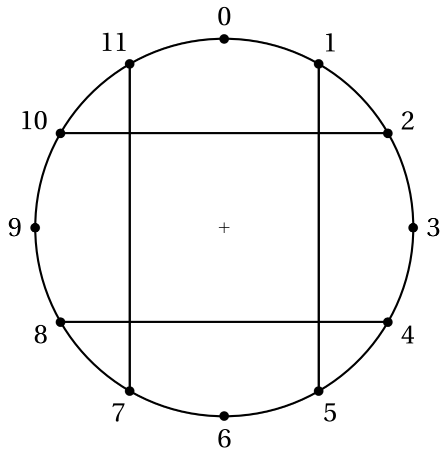


Table de 5

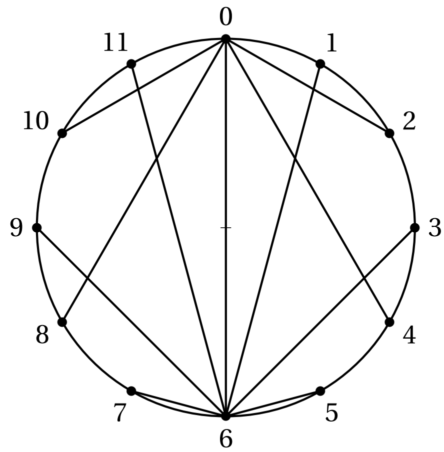


Table de 6

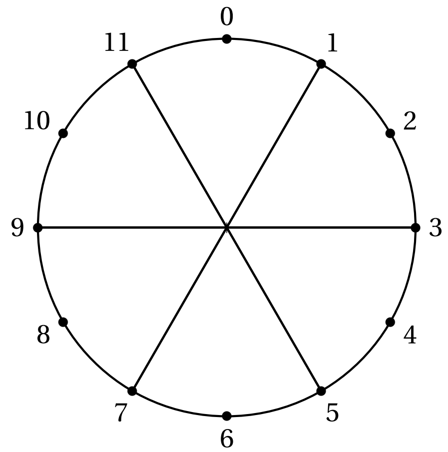


Table de 7

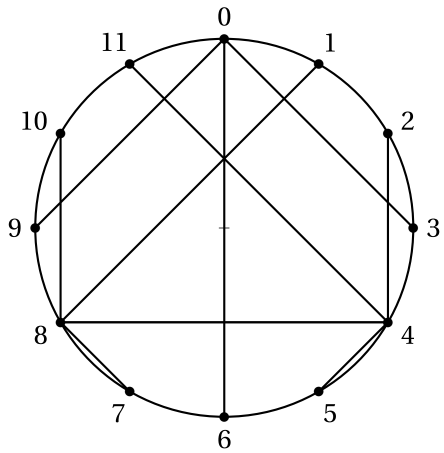


Table de 8

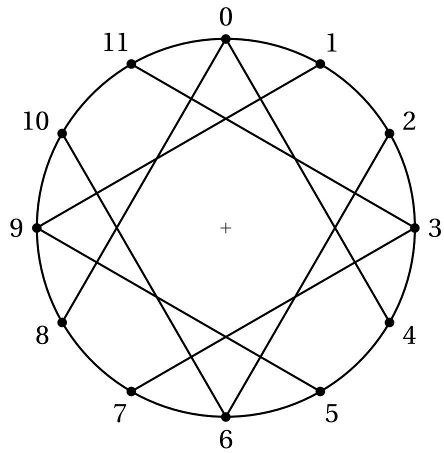


Table de 9

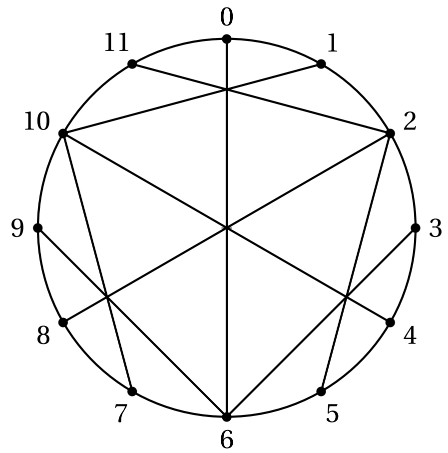
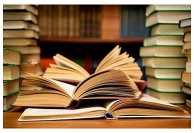


Table de 10

Quelques remarques :

- Pour toutes les tables, la figure obtenue est symétrique par rapport à l'axe vertical reliant les nombres 1 et 6 ;
- Certaines tables montrent une symétrie horizontale reliant les nombres 9 et 3. Il s'agit des tables de 3, 5, 7 et 9 : les nombres impairs !
- Les tables de 2 et 8 ainsi que 4 et 10 sont symétriques l'une de l'autre par rapport à l'axe horizontal : les nombres pairs !
- Les tables de 5 et 7 sont constituées de moins de 11 segments : 4 pour la première et 3 pour l'autre ;
- Pour les matheux, observons la table de 5. Le segment reliant 2 et 10 est doublé puisque $2\times5 = 10$ et $10 \times 5 = 50 = 12\times4+2$. On a donc $10 \times 5 = 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 5^2 = 50$. Or $5^2 \equiv 1(12)$ c'est à dire $5^2 = 12 \times 2 + 1$.
  Il manque des segments pour les tables dont le carré a pour reste 1 dans la division par 12 !

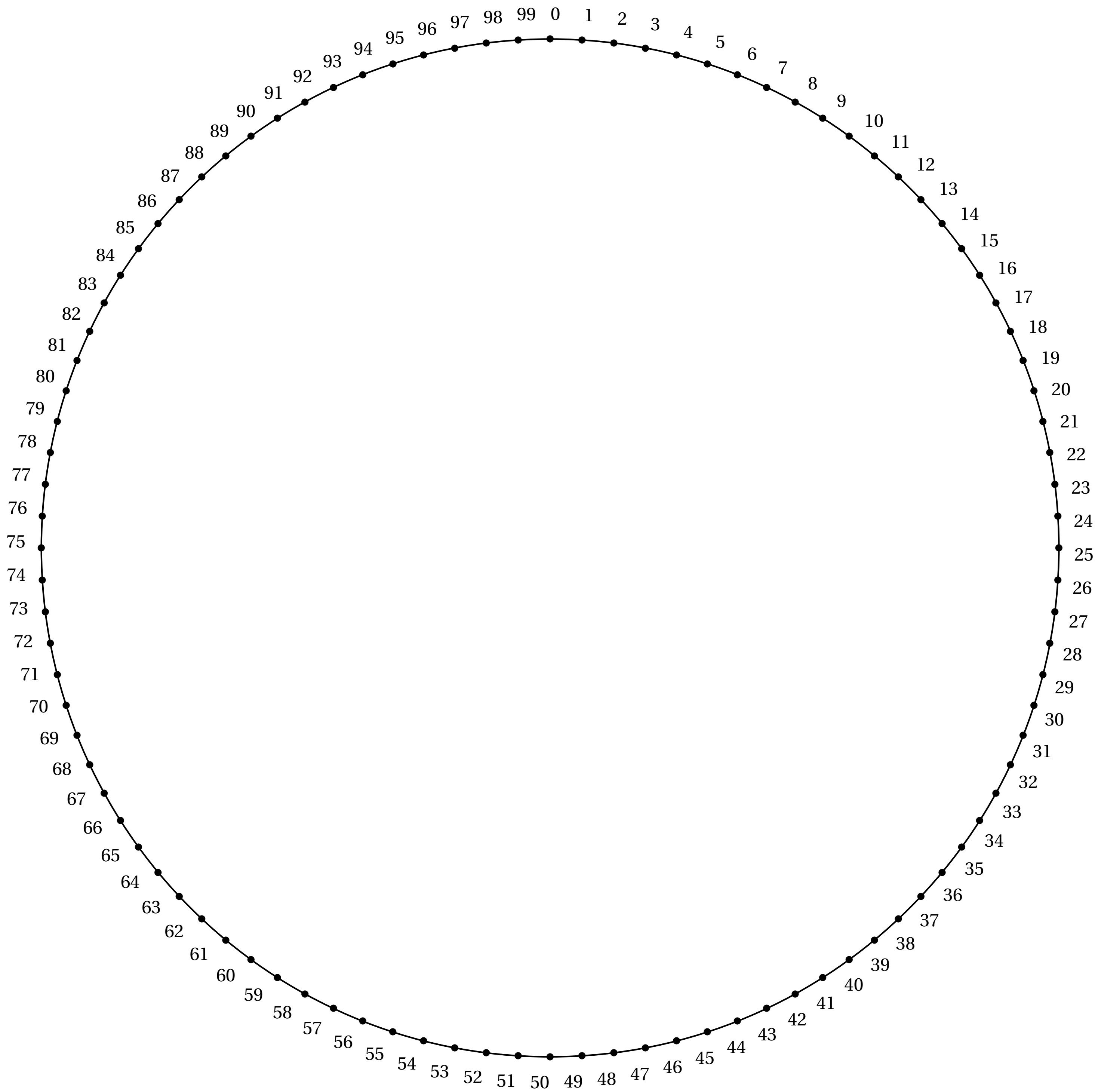


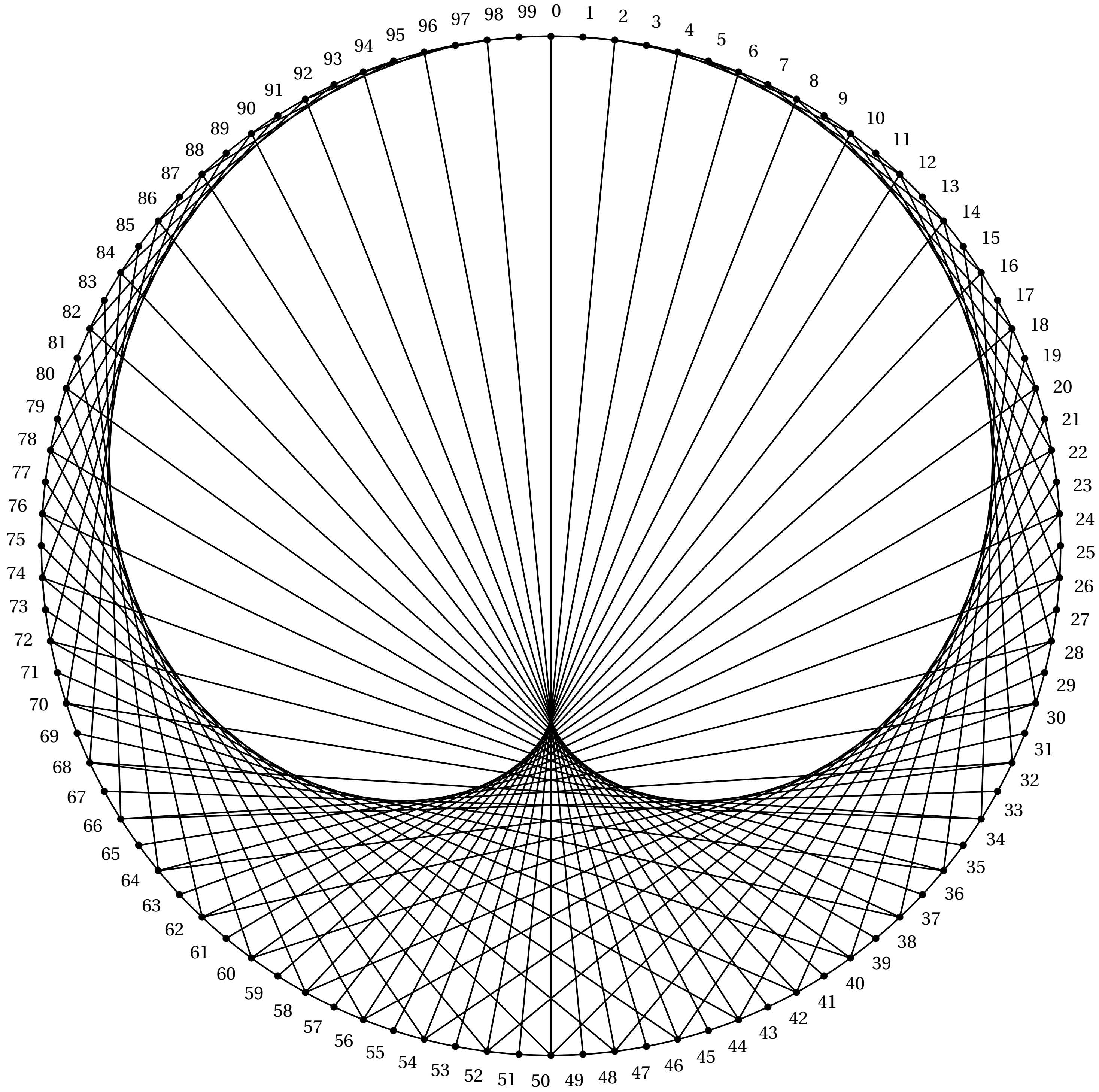
CULTURE

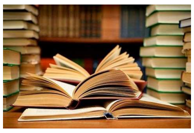
DESSINONS LES TABLES DE MULTIPLICATION

SIXIEME

Nous allons dessiner la table de multiplication par 2 en utilisant la même méthode que dans la fiche précédente. Cette fois-ci, nous avons partagé le cercle en 100 parts égales. Pour les plus persévérants d'entre vous, il va falloir tracer 100 segments pour observer la représentation graphique de la table de 2. Le résultat mérite vos efforts!




0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99

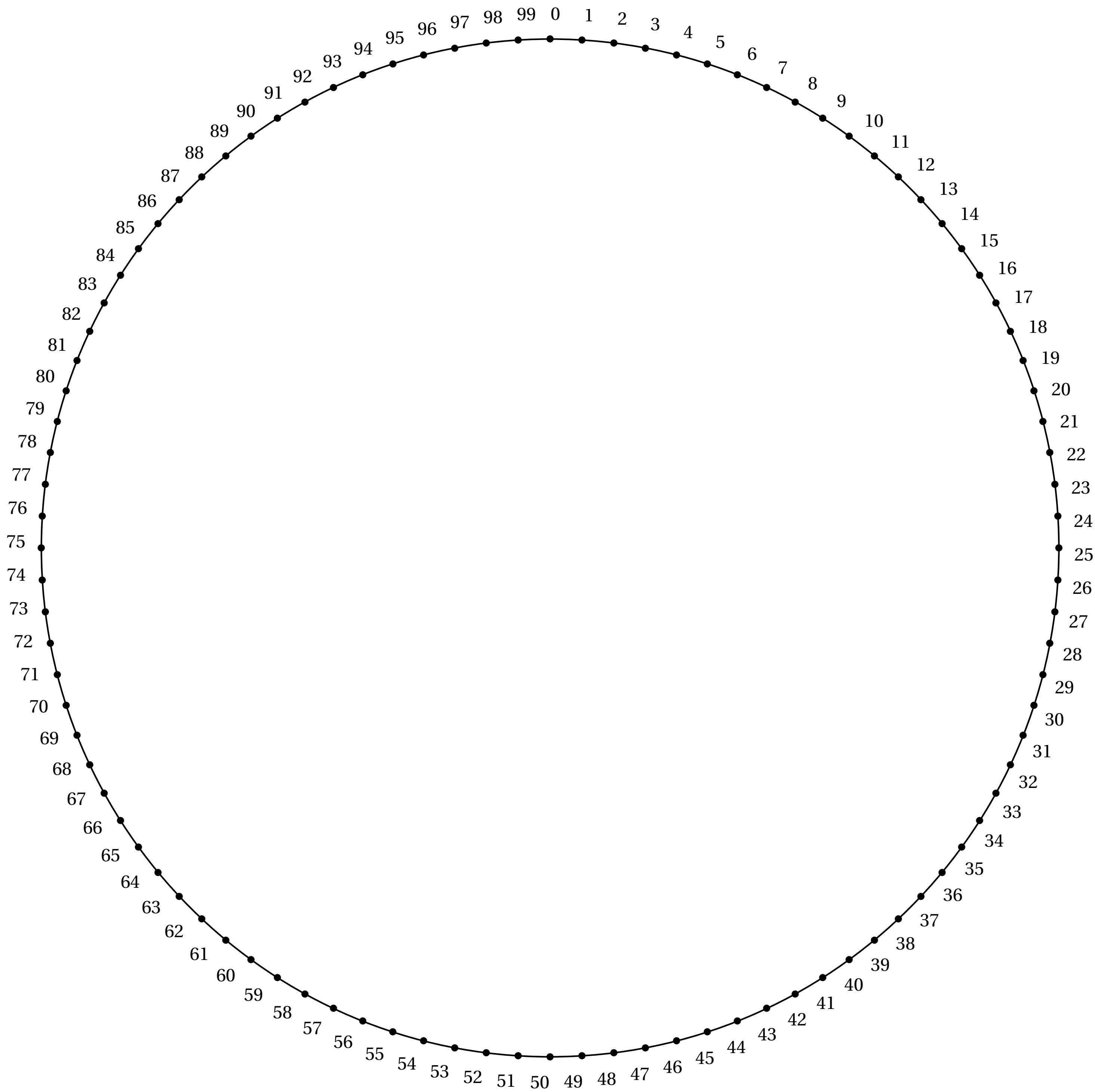


Culture

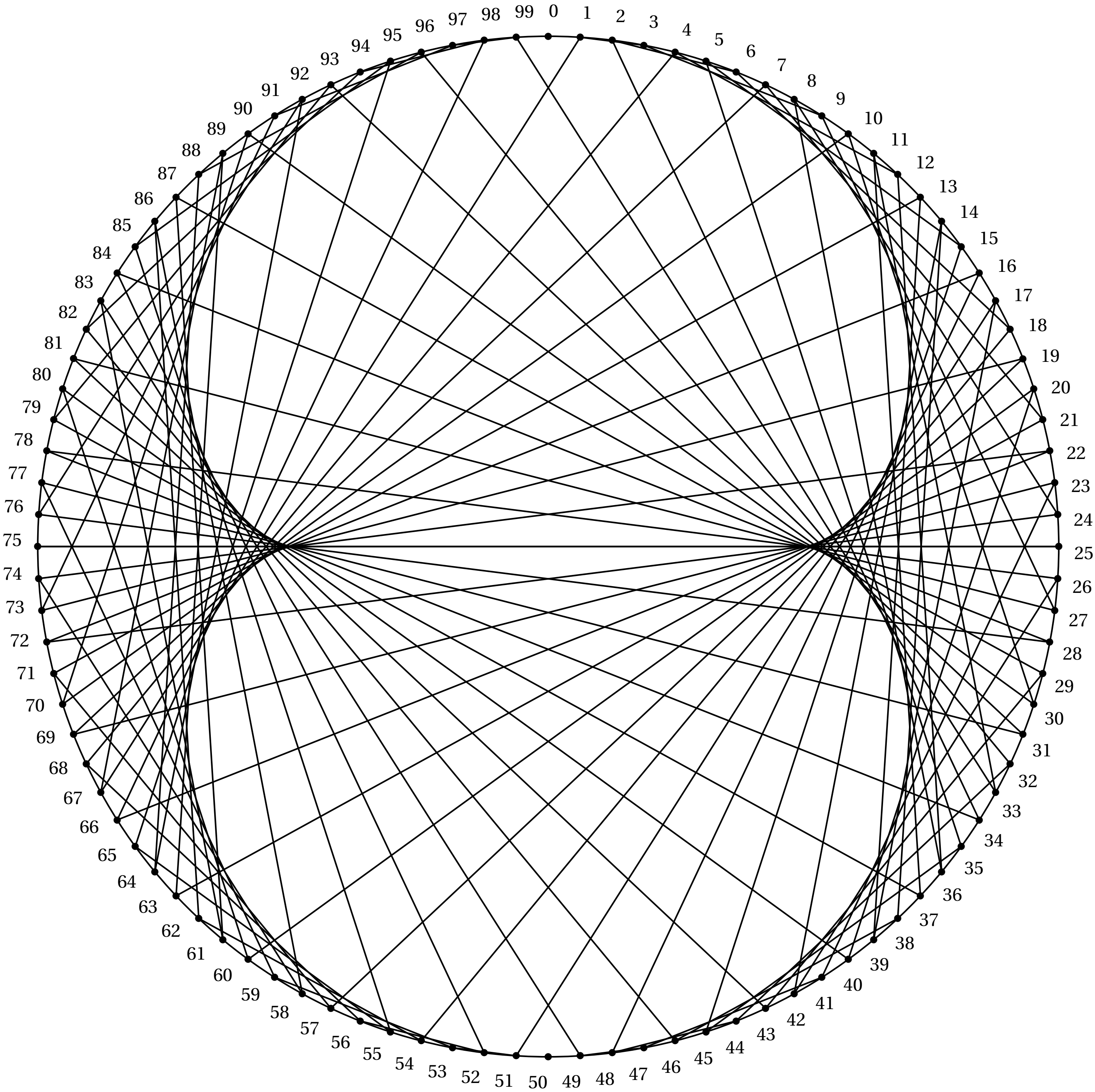
Dessinons les tables de multiplication

Sixieme

Nous allons dessiner la table de multiplication par 3 en utilisant la même méthode que dans les fiches précédentes. Le cercle est à nouveau partagé en 100 parts égales. Pour les plus persévérants d'entre vous, il va falloir tracer 100 segments pour observer la représentation graphique de la table de 3. Le résultat est tellement surprenant qu'il mérite cet effort !



DESSINONS LES TABLES DE MULTIPLICATION — Correction



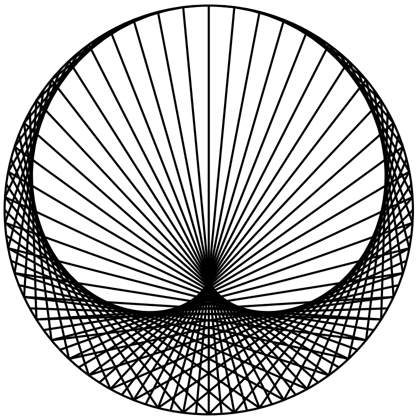


Table de 2

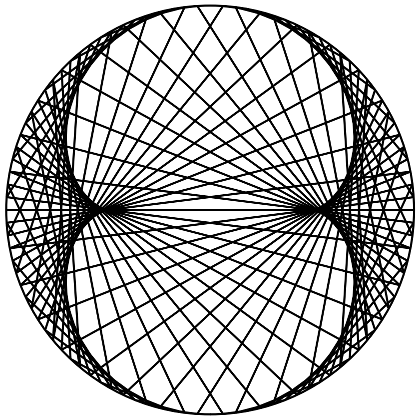


Table de 3

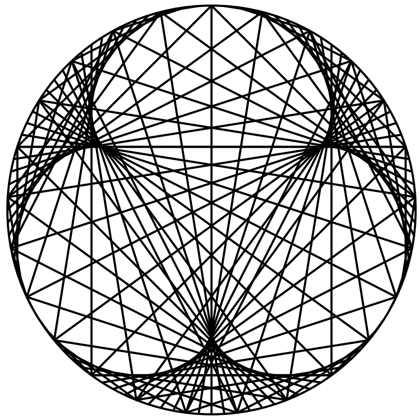


Table de 4

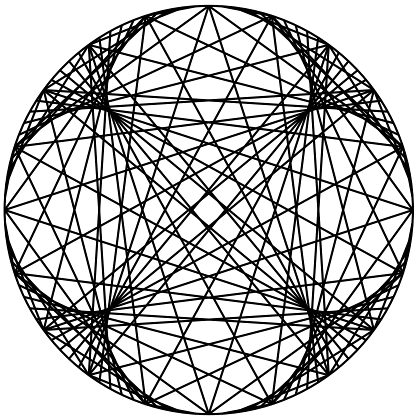


Table de 5

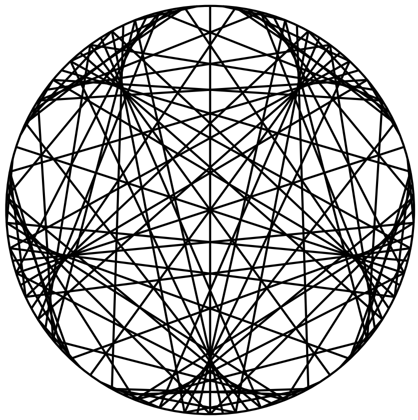


Table de 6

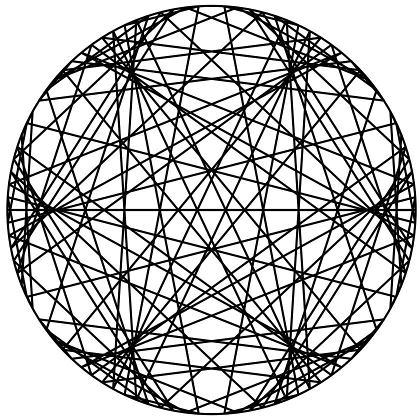


Table de 7

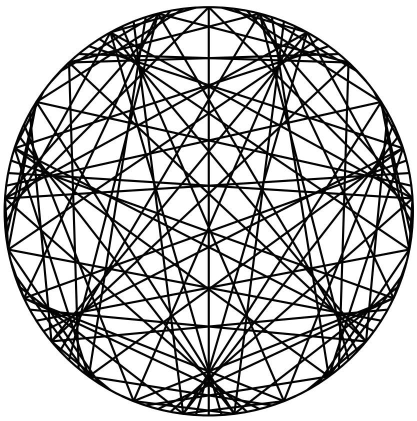


Table de 8

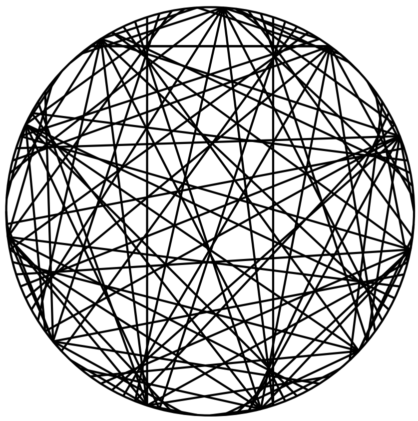


Table de 9

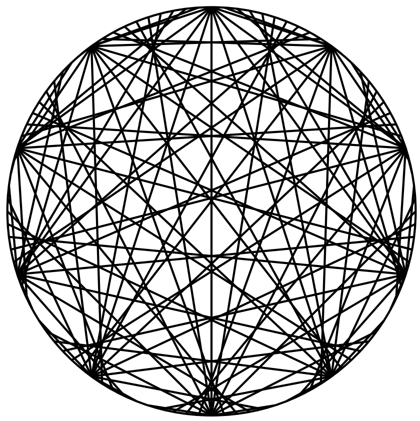


Table de 10

Quelques conjectures :

— Ces courbe semblent être des épicycloïdes ! Ces courbes correspondent à celles produites par un cercle circulant à l'extérieur d'un autre cercle. Elles ont été longtemps les modèles pour la trajectoire des planètes ;

— Le nombre de points de rebroussement pour une courbe correspond à la valeur de la table de multiplication diminuée de 1 ;

— Pour la table de 2, cette courbe se nomme une cardioïde ;

— Pour la table de 3, cette courbe se nomme une néphroïde.

CRYPTOGRAPHIE

CHIFFRE MONOALPHABÉTIQUES

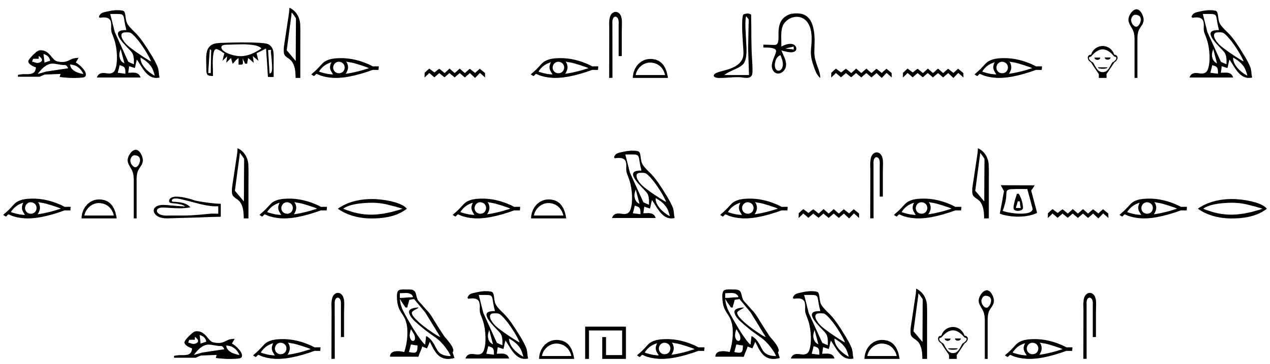
SIXIEME

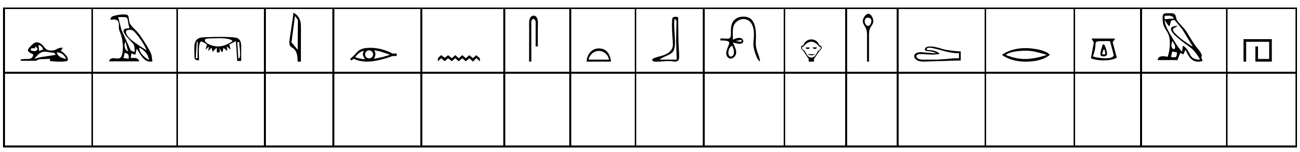
UN CHIFFRE INSPIRÉ PAR LES HIÉROGLYPHES

L'écriture hiéroglyphique remonte aux années 3250/3200 avant notre ère. Elle fut employée pendant plus de 3000 ans. En 1821, Jean-François Champollion déchiffre pour la première fois cette écriture sur la pierre de Rosette.
Le cryptogramme ci-dessous est inspiré par les caractères hiéroglyphique, mais il n'a aucun rapport avec l'écriture égyptienne qui était beaucoup plus complexe.

☞ À vous de décrypter cette citation du mathématicien et philosophe français Blaise Pascal (Clermont-Ferrand 1623 — Paris 1662) en utilisant les indices suivants :

- dans ce code un symbole représente une lettre unique de l'alphabet ;
- le dernier mot de ce cryptogramme est « MATHEMATIQUES ».





DÉCRYPTAGE :

☞ Classer les lettres de ce message dans l'ordre décroissant du nombre d'apparition :

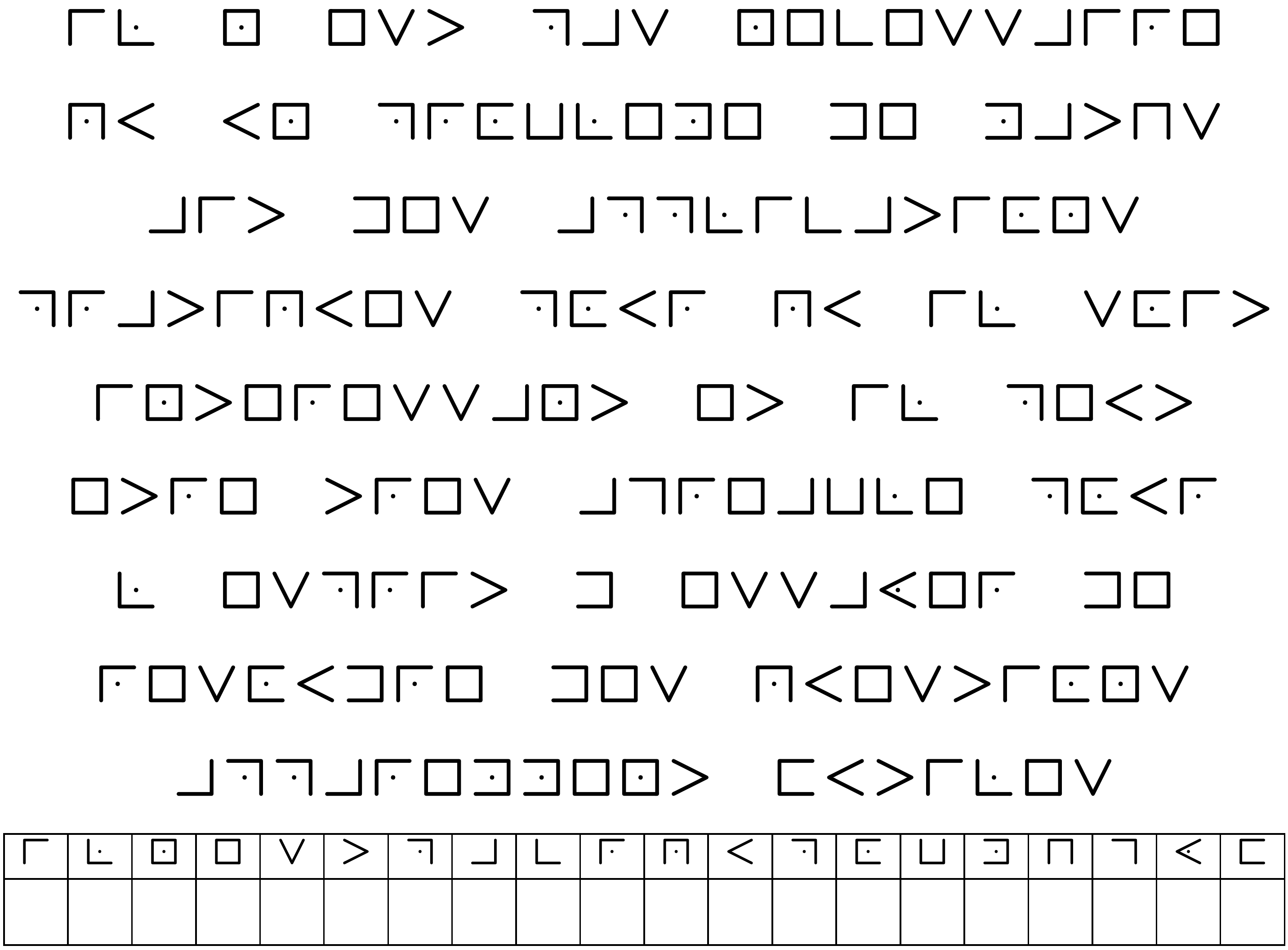
Voici les lettres de l'alphabet français les plus fréquentes dans un texte quelconque :

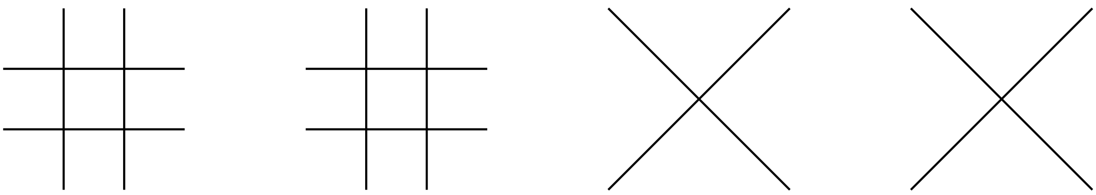
E	A	I	S	T	N	R	U	L	O	D	M	P	C	V	Q	G
16%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	1%	1%

Le philosophe arabe Abū Yūsuf Ya'qūb ibn Isḥāq al-Kindī dit Al-Kindi (Koufa 801 — Bagdad 873) au IXᵉ siècle fait la plus ancienne description de l'analyse fréquentielle. Il est très probable que cette analyse soit née des travaux effectués pour reconstituer la chronologie des révélations du Coran1. Il expose alors les fondements de cette méthode de cryptanalyse dans son traité intitulé Manuscrit sur le déchiffrement des messages cryptographiques. Il montre qu'un message chiffré conserve la trace du message clair original en gardant les fréquences d'apparitions de certaines lettres.

LE CHIFFRE DU PARC À COCHONS

☞ Décryptez la citation suivante du mathématicien norvégien Axel Thue (Tonsberg 1863 — Oslo 1922) :





DÉCRYPTAGE :

C'est au XVII^e siècle que la rose-croix et la franc-maçonnerie commencent une utilisation systématique de ce chiffre à des fins de confidentialité. Avant la fin du XVIII^e siècle, le chiffre commence à sortir des cercles maçonniques et apparaît dans certains manuels de terrain à destination des soldats combattant dans l'armée continentale au cours de la guerre d'indépendance des États-Unis. Il est encore et surtout utilisé à des fins de divertissement.

Cryptographie

Chiffre monoalphabétiques — Correction

La numération Maya

Sixieme

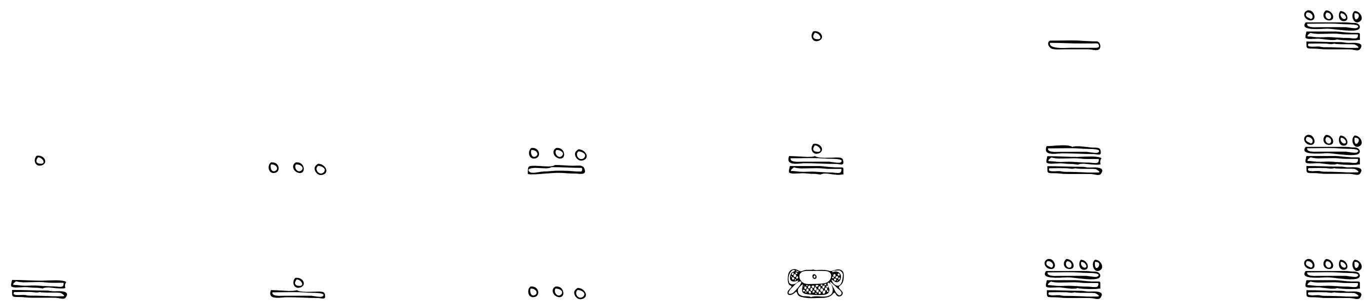
Histoire

La civilisation Maya est une ancienne civilisation principalement connue pour ses avancées dans les domaines de l'écriture, de l'art, de l'architecture, de l'agriculture, des mathématiques et de l'astronomie. C'est une des plus anciennes civilisations d'Amérique : ses origines remontent à la préhistoire.
Les Mayas sont demeurés ignorés des chercheurs jusqu'au début du XIXesiècle. La forêt avait repris ses droits sur la plupart de leurs cités, et, peu après la conquête espagnole, aux XVIeet XVIIesiècles, les prêtres européens avaient brûlé la quasi-totalité des livres en écorce de figuier laissés par les Mayas.

Les Mayas utilisaient une numération positionnelle vicésimale (en base vingt). Les chiffres étaient écrits du bas vers le haut. Le premier chiffre est celui des unités, le deuxième celui des vingtaines puis chaque étage correspond à 20 fois l'étage précédent (1 ; 20 ; $20 \times 20 = 400$; $20 \times 400 = 8\,000$...).
Voici leurs chiffres :

Zéro	Un	Deux	Trois	Quatre	Cinq	Six	Sept	Huit	Neuf
Dix	Onze	Douze	Treize	Quatorze	Quinze	Seize	Dix-sept	Dix-huit	Dix-neuf

1. Écrire sous forme décimale les nombres Mayas suivants :



2. Écrire sous forme de nombres Mayas les nombres décimaux suivants :

387   1 789   2 021   7 999   83 156   1 000 000

La numération Maya — Correction

SITUATION INITIALE : La population mondiale

Il y a en 2019 environ 7 726 331 078 habitants sur la planète.
Voici la liste alphabétique des 20 pays les plus peuplés en 2019 :

— **Allemagne** (Europe) — 82 850 000 habitants — BERLIN — 357 022 km^2 ;
— **Bangladesh** (Asie) — 160 339 154 habitants — DACCA — 143 998 km^2 ;
— **Brésil** (Amérique) — 207 096 196 habitants — BRASILIA — 8 514 876 km^2 ;
— **Chine** (Asie) — 1 415 045 928 habitants — PÉKIN — 9 596 560 km^2 ;
— **Égypte** (Afrique) — 99 375 741 habitants — LE CAIRE — 1 001 450 km^2 ;
— **États-Unis** (Amérique) — 328 386 400 habitants — WASHINGTON — 9 833 517 km^2 ;
— **Éthiopie** (Afrique) — 102 374 044 habitants — ADDIS-ABEBA — 1 127 127 km^2 ;
— **France** (Europe) — 66 993 000 habitants — PARIS — 632 734 km^2 ;
— **Inde** (Asie) — 1 355 621 800 habitants — NEW DELHI — 3 287 263 km^2 ;
— **Indonésie** (Asie) — 266 471 000 habitants — JAKARTA — 1 904 569 km^2 ;
— **Iran** (Asie) — 82 801 633 habitants — TÉHÉRAN — 1 648 195 km^2 ;
— **Japon** (Asie) — 126 420 000 habitants — TOKYO — 377 915 km^2 ;
— **Mexique** (Amérique) — 126 577 691 habitants — MEXICO — 1 964 375 km^2 ;
— **Nigeria** (Afrique) — 190 632 261 habitants — ABUJA — 923 768 km^2 ;
— **Pakistan** (Asie) — 207 774 520 habitants — ISLAMABAD — 881 913 km^2 ;
— **Philippines** (Asie) — 107 008 620 habitants — MANILLE — 300 400 km^2 ;
— **République Démocratique du Congo** (Afrique) — 86 895 206 habitants — KINSHASA — 2 345 410 km^2 ;
— **Russie** (Asie) — 146 544 710 habitants — MOSCOU — 17 125 191 km^2 ;
— **Turquie** (Asie) : 82 835 090 habitants — ANKARA — 783 562 km^2 ;
— **Viêt Nam** (Asie) — 91 700 000 habitants — HANOI — 330 967 km^2.

1. Quelles sont les informations fournies pour chaque pays ?

2. Pour chaque continent, quel est le pays le plus peuplé ?

3. Classer ces pays dans l'ordre décroissant de leur population ?

4. Classer ces pays dans l'ordre croissant de leur superficie ?

5. Il y a-t-il un lien entre la taille de la population et la superficie d'un pays ?

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

❧ **Définition 1.1 : Écriture positionnelle**

Les **entiers naturels** sont les **nombres** qui permettent de compter des objets.
Un nombre entier peut s'écrire en utilisant les 10 **chiffres** indo-arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
On utilise pour cela la **notation positionnelle** où chaque chiffre à un sens différent suivant sa position dans le nombre.

Exemples :

Milliards			Millions			Milliers			Unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
								2	0	1	9
				1	2	3	4	5	6	7	8
9	0	8	0	7	0	6	0	5	0	4	1

On peut décomposer ces nombres entiers :
$2\,019 = 2\times 1\,000 + 0\times 100 + 1\times 10 + 9\times 1$
Deux-mille-dix-neuf

$12\,345\,678 = 1\times 10\,000\,000 + 2\times 1\,000\,000 + 3\times 100\,000 + 4\times 10\,000 + 5\times 1\,000 + 6\times 100 + 7\times 10 + 8\times 1$
Douze-millions-trois-cent-quarante-cinq-mille-six-cent-soisante-dix-huit

$908\,070\,605\,041 = 9\times 100\,000\,000\,000 + 8\times 1\,000\,000\,000 + 7\times 10\,000\,000 + 6\times 100\,000 + 5\times 1\,000 + 4\times 10 + 1\times 1$
Neuf-cent-huit-milliards-soixante-dix-millions-six-cent-cinq-mille-quarante-et-un

Remarque importante :

On adopte la convention suivante :
Dans une succession d'opérations, additions, soustractions et multiplications, on convient de toujours commencer par les multiplications.
On dit que **la multiplication est prioritaire** devant l'addition et la soustraction. **Exemple :**
L'expression $5\times 1\,000 + 6\times 100$ revient à l'expression $(5\times 1\,000) + (6\times 100)$.

Deux décompositions complémentaires : :
L'écriture décimale permet d'obtenir la décomposition suivante :
$123\,456 = 1\times 100\,000 + 2\times 10\,000 + 3\times 1\,000 + 4\times 100 + 5\times 10 + 6\times 1$
Cette décomposition simplifie la lecture du sens de chaque chiffre :

- 1 est le chiffre des centaines de milliers;
- 2 est le chiffre des dizaines de milliers;
- 3 est le chiffre des unités de milliers;
- 4 est le chiffre des centaines;
- 5 est le chiffre des dizaines;
- 6 est le chiffre des unités.

Des décompositions souvent utiles sont les suivantes :

- $123\,456 = 123\,450 + 6 = 12\,345\times 10 + 6$;
- $123\,456 = 123\,400 + 56 = 1\,234\times 100 + 56$;
- $123\,456 = 123\,000 + 456 = 123\times 1\,000 + 456$;
- $123\,456 = 120\,000 + 3\,456 = 12\times 10\,000 + 3\,456$;
- $123\,456 = 100\,000 + 23\,456 = 1\times 100\,000 + 23\,456$.

Ces décompositions permettent de dire que :

- Le nombre de dizaines dans 123 456 est 12 345 ;
- Le nombre de centaines dans 123 456 est 1 234 ;
- Le nombre de milliers dans 123 456 est 123 ;
- Le nombre de dizaines de milliers dans 123 456 est 12 ;
- Le nombre de centaines de milliers dans 123 456 est 1.

RÈGLES ORTHOGRAPHIQUES :

- on met un trait d'union entre tous les mots ;
- cent et vingt sont invariables sauf quand il s'agit de centaines ou de vingtaines entières ;
- mille est invariable ;
- million et milliard prennent un s au pluriel.

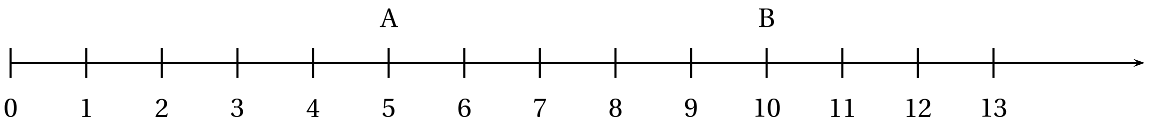
EXEMPLES :
Les quatre mousquetaires.
Le tour du monde en quatre-vingts jours.
Mille-neuf-cent-quatre-vingt-quatre.
Les quatre-cents coups.
Deux-mille-dix-neuf.

II — La demi-droite graduée

DÉFINITION 1.2 : La demi-droite graduée

On représente les nombres entiers sur la demi-droite graduée. Cette demi-droite est constituée :

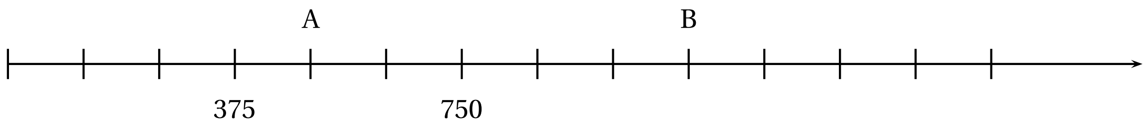
- d'une **origine** qui correspond au nombre 0 ;
- d'une **unité** qui indique le pas sur la demi-droite ;
- d'un **sens** de lecture.



On dit que

- 5 est **l'abscisse** du point A ;
- 10 est **l'abscisse** du point B.

MÉTHODE 1 . 1 : Lire une droite graduée
L'unité n'est pas toujours indiquée de la même manière sur une droite graduée :



Dans cette situation, il y a 3 graduations entre 375 et 750.
L'écart entre 750 et 375 est $750 - 375 = 375$.
Or $375 \div 3 = 125$ donc chaque graduation représentent 125 unités.
Ainsi A a pour abscisse $375 + 125 = 500$ et B pour abscisse $725 + 3 \times 125 = 1\,100$

Définition 1.3 : Les symboles de comparaison

Nous utilisons 3 symboles de comparaison :

- $=$ — **égal** : permet d'indiquer que deux expressions correspondent au même nombre : $3+4=7$;
- $<$ — **inférieur** ou **plus petit** : indique que l'expression de gauche est plus petite que celle de droite $8<9$
- $>$ — **supérieur** ou **plus grand** : indique que l'expression de gauche est plus grande que celle de droite $10+1>10-1$

Classer des nombres dans **l'ordre croissant** signifie les classer du plus petit au plus grand.
Classer des nombres dans **l'ordre décroissant** signifie les classer du plus grand au plus petit.

III — Somme, différence et produit de nombres entiers

Définition 1.4 : Somme, différence et produit

Le résultat d'une **addition** de **termes** est appelée **la somme** .
Le résultat d'une **soustraction** de **termes** est appelée **la différence** .
Le résultat d'une **multiplication** de **facteurs** est appelée **le produit** .

Sens et propriétés des opérations sur les entiers :

- L' **addition** de deux nombres entiers revient à dénombrer la réunion de quantités de même nature.
  Par exemple, ajouter 4 à 9 revient à dénombrer la réunion de 9 pommes avec 4 pommes, ce qui revient à un ensemble de 13 pommes. La nature de l'objet choisi n'a pas d'importance. C'est la raison pour laquelle on écrit $4+9=13$.
  L'ordre dans lequel on effectue une addition n'a pas d'importance ![1]
- La **soustraction** de deux nombres entiers revient à dénombrer l'écart entre le plus grand et le plus petit. Cela revient à calculer ce qu'il faut ajouter au plus petit entier pour obtenir le plus grand.
  Par exemple soustraire 9 à 4 revient à calculer le nombre entier $\heartsuit$ tel que $4+\heartsuit=9$. Ainsi $9-4=5$ car $4+5=9$
  L'ordre est important dans la soustraction : on soustrait un nombre entier à un plus grand !
- La **multiplication** de deux nombres entiers revient à effectuer des additions successives.
  Par exemple, multiplier 4 par 9 revient à effectuer $\underbrace{4+4+4+4+4+4+4+4+4}_{9 \text{ fois}}=36$
  On remarque que multiplier 4 par 9 revient à multiplier 9 par 4 car $\underbrace{9+9+9+9}_{4 \text{ fois}}=36$
  L'ordre dans lequel on effectue une multiplication n'a pas d'importance !

Méthode 1 . 2 : Algorithmes d'addition, de soustraction et de multiplication des entiers

- Addition des entiers On place le nombres les uns en dessous des autres en alignant les chiffres. On effectue la somme de chaque colonne, on écrit le chiffre des unités de cette somme en bas de la colonne et le nombre de dizaine au sommet de la colonne de chiffres suivante sous forme de retenue.
  Par exemple :

$$\begin{array}{cccccc} & & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ & & 2 & 0 & 1 & 9 \\ + & 6 & 7 & 8 & 9 & 7 \\ \hline & 6 & 9 & 9 & 1 & 6 \end{array}$$

- Soustraction des entiers On place le plus grand nombre en premier puis le second en dessous en alignant les chiffres. Quand le chiffre du dessus est inférieur à celui du dessous on retire une unité au chiffre suivant ce qui permet d'ajouter 10 et d'effectuer la soustraction.
  Par exemple :

$$
\begin{array}{cccccc}
 & 6 & 9 & 9 & {}_{1}1 & {}_{1}6 \\
- & & 2 & {}_{1}0 & {}_{1}1 & 9 \\
\hline
 & 6 & 7 & 8 & 9 & 7
\end{array}
$$

— Multiplication des entiers On place les deux nombres l'un en dessous de l'autre sans forcément aligner les chiffres. On effectue les multiplications successives.

Par exemple :

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 2 & 0 & 1 & 9 \\
 & & \times & & 6 & 7 & 8 \\
\cline{3-7}
 & & 1 & 6 & 1 & 5 & 2 \\
 & 1 & 4 & 1 & 3 & 3 & \cdot \\
1 & 2 & 1 & 1 & 4 & \cdot & \cdot \\
\hline
1 & 3 & 6 & 8 & 8 & 8 & 2
\end{array}
$$

Vocabulaire :

✧ **Chiffres :** Symboles utilisés pour écrire les nombres. Les romains utilisaient par exemple les symboles I, V, X, D, C. Nous utilisons les 10 chiffres arabes 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 pour écrire les nombres entiers. 9, par exemple, est un nombre, il s'écrit avec un seul chiffre. Un chiffre est à un nombre ce qu'une lettre est à un mot : une lettre ne porte aucun sens, ce n'est qu'un symbole, même si certains mots s'écrivent avec une seule lettre.

✧ **Double :** Le résultat d'une multiplication par 2 : 14 est le double de 7.

✧ **Entier naturel :** Ce sont les nombres dont on se sert pour compter des collections de choses, ceux avec lesquels on compte sur nos doigts. On les appelle aussi les nombres entiers.

✧ **Écriture positionnelle :** C'est une méthode d'écriture des nombres avec des chiffres où chaque chiffre a un sens différent suivant sa position. On parle de chiffre des unités, des dizaines, des centaines...

✧ **Inférieur :** Synonyme de plus petit que. 9 est inférieur à 10.

✧ **Moitié :** Le résultat d'une division par 2 : 7 est la moitié de 14.

✧ **Nombre :** Désigne une quantité que l'on compte ou que l'on mesure. 3 est un nombre, $3,67$ aussi.

✧ **Ordre croissant :** Classer des nombres du plus petit au plus grand.

✧ **Ordre décroissant :** Classer des nombres du plus grand au plus petit.

✧ **Quadruple :** Le résultat de la multiplication par 4 : 24 est le quadruple de 6.

✧ **Quart :** Le résultat de la division par 4 : 6 est le quart de 24.

✧ **Supérieur :** Synonyme de plus grand que. 10 est supérieur à 9.

✧ **Tiers :** Le résultat d'une division par 3 : 9 est le tiers de 27.

✧ **Triple :** Le résultat d'une multiplication par 3 : 27 est le triple de 9.

QUESTION DU JOUR N° 1 : Nombre mystérieux

Vous devez découvrir un nombre mystérieux.
Ce nombre entier s'écrit avec 6 chiffres. Son chiffre des unités simples est le double de celui de ces centaines de milliers. Le chiffre des centaines vaut la moitié de celui des dizaines de milliers. Le chiffre des dizaines et celui des unités de milliers sont identiques. La somme des 6 chiffres est égale à 20.

Quel est ce nombre ? (Il y a 9 solutions !)

QUESTION DU JOUR N° 2 : Nombre mystérieux – Épisode 2

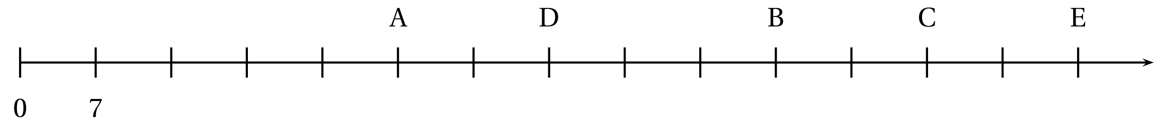
Vous devez découvrir un nombre mystérieux.
Ce nombre entier s'écrit avec 9 chiffres, tous différents et sans zéro. Le chiffre des unités de milliers vaut le quadruple de celui des centaines de millions. Le chiffre des centaines de millions est le double de celui des dizaines de milliers. Le chiffre des centaines de millions vaut la moitié des unités de millions. Le chiffre des dizaines de millions vaut le tiers des unités simples. Le chiffre des dizaines vaut le double de celui des dizaines de millions.

Quel est ce nombre ? (Il y a 2 solutions !)

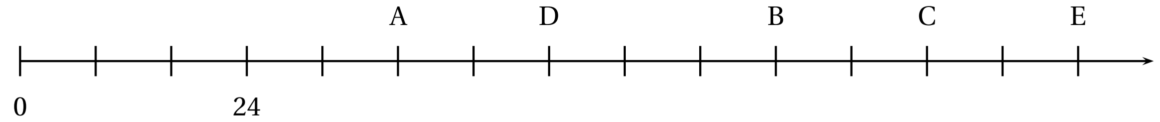
QUESTION DU JOUR N° 3 : Nombre mystérieux – Épisode 3

Vous devez découvrir un nombre mystérieux.
Ce nombre entier s'écrit avec 6 chiffres. Son chiffre des unités simples est le triple de celui des unités de milliers. Son chiffre des dizaines de milliers vaut le quart de celui des centaines. Le chiffre des dizaines vaut la moitié de celui des centaines de milliers. La somme des 6 chiffres est égale à 30.
Quel est ce nombre ?

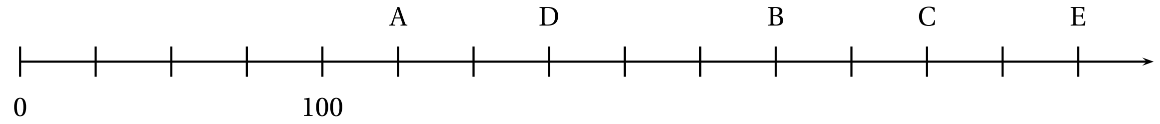
QUESTION DU JOUR N° 4 : Droite graduée



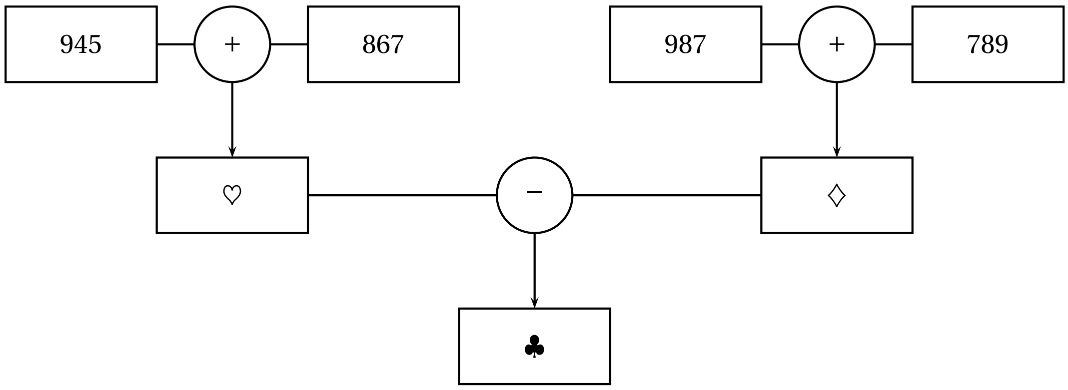
QUESTION DU JOUR N° 5 : Droite graduée – Épisode 2



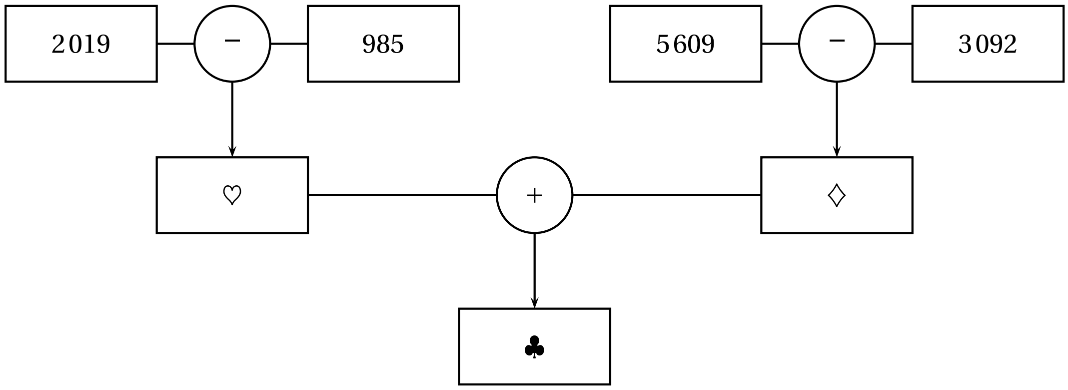
QUESTION DU JOUR N° 6 : Droite graduée – Épisode 3



QUESTION DU JOUR N° 7 : Algorithme



QUESTION DU JOUR N° 8 : Algorithme – Épisode 2



CORRECTION DU JOUR Nº 1 : Nombre mystérieux

Les 9 solutions : 361 316 – 441 218 – 281 414 – 324 146 – 164 342 – 244 244 – 404 048 – 127 172 – 207 074

CORRECTION DU JOUR Nº 2 : Nombre mystérieux – Épisode 2

Deux solutions : 234 518 769 – 234 718 569

CORRECTION DU JOUR Nº 3 : Nombre mystérieux – Épisode 3

Une seule solution : 822 846

CORRECTION DU JOUR Nº 4 : Droite graduée

A(35) – B(70) – C(84) – D(49) – E(98)

CORRECTION DU JOUR Nº 5 : Droite graduée – Épisode 2

A(40) – B(80) – C(96) – D(56) – E(112)

CORRECTION DU JOUR Nº 6 : Droite graduée – Épisode 3

A(125) – B(250) – C(300) – D(175) – E(350)

CORRECTION DU JOUR Nº 7 : Algorithme

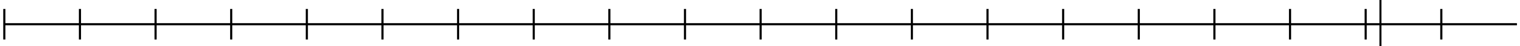
$\heartsuit = 1812$ – $\diamondsuit = 1776$ – $\clubsuit = 36$

CORRECTION DU JOUR Nº 8 : Algorithme – Épisode 2

$\heartsuit = 1034$ – $\diamondsuit = 2517$ – $\clubsuit = 3551$

Exercices

Exercice n° 1.1 : Test



1]

EXERCICE N° 1.1 : Test

CORRECTION

DEVOIR MAISON : LES NOMBRES ENTIERS — **L'ordre lexicographique**

1. Écrire en lettres en les classant dans l'ordre alphabétique les nombres entiers compris entre 1 et 20.

2. On imagine avoir classé dans l'ordre alphabétique tous les nombres compris entre 1 et 100.
Quels sont les trois premiers nombres de cette liste ?
Quels sont les trois derniers nombres de cette liste ?
Donner la réponse en écrivant les nombres en lettres et en chiffres.

3. On imagine maintenant avoir classé dans l'ordre alphabétique tous les nombres compris entre 1 et 1 000 000.
Quels sont les cinq premiers nombres de cette liste ?
Quels sont les cinq derniers nombres de cette liste ?
Donner la réponse en écrivant les nombres en lettres et en chiffres.

4. Écrire en lettres en les classant dans l'ordre alphabétique les nombres entiers compris entre 1 et 20 en **anglais** !

Défi : Quel est le nombre entier inférieur à 1 000 000 000 qui s'écrit en utilisant le plus de lettres en français (on ne compte pas les traits d'union !) ?

DEVOIR MAISON : Les nombres entiers – Éléments de correction

L'ordre lexicographique

1. cinq — deux — dix — dix-huit — dix-neuf — dix-sept — douze — huit — neuf — onze — quatorze — quatre — quinze — seize — sept — six — treize — trois — un — vingt

2. Les trois premiers : cent — cinq — cinquante soit 100 — 5 — 50
Les trois derniers : vingt-sept — vingt-six — vingt-trois soit 27 — 26 — 23

3. Les cinq premiers : cent — cent-cinq — cent-cinquante — cent-cinquante-cinq — cent-cinquante-deux soit 100 — 105 — 150 — 155 — 152
Les cinq derniers : vingt-trois-mille-vingt-neuf — vingt-trois-mille-vingt-quatre — vingt-trois-mille-vingt-sept — vingt-trois-mille-vingt-six — vingt-trois-mille-vingt-trois soit 23 029 — 23 024 — 23 027 — 23 026 — 23 023

4. eight — eighteen — eleven — fifteen — five — four — fourteen — nine — nineteen — one — ten — thirteen — three — twelve — twenty — two — seven — seventeen — six — sixteen

Défi : quatre-cent-quatre-vingt-quatorze-millions-quatre-cent-quatre-vingt-quatorze-mille-quatre-cent-quatre-vingt-quatorze : 100 lettres !
Soit 494 494 494 : 9 chiffres seulement !

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Compétences et savoirs faire	MI	MF	MS	TB
Connaître les unités de numération décimale pour les nombres entiers				
Décomposer les grands nombres entiers				
Ranger des nombres entiers				
Encadrer des nombres entiers				
Repérer des nombres entiers sur une demi-droite graduée				
Poser une addition de nombres entiers				
Poser une soustraction de nombres entiers				
Poser une multiplication de nombres entiers				
Connaître le vocabulaire des opérations				
Expliquer sa démarche ou son raisonnement				

Exercice 1 : Écrire les nombres suivants en utilisant l'écriture décimale :

— trois-mille-huit-cent-quatre-vingt-dix-sept :
— dix-millions-six-cents-soixante-treize-mille-trente :
— cinq-cent-sept-milliards-huit-cent-treize-millions-six-cent-quarante-cinq-mille-deux-cent-six :
— trente-deux-milliards-soixante-sept-mille-trente-et-un :
— un-milliard-un-million-mille-un :

Exercice 2 : Observez bien le nombre 876 031 452

Complétez maintenant le tableau suivant :

6	est le chiffre des	
5	est le chiffre des	
8	est le chiffre des	
	est le chiffre des	unités de milliers
0	est le chiffre des	
4	est le chiffre des	

Exercice 3 Observez bien le nombre 145 900

Répondez aux questions suivantes :

Combien il y a-t-il de centaines dans ce nombre ?

Quel est le chiffre des centaines de ce nombre ?

Combien il y a-t-il de dizaines de milliers dans ce nombre ?

Combien il y a-t-il de dizaines dans ce nombre ?

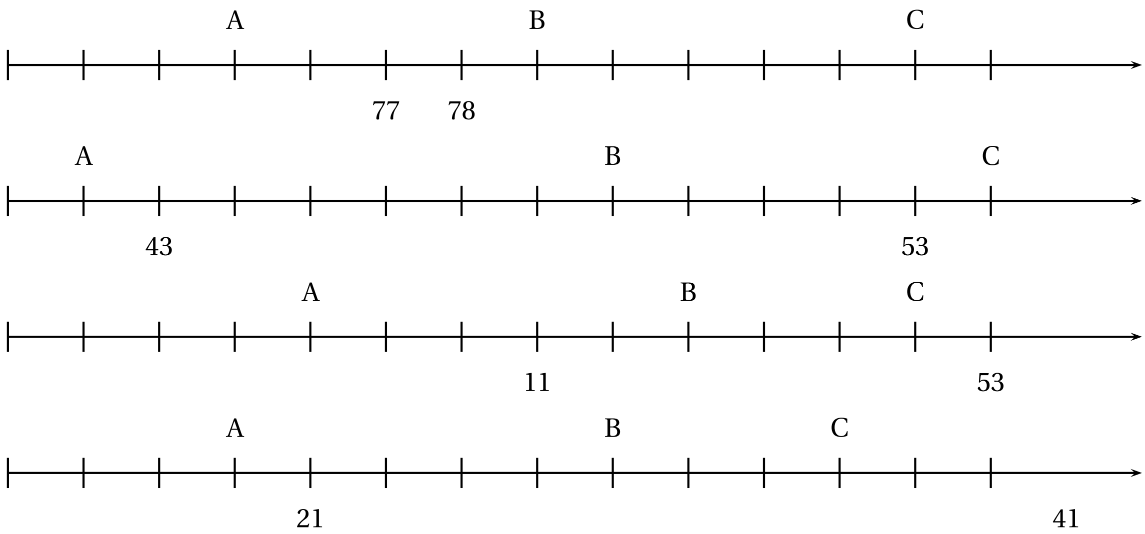
Exercice 4 : Poser et effectuer ci-dessous :

$5\,645 + 12\,709$	$7\,807 - 5\,989$	567×86

Exercice 5 : Calculer en posant ci-dessous :

Le double de 2 016	La somme de 823 et 123 789	Le produit de la somme de 123 et 36 et de la différence de 87 et 23

Exercice 6 : Indiquez sous chacune des droites suivantes l'abscisse des points A, B et C.



Exercice 7

1. Classer les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

10 098 10 890 10 980 10 100 11 001 10 999 10 000

2. Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

873 306 873 999 873 300 875 001 874 999 873 360 872 998

Exercice 8

Je suis un nombre mystérieux :
• Mon chiffre des unités est la moitié de mon chiffre des unités de mille ;
• Mon chiffre des centaines est le triple de celui de mes dizaines ;
• La somme de mes chiffres est 24
Qui suis-je ?

Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Compétences et savoirs faire	MI	MF	MS	TB
Connaître les unités de numération décimale pour les nombres entiers				
Décomposer les grands nombres entiers				
Ranger des nombres entiers				
Encadrer des nombres entiers				
Repérer des nombres entiers sur une demi-droite graduée				
Poser une addition de nombres entiers				
Poser une soustraction de nombres entiers				
Poser une multiplication de nombres entiers				
Connaître le vocabulaire des opérations				
Expliquer sa démarche ou son raisonnement				

Exercice 1 — Écrire les nombres suivants en utilisant l'écriture décimale :

— trois-mille-huit-cent-quatre-vingt-dix-sept :

— dix-millions-six-cents-soixante-treize-mille-trente :

— cinq-cent-sept-milliards-huit-cent-treize-millions-six-cent-quarante-cinq-mille-deux-cent-six :

— trente-deux-milliards-soixante-sept-mille-trente-et-un :

— un-milliard-un-million-mille-un :

Exercice 2 — Compléter chacune des phrases suivantes :

Pour le nombre 567 890 :

— 5 est le chiffre des

— 0 est le chiffre des

— 7 est le chiffre des

— 8 est le chiffre des

— 9 est le chiffre des

Pour le nombre 876 031 452 :

— 6 est le chiffre des

— 2 est le chiffre des

— 0 est le chiffre des

— 7 est le chiffre des

— 4 est le chiffre des

Exercice 3

Problème nº 1 : En 1938, le mathématicien Alan Turing a commencé a travaillé sur le décryptage du code allemand Enigma. Il mourru 16 ans plus tard à l'âge de 42 ans.
En quel année est né Alan Turing?

Problème nº 2 : M. ARNAUD vient de s'acheter un nouvel ordinateur à 649 €. Il souhaite le payer en trois fois.
Le vendeur lui propose de payer 250 € immédiatement, 165 € le mois prochain et le reste en janvier.
Combien lui restera-t-il a payer en janvier?

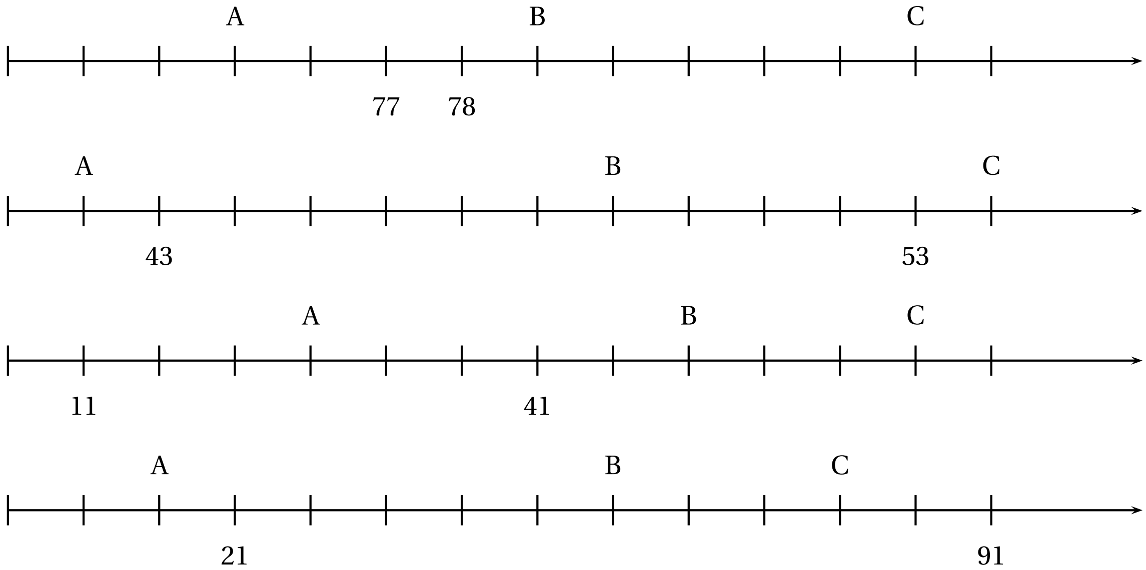
Exercice 4 : Poser et effectuer ci-dessous :

$5\,645 + 12\,709$	$7\,807 - 5\,989$	567×86	101×220

Exercice 5 : Calculer en posant ci-dessous :

La somme de 2021 et de 7892	La différence de 10185 et 9876	Le produit 123 et 543

Exercice 6 : Indiquez sous chacune des droites suivantes l'abscisse des points A, B et C.



Exercice 7

1. Classer les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

10 098 10 890 10 980 10 100 11 001 10 999 10 000

2. Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

873 306 873 999 873 300 875 001 874 999 873 360 872 998

Exercice 8

Je suis un nombre mystérieux :
- Mon chiffre des unités est la moitié de mon chiffre des unités de mille ;
- Mon chiffre des centaines est le triple de celui de mes dizaines ;
- La somme de mes chiffres est 24

Qui suis-je ?

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Écrire les nombres suivants en utilisant l'écriture décimale :

— trois-mille-huit-cent-quatre-vingt-dix-sept : 3 897

— dix-millions-six-cents-soixante-treize-mille-trente : 10 673 030

— cinq-cent-sept-milliards-huit-cent-treize-millions-six-cent-quarante-cinq-mille-deux-cent-six : 507 813 645 206

— trente-deux-milliards-soixante-sept-mille-trente-et-un : 32 000 067 031

— un-milliard-un-million-mille-un : 1 001 001 001

Exercice 2 : Observez bien le nombre 876 031 452. Complétez maintenant le tableau suivant :

Pour le nombre 567 890 :

— 5 est le chiffre des centaines de milliers

— 0 est le chiffre des unités

— 7 est le chiffre des unités de milliers

— 8 est le chiffre des centaines

— 9 est le chiffre des dizaines

Pour le nombre 876 031 452 :

— 6 est le chiffre des unités de millions

— 2 est le chiffre des unités

— 0 est le chiffre des centaines de milliers

— 7 est le chiffre des dizaines de millions

— 4 est le chiffre des centaines

Exercice 3

Problème n° 1 : En 1938, le mathématicien Alan Turing a commencé a travaillé sur le décryptage du code allemand Enigma. Il mourru 16 ans plus tard à l'âge de 42 ans.
En quel année est né Alan Turing?

$$\begin{array}{rcccc} & & {\scriptstyle 1} & & \\ & 1 & 9 & 3 & 8 \\ + & & & 1 & 6 \\ \hline & 1 & 9 & 5 & 4 \end{array}$$

Turing est mort en 1954.

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 9 & 5 & 4 \\ - & & & 4 & 2 \\ \hline & 1 & 9 & 1 & 2 \end{array}$$

Turing est né en 1912.

Problème n° 2 : M. ARNAUD vient de s'acheter un nouvel ordinateur à 649 €. Il souhaite le payer en trois fois.
Le vendeur lui propose de payer 250 €immédiatement, 165 €le mois prochain et le reste en janvier.
Combien lui restera-t-il a payer en janvier?

$$\begin{array}{rccc} & {\scriptstyle 1} & & \\ & 2 & 5 & 0 \\ + & 1 & 6 & 5 \\ \hline & 4 & 1 & 5 \end{array}$$

Il aura payé 415 € lors de deux premières fois.

$$\begin{array}{rccc} & 6 & 4 & 9 \\ - & 4 & 1 & 5 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

Il lui reste 234 €à payer en janvier.

Exercice 4 : Poser et effectuer ci-dessous :

5 645 + 12 709

$$\begin{array}{rccccc} & & {\scriptstyle 1} & & {\scriptstyle 1} & \\ & & 5 & 6 & 4 & 5 \\ + & 1 & 2 & 7 & 0 & 9 \\ \hline & 1 & 8 & 3 & 5 & 4 \end{array}$$

7 807 − 5 989

$$\begin{array}{rcccc} & 7 & {}_{1}8 & {}_{1}0 & {}_{1}7 \\ - & {}_{1}5 & {}_{1}9 & {}_{1}8 & 9 \\ \hline & 1 & 8 & 1 & 8 \end{array}$$

567 × 86

$$\begin{array}{rccccc} & & & 5 & 6 & 7 \\ \times & & & & 8 & 6 \\ \hline & & 3 & 4 & 0 & 2 \\ & 4 & 5 & 3 & 6 & \cdot \\ \hline & 4 & 8 & 7 & 6 & 2 \end{array}$$

101 × 220

$$\begin{array}{rccccc} & & & 1 & 0 & 1 \\ \times & & & 2 & 2 & 0 \\ \hline & & 2 & 0 & 2 & \cdot \\ & 2 & 0 & 2 & \cdot & \cdot \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

Exercice 5 : Calculer en posant ci-dessous :

La somme de 2021 et de 7892

$$\begin{array}{cccccc} & & & {\scriptstyle 1} & & \\ & & 2 & 0 & 2 & 1 \\ + & & 7 & 8 & 9 & 2 \\ \hline & & 9 & 9 & 1 & 3 \end{array}$$

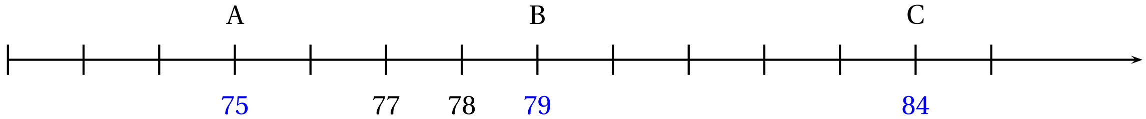
La différence de 10185 et 9876

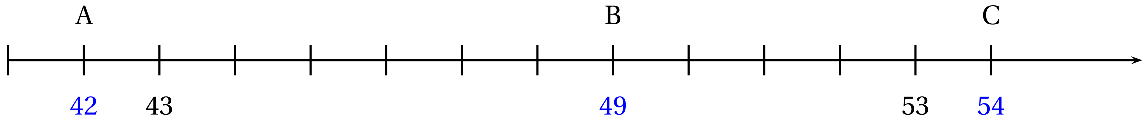
$$\begin{array}{cccccc} - & 1 & 0 & {}^{1}1 & 8 & {}^{1}5 \\ & & {}_{1}9 & 8 & {}_{1}7 & 6 \\ \hline & & & 3 & 0 & 9 \end{array}$$

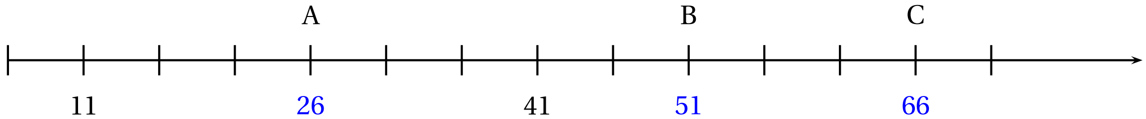
Le produit 123 et 543

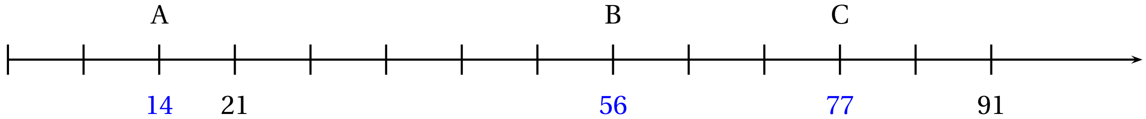
$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & 2 & 3 \\ \times & & & 5 & 4 & 3 \\ \hline & & & 3 & 6 & 9 \\ & & 4 & 9 & 2 & \cdot \\ & 6 & 1 & 5 & \cdot & \cdot \\ \hline & 6 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

Exercice 6 : Indiquez sous chacune des droites suivantes l'abscisse des points A, B et C.









Exercice 7

1. Classer les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

10 098 10 890 10 980 10 100 11 001 10 999 10 000

11001 > 10999 > 10980 > 10890 > 10100 > 10098 > 10000

2. Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

873 306 873 999 873 300 875 001 874 999 873 360 872 998

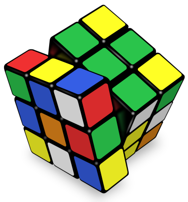
872998 < 873300 < 873306 < 873360 < 873999 < 874999 < 875001

Exercice 8

Je suis un nombre mystérieux :
• Mon chiffre des unités est la moitié de mon chiffre des unités de mille ;
• Mon chiffre des centaines est le triple de celui de mes dizaines ;
• La somme de mes chiffres est 24
Qui suis-je ?

Il s'agit d'un nombre à quatre chiffres.
Si le chiffre des unités est 0 alors celui des milliers est 0. Si le chiffre des unités est 1 alors celui des milliers est 2. Si le chiffre des unités est 2 alors celui des milliers est 4. Si le chiffre des unités est 3 alors celui des milliers est 6. Si le chiffre des unités est 4 alors celui des milliers est 8.
Si le chiffre des dizaines est 0 alors celui des centaines est 0. Si le chiffre des dizaines est 1 alors celui des centaines est 3. Si le chiffre des dizaines est 2 alors celui des centaines est 6. Si le chiffre des dizaines est 3 alors celui des centaines est 9.

La seule solution dont la somme des chiffres est 24 : 8934

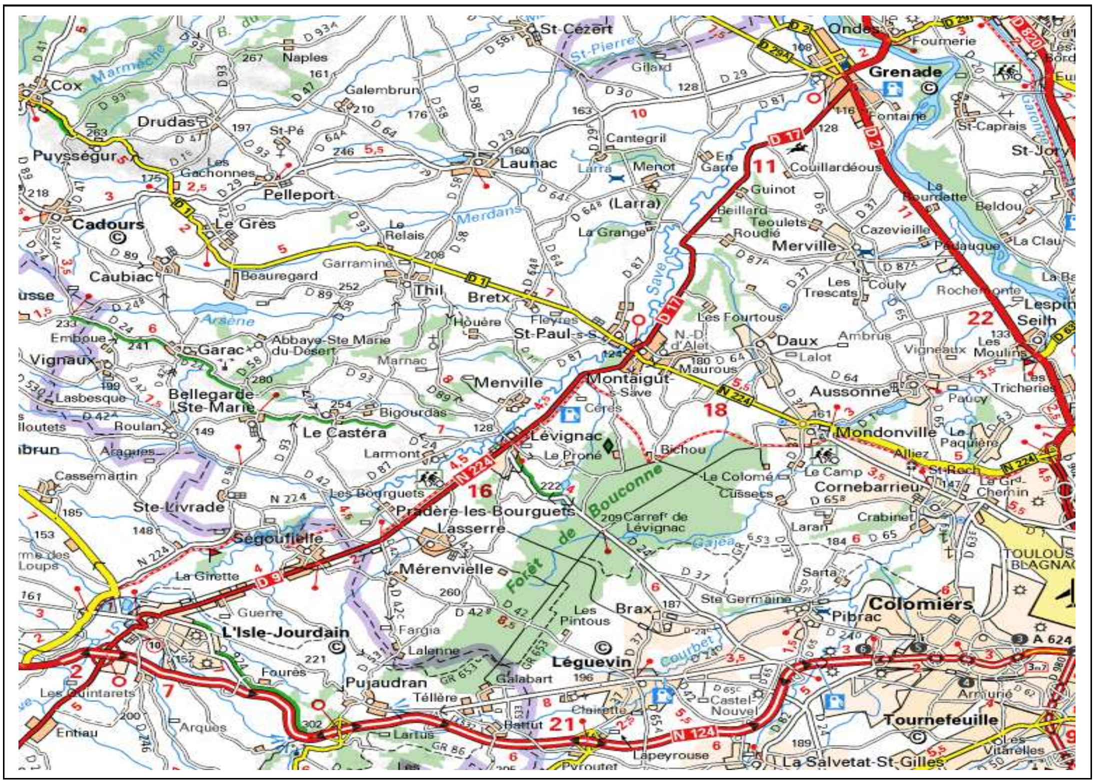


TÂCHE COMPLEXE

LE PROBLÈME DU VOYAGEUR DE COMMERCE

SIXIEME

Adrien habite à Cadours, il est vendeur indépendant. Il propose des forfaits fibre internet pour les professionnels. Sa mission consiste cette semaine à proposer ses offres aux mairies des villes de son département.
Il consulte sa carte routière et un tableau des distances kilométriques. Voici ce qu'il a trouvé :

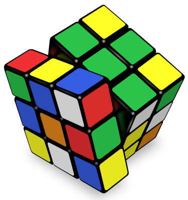


	Aussonne	Cadours	Cornebarieu	Daux	Grenade	Leguevin	Levignac	Menville	Merville	Mondonville
Aussonne	—	25 km	5 km	5 km	12 km	15 km	12 km	13 km	5 km	4 km
Cadours	25 km	—	27 km	21 km	21 km	24 km	17 km	18 km	24 km	22 km
Cornebarieu	5 km	27 km	—	8 km	18 km	11 km	15 km	15 km	10 km	5 km
Daux	5 km	21 km	8 km	—	11 km	15 km	8 km	8 km	4 km	3 km
Grenade	12 km	21 km	18 km	11 km	—	26 km	16 km	15 km	7 km	14 km
Leguevin	15 km	24 km	11 km	15 km	26 km	—	10 km	12 km	19 km	12 km
Levignac	12 km	17 km	15 km	8 km	16 km	10 km	—	2 km	12 km	10 km
Menville	13 km	18 km	15 km	8 km	15 km	12 km	2 km	—	12 km	10 km
Merville	5 km	24 km	10 km	4 km	7 km	19 km	12 km	12 km	—	7 km
Mondonville	4 km	22 km	5 km	3 km	14 km	12 km	10 km	10 km	7 km	—

1. Demain, il compte se rendre à Aussonne, Cornebarieu et Mondonville. Adrien veut partir de chez lui, passer par ces trois villes puis rentrer à la maison. Déterminer le circuit le plus court pour mener à bien sa mission.

2. Finalement il devra aussi passer par Levignac et Grenade. Déterminer à nouveau le plus court chemin.

DIFFICILE. Quel est le circuit le plus court qui part et arrive chez lui en passant par ces neuf villes ?



Tâche complexe

Le problème du voyageur de commerce — Correction

1. On peut faire dans ce cas la liste de tous les circuits possibles :

- Cadours — Aussonne — Cornebarieu — Mondonville — Cadours : 25 km + 5 km + 5 km + 22 km = 57 km
- Cadours — Aussonne — Mondonville — Cornebarieu — Cadours : 25 km + 4 km + 5 km + 27 km = 61 km
- Cadours — Cornebarieu — Aussonne — Mondonville — Cadours : 27 km + 5 km + 4 km + 22 km = 58 km
- Cadours — Cornebarieu — Mondonville — Aussonne — Cadours : 27 km + 5 km + 4 km + 25 km = 61 km
- Cadours — Mondonville — Cornebarieu — Aussonne — Cadours : 22 km + 5 km + 13 km + 25 km = 65 km
- Cadours — Mondonville — Aussonne — Cornebarieu — Cadours : 22 km + 4 km + 5 km + 27 km = 58 km

2. Il y a déjà trop de possibilités ! $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$
On peut les tester à l'ordinateur avec un programme informatique.

- Cadours — Aussonne — Cornebarieu — Mondonville — Merville — Grenade — Cadours : 25 km + 5 km + 5 km + 7 km + 7 km + 21 km = 70 km
- Cadours — Cornebarieu — Mondonville — Aussonne — Merville — Grenade — Cadours : 27 km + 5 km + 4 km + 5 km + 7 km + 21 km = 69 km
- Cadours — Mondonville — Cornebarieu — Aussonne — Merville — Grenade — Cadours : 22 km + 5 km + 5 km + 5 km + 7 km + 21 km = 65 km

3. Cette fois-ci c'est impossible de faire la liste. Il y a $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 362\,880$ solutions !
Un ordinateur trouve la meilleure solution :

- Cadours — Levignac — Leguevin — Cornebarieu — Aussonne — Mondonville — Daux — Merville — Grenade — Cadours : 18 km + 2 km + 10 km + 11 km + 5 km + 4 km + 3 km + 4 km + 7 km + 21 km = 85 km

Les nombres entiers

Nombres et chiffres

Les **entiers naturels** sont les **nombres** qui permettent de compter des objets.
Un nombre entier peut s'écrire en utilisant les 10 **chiffres** indo-arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. On utilise pour cela la **notation positionnelle** où chaque chiffre a un sens différent suivant sa position dans le nombre.

Le sens des chiffres

Milliards			Millions			Milliers			Unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
								2	0	1	9
				1	2	3	4	5	6	7	8
9	0	8	0	7	0	6	0	5	0	4	1

$2019 = 2 \times 1000 + 0 \times 100 + 1 \times 10 + 9 \times 1$
$12\,345\,678 = 1 \times 10\,000\,000 + 2 \times 1\,000\,000 + 3 \times 100\,000 + 4 \times 10\,000 + 5 \times 1000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$

$908\,070\,605\,041 = 9 \times 100\,000\,000\,000 + 8 \times 1\,000\,000\,000 + 7 \times 10\,000\,000 + 6 \times 100\,000 + 5 \times 1000 + 4 \times 10 + 1 \times 1$

Exemple :
Le nombre 12 345 se décompose ainsi : $12\,345 = 1 \times 10\,000 + 2 \times 1000 + 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$

- Le **chiffre** des unités est : 5;
- Le **chiffre** des dizaines est : 4;
- Le **chiffre** des centaines est : 3;
- Le **chiffre** des milliers est : 2;
- Le **chiffre** des dizaines de milliers est : 1;

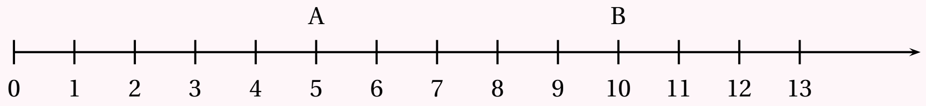
$12\,345 = 12\,340 + 5 = 1\,234 \times 10 + 5$
$12\,345 = 12\,300 + 45 = 123 \times 100 + 45$
$12\,345 = 12\,000 + 345 = 12 \times 1\,000 + 345$
$12\,345 = 10\,000 + 2\,345 = 1 \times 10\,000 + 2\,345$

- Le **nombre** d'unités est : 12 345;
- Le **nombre** de dizaines est : 1 234;
- Le **nombre** de centaines est : 123;
- Le **nombre** de milliers est : 12;
- Le **nombre** de dizaines de milliers est : 1.

La demi-droite graduée

On représente les nombres entiers sur une demi-droite graduée. Cette demi-droite est constituée :

- d'une **origine** qui correspond au nombre 0;
- d'une **unité** qui indique le pas sur la demi-droite;
- d'un **sens** de lecture.



On dit que

- 5 est **l'abscisse** du point A;
- 10 est **l'abscisse** du point B.

Opérations et vocabulaire

Le résultat d'une **addition** s'appelle la **somme**.
Le résultat d'une **soustraction** s'appelle la **différence**.
Le résultat d'une **multiplication** s'appelle le **produit**.
Le résultat d'une **division** s'appelle le **quotient**.

Le **double** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 2.
La **moitié** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 2.
Le **triple** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 3.
Le **tiers** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 3.
Le **quadruple** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 4.
Le **quart** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 4.

Exemple :
La **somme** de 78 et 90 est 168 car $78 + 90 = 168$.
On dit que 78 et 90 sont les **termes** de la **somme**.

La **différence** de 2 020 et 1 789 est 231 car $2\,020 - 1\,789 = 231$
On dit que 2 020 et 1 789 sont les **termes** de la **différence**.

Le **produit** de 12 par 23 est 276 car $12 \times 23 = 276$.
On dit que 12 et 23 sont les **facteurs** du **produit**.

Le produit de la somme de 5 et 7 par la différence de 12 et 5 vaut 84.
En effet : $5 + 7 = 12$ et $12 - 5 = 7$ donc $12 \times 7 = 84$
On peut aussi écrire $(5 + 7) \times (12 - 5)$.

VIII — Annexes

1 Tables de multiplication

Tables de multiplication

Table de 1	Table de 2	Table de 3	Table de 4	Table de 5
1 × 0 = **0**	2 × 0 = **0**	3 × 0 = **0**	4 × 0 = **0**	5 × 0 = **0**
1 × 1 = **1**	2 × 1 = **2**	3 × 1 = **3**	4 × 1 = **4**	5 × 1 = **5**
1 × 2 = **2**	2 × 2 = **4**	3 × 2 = **6**	4 × 2 = **8**	5 × 2 = **10**
1 × 3 = **3**	2 × 3 = **6**	3 × 3 = **9**	4 × 3 = **12**	5 × 3 = **15**
1 × 4 = **4**	2 × 4 = **8**	3 × 4 = **12**	4 × 4 = **16**	5 × 4 = **20**
1 × 5 = **5**	2 × 5 = **10**	3 × 5 = **15**	4 × 5 = **20**	5 × 5 = **25**
1 × 6 = **6**	2 × 6 = **12**	3 × 6 = **18**	4 × 6 = **24**	5 × 6 = **30**
1 × 7 = **7**	2 × 7 = **14**	3 × 7 = **21**	4 × 7 = **28**	5 × 7 = **35**
1 × 8 = **8**	2 × 8 = **16**	3 × 8 = **24**	4 × 8 = **32**	5 × 8 = **40**
1 × 9 = **9**	2 × 9 = **18**	3 × 9 = **27**	4 × 9 = **36**	5 × 9 = **45**
1 × 10 = **10**	2 × 10 = **20**	3 × 10 = **30**	4 × 10 = **40**	5 × 10 = **50**

Table de 6	Table de 7	Table de 8	Table de 9	Table de 10
6 × 0 = **0**	7 × 0 = **0**	8 × 0 = **0**	9 × 0 = **0**	10 × 0 = **0**
6 × 1 = **6**	7 × 1 = **7**	8 × 1 = **8**	9 × 1 = **9**	10 × 1 = **10**
6 × 2 = **12**	7 × 2 = **14**	8 × 2 = **16**	9 × 2 = **18**	10 × 2 = **20**
6 × 3 = **18**	7 × 3 = **21**	8 × 3 = **24**	9 × 3 = **27**	10 × 3 = **30**
6 × 4 = **24**	7 × 4 = **28**	8 × 4 = **32**	9 × 4 = **36**	10 × 4 = **40**
6 × 5 = **30**	7 × 5 = **35**	8 × 5 = **40**	9 × 5 = **45**	10 × 5 = **50**
6 × 6 = **36**	7 × 6 = **42**	8 × 6 = **48**	9 × 6 = **54**	10 × 6 = **60**
6 × 7 = **42**	7 × 7 = **49**	8 × 7 = **56**	9 × 7 = **63**	10 × 7 = **70**
6 × 8 = **48**	7 × 8 = **56**	8 × 8 = **64**	9 × 8 = **72**	10 × 8 = **80**
6 × 9 = **54**	7 × 9 = **63**	8 × 9 = **72**	9 × 9 = **81**	10 × 9 = **90**
6 × 10 = **60**	7 × 10 = **70**	8 × 10 = **80**	9 × 10 = **90**	10 × 10 = **100**

2 Divers

Tableau pour l'écriture positionnelle

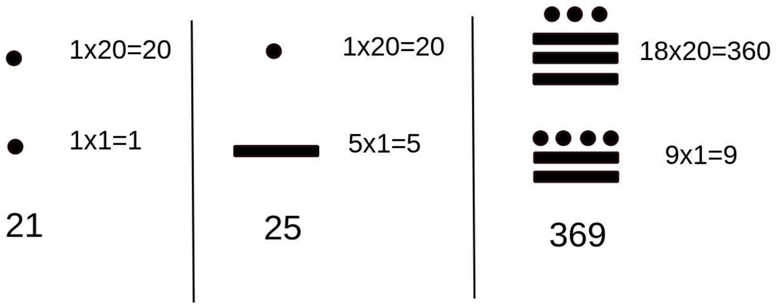
Milliards			Millions			Milliers			Unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités

Numération maya

La numération Maya

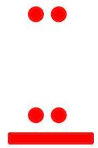
1. Voici quelques nombre compris entre 1 et 20.
Compléter avec ceux qui manquent :

Zéro	Un	Deux	Trois	Quatre
Cinq	Six	Sept	Huit	Neuf
Dix	Onze	Douze	Treize	Quatorze
Quinze	Seize	Dix-sept	Dix-huit	Dix-neuf

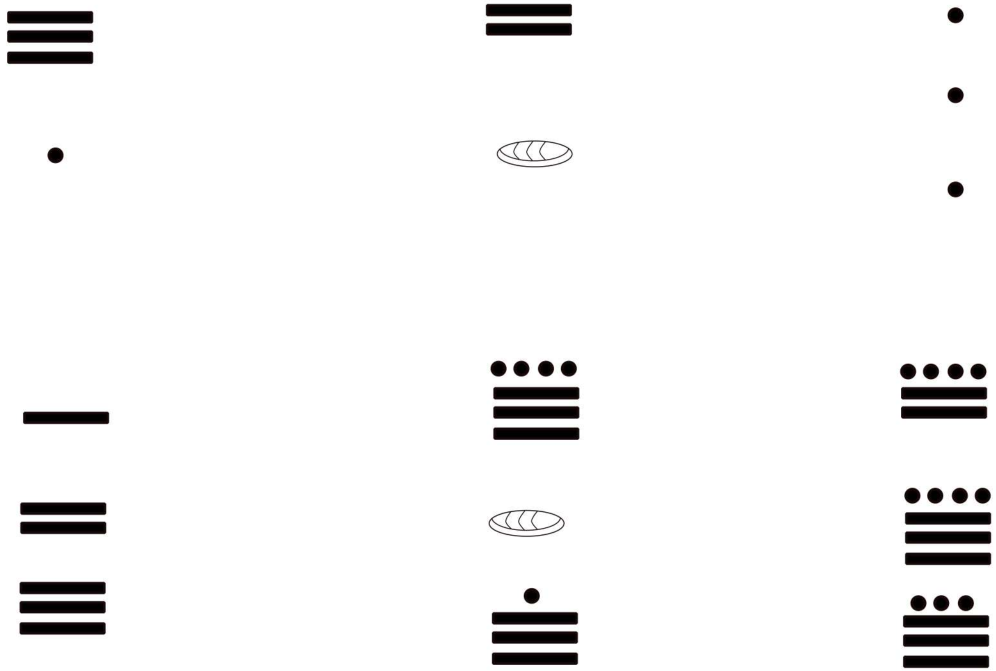


2. Écrire en nombre Maya les nombres décimaux suivants : 47 ; 80 ; 176 ; 200 ; 399 ; 400.

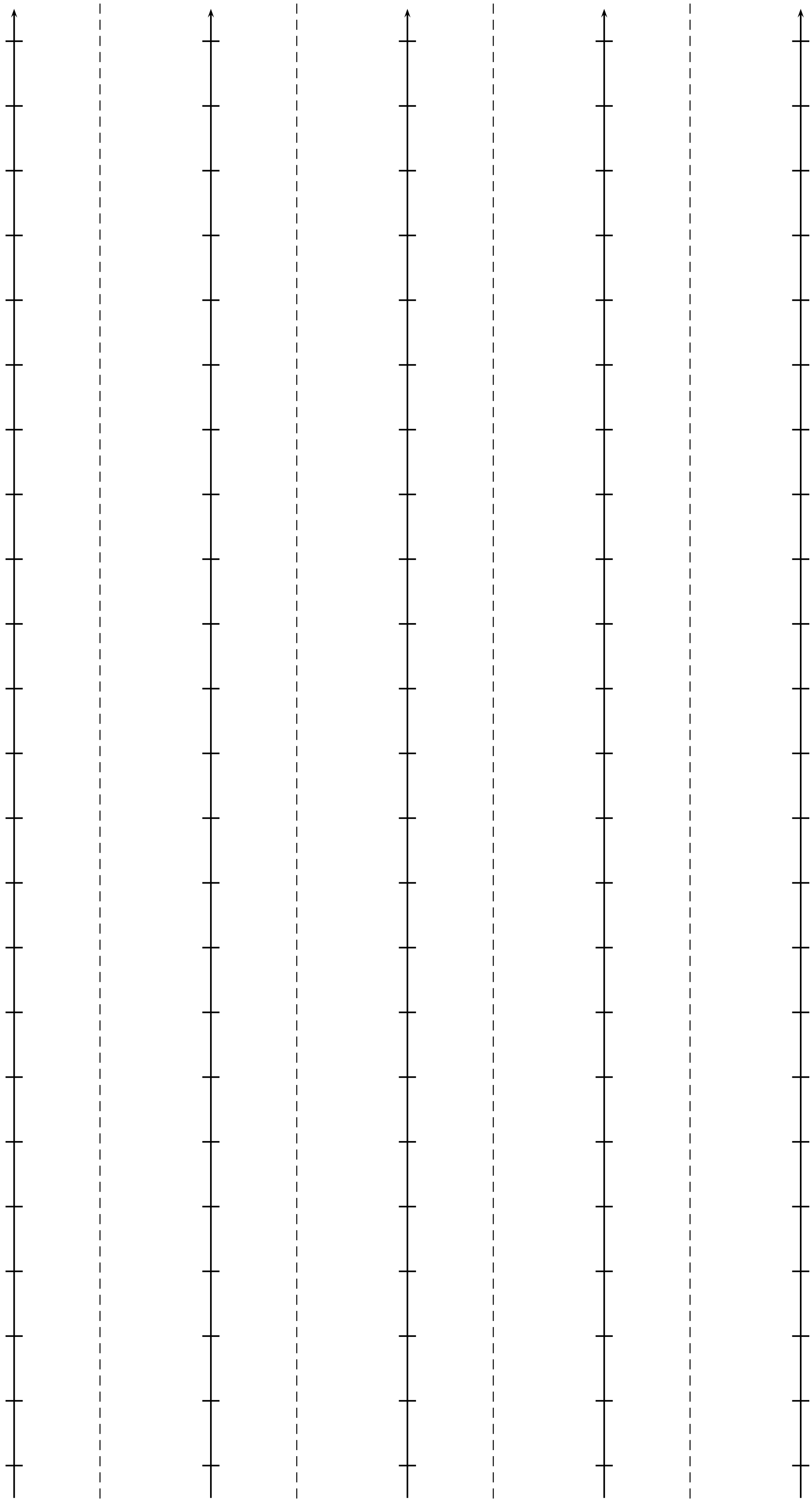
47=(2x20)+7 80=4x20 176=(8x20)+16



3. Quel est l'écriture décimale des nombre Mayas suivants :



4. Écrire avec les chiffres Mayas les nombres décimaux suivants : 2018 ; 7999 ; 145 273



Notes

[1] L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels forme un magma unifère pour l'addition. 0 est l'élément neutre. L'addition est associative, $a+(b+c) = (a+b)+c$ ce qui fait de $\mathbb{N}$ un monoïde. Ajoutons que c'est un monoïde commutatif.

CHAPITRE II

Du dessin à la figure de géométrie : premiers éléments

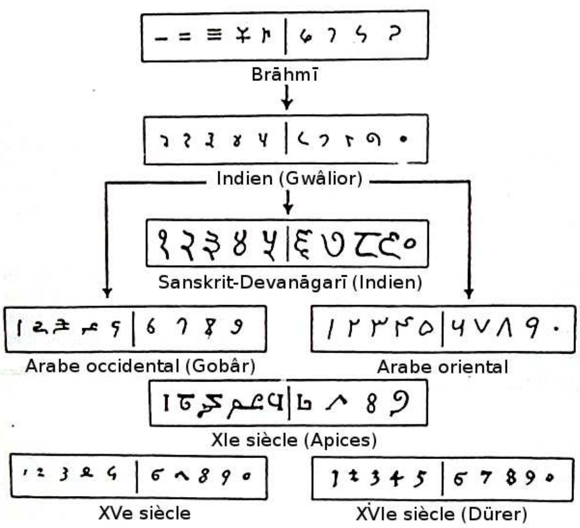
L'IDÉE DE QUANTITÉ et sa codification visuelle sont vraisemblablement antérieures à l'apparition de l'écriture. Plusieurs procédés de comptage sont progressivement développés pour décrire la taille d'un troupeau et contrôler son évolution, suivre un calendrier ou mesurer des récoltes.
Le mot calcul vient du latin calculus (« caillou »). Il est dit que les bergers comptabilisaient leurs moutons avec des cailloux dans un pot à l'entrée et à la sortie de la bergerie. Ces objets pouvaient aussi être façonnés en argile sous la forme de demi-sphère, de sphères, de conoïdes et pouvaient figurer des animaux domestiques. [1]

Au IVemillénaire avant notre ère, les civilisations mésopotamiennes utilisent ainsi des boules creuses d'argile contenant des jetons, puis des tablettes d'argile munies de marques. Il faut attendre la fusion de ces systèmes, à la fin du IIIemillénaire avant notre ère, pour voir se former véritablement le concept du nombre abstrait, indépendant de ses réalisations concrètes. [3]

L'usage de nombres fractionnaires est déjà présent dans les fractions sexagésimales de la numération babylonienne et avec les quantièmes égyptiens il y a plus de 3 000 ans. Le système décimal est aussi développé dans plusieurs civilisations pour la numération des entiers, mais il n'apparait que très ponctuellement dans les fractions.
[4]

La graphie des chiffres arabes pourrait s'inspirer d'une numération décimale non positionnelle indienne datant du IIIesiècle av. J.-C., la numération Brahmi. Les chiffres arabes ont gagné l'Europe au Xe siècle par la péninsule ibérique, alors sous domination omeyyade. Puis leur diffusion dans le reste de l'Occident s'est poursuivie par divers modes.

Certains attribuent un rôle majeur de diffusion des chiffres arabes au mathématicien italien Leonardo Fibonacci (1175 — 1250), qui avait étudié auprès de professeurs musulmans à Béjaïa (dans l'actuelle Algérie), ramena à Pise en 1198 une partie de leur savoir et publia, en 1202, le Liber Abaci (Le livre du calcul), un traité sur les calculs et la comptabilité fondée sur le calcul décimal.



Comme beaucoup de solutions qui nous paraissent simples,
la diffusion des chiffres arabes s'est heurtée aux habitudes traditionnelles, et leur apprentissage a été progressif. À Florence (Italie), il fut d'abord interdit aux marchands de les employer dans les contrats et les documents officiels. Tant que les opérations restent simples, l'abaque pour le calcul et les chiffres romains pour la représentation graphique suffisent. À partir de la Renaissance, avec le développement exponentiel du commerce, puis des sciences, en particulier de l'astronomie et de la balistique, la nécessité d'un système de calcul puissant et rapide s'impose : les chiffres indo-arabes écartent définitivement leurs prédécesseurs romains.
Leur tracé définitif, normalisé, est attesté dès le XVe siècle. [2]

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

— nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;

— somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

— utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;

— calculer avec des nombres relatifs ;

— effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

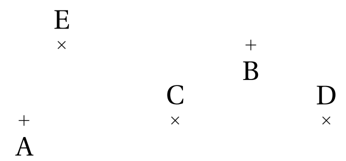
SITUATION INITIALE : Le Math'ionary

Voici un jeu à utiliser en classe pour initier la necessité de mettre en place un vocabulaire commun pour décrire une figure de géométrie.
Voir en annexe.

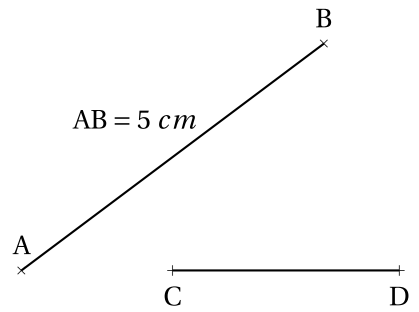
I — Les objets fondamentaux : point, segment, droite et demi-droite

Définition 2.1 : Point, segment, droite et demi-droite

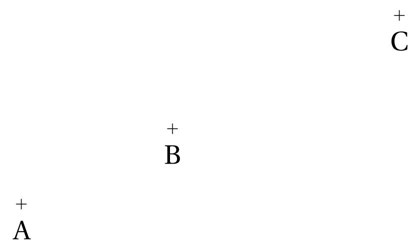
Un **point** géométrique ne désigne pas un objet mais un emplacement. Un point ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur. On représente un point par une croix et on le nomme par une lettre.



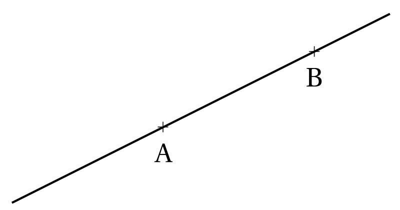
Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points. Un segment possède une longueur mais pas de largeur ni d'épaisseur. On note [AB] le segment reliant les points A et B. A et B sont les **extrémités** du segment. On note AB la longueur du segment [AB].



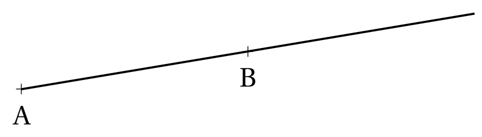
Trois points sont **alignés** si l'un de ces trois points se trouve sur le segment formé par les deux autres.



Une **droite** est la ligne constituée par tous les points alignés avec deux points. On note (AB) la droite passant par A et B constituée des points alignés avec A et B. Une droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté par un point : son **origine** . On note [AB) la demi-droite d'origine A passant par B. Une demi-droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



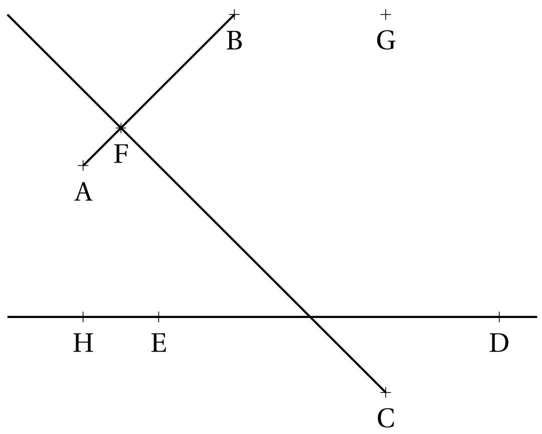
II — Une première relation : appartenir, ne pas appartenir

Définition 2.2 : Appartenir, ne pas appartenir

Lorsqu'un point se situe sur un segment, une demi-droite ou sur une droite, on dit qu'il **appartient** au segment, la demi-droite ou la droite.
On utilise le symbole $\in$ pour « appartient à ».

Dans le cas contraire on dit qu'il **n'appartient pas** .
On utilise le symbole $\notin$ pour « n'appartient pas à ».

Exemple :



$F \in [AB]$

$H \in (ED)$

$G \notin [CF)$

$H \notin [ED)$

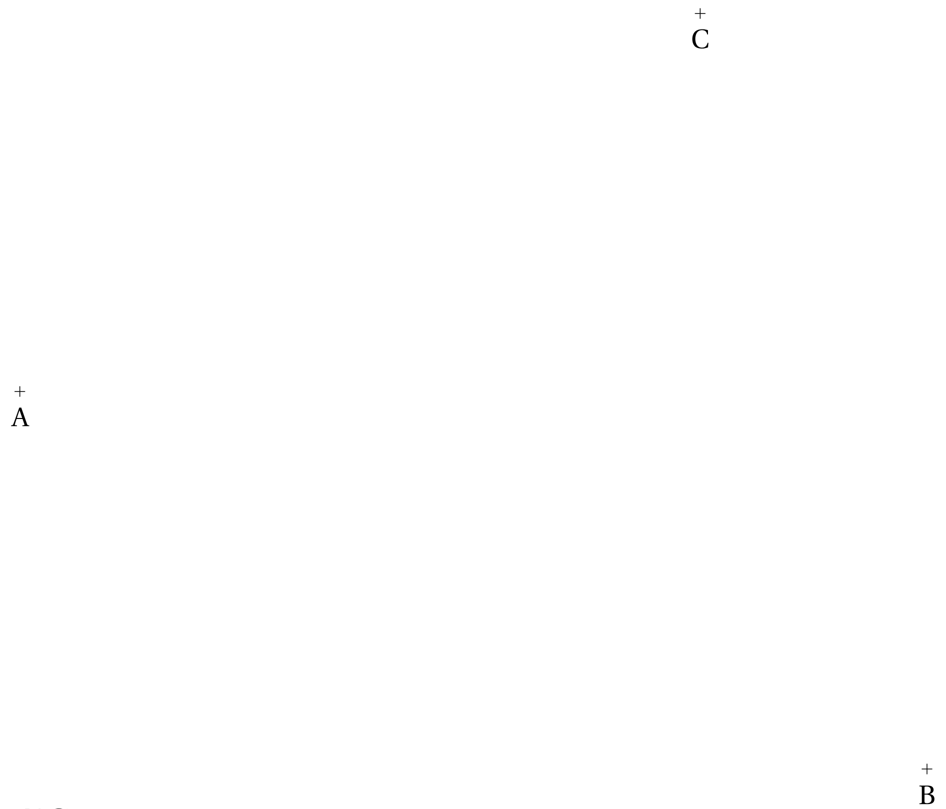
$H \in [DE)$

Remarque :
Pour qu'un objet (segment, droite, demi-droite) soit défini, il suffit que deux points soient donnés, même si l'objet n'est pas représenté.
Ainsi sur la figure ci-dessus, la droite (GD) est définie ainsi que le segment [AH] ou la demi-droite [BA).

III — Position relative des droites : paralléles, sécantes et perpendiculaires

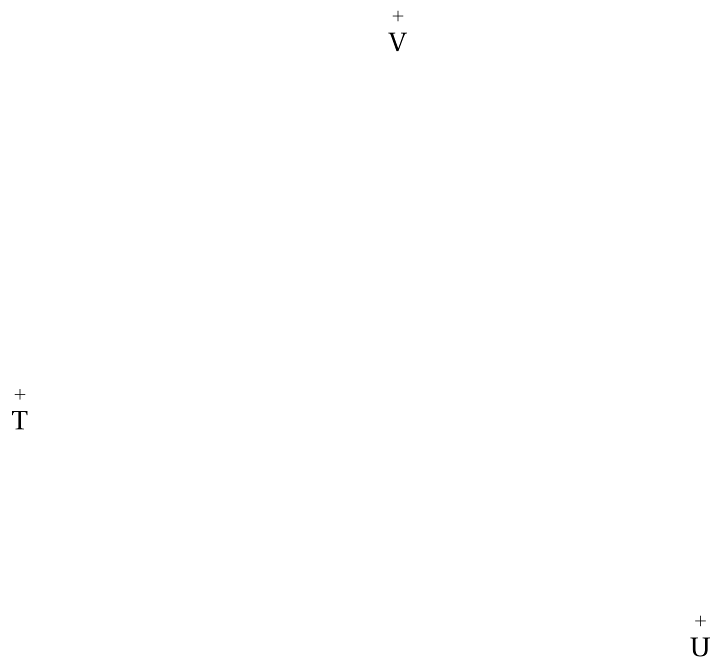
NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice 1



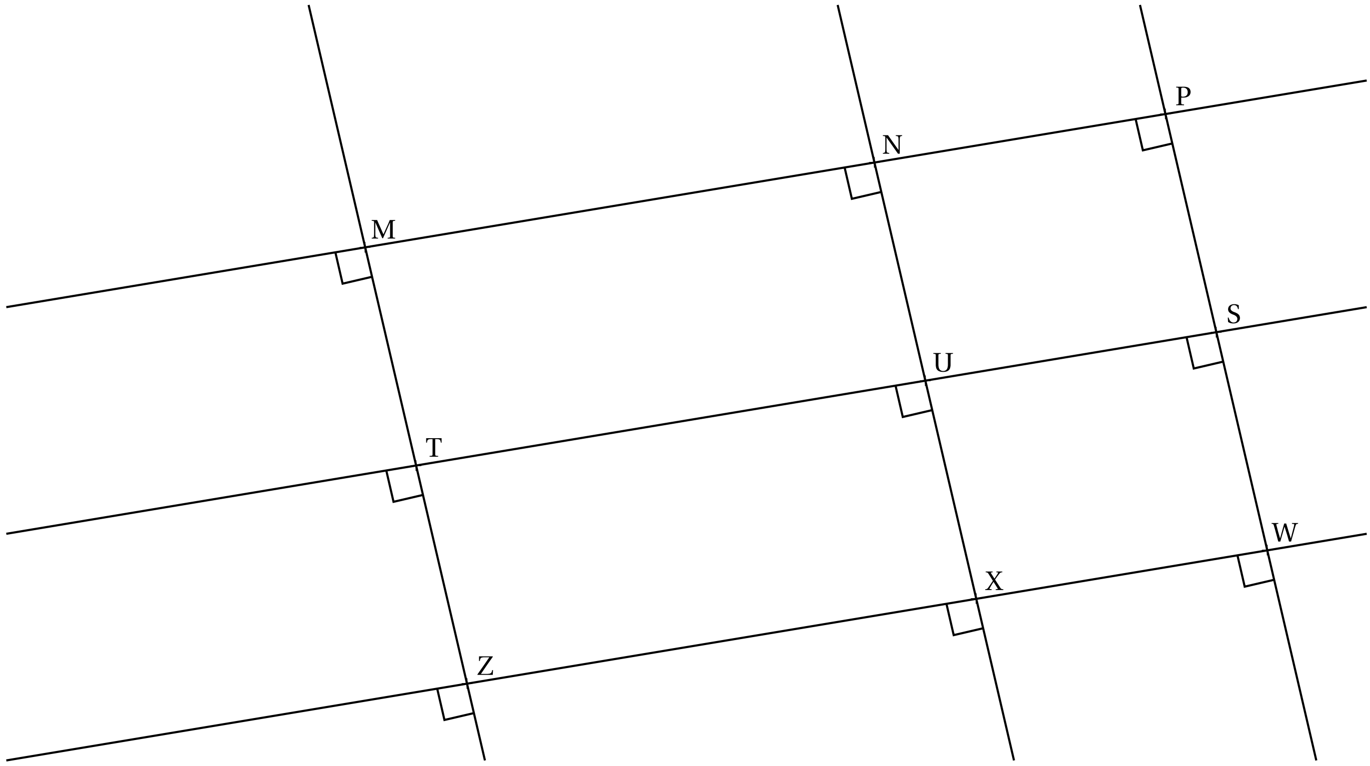
1. Tracer (AB), [BC] et [AC)
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

Exercice 2



1. Tracer (VU), [TV] et [UT)
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3

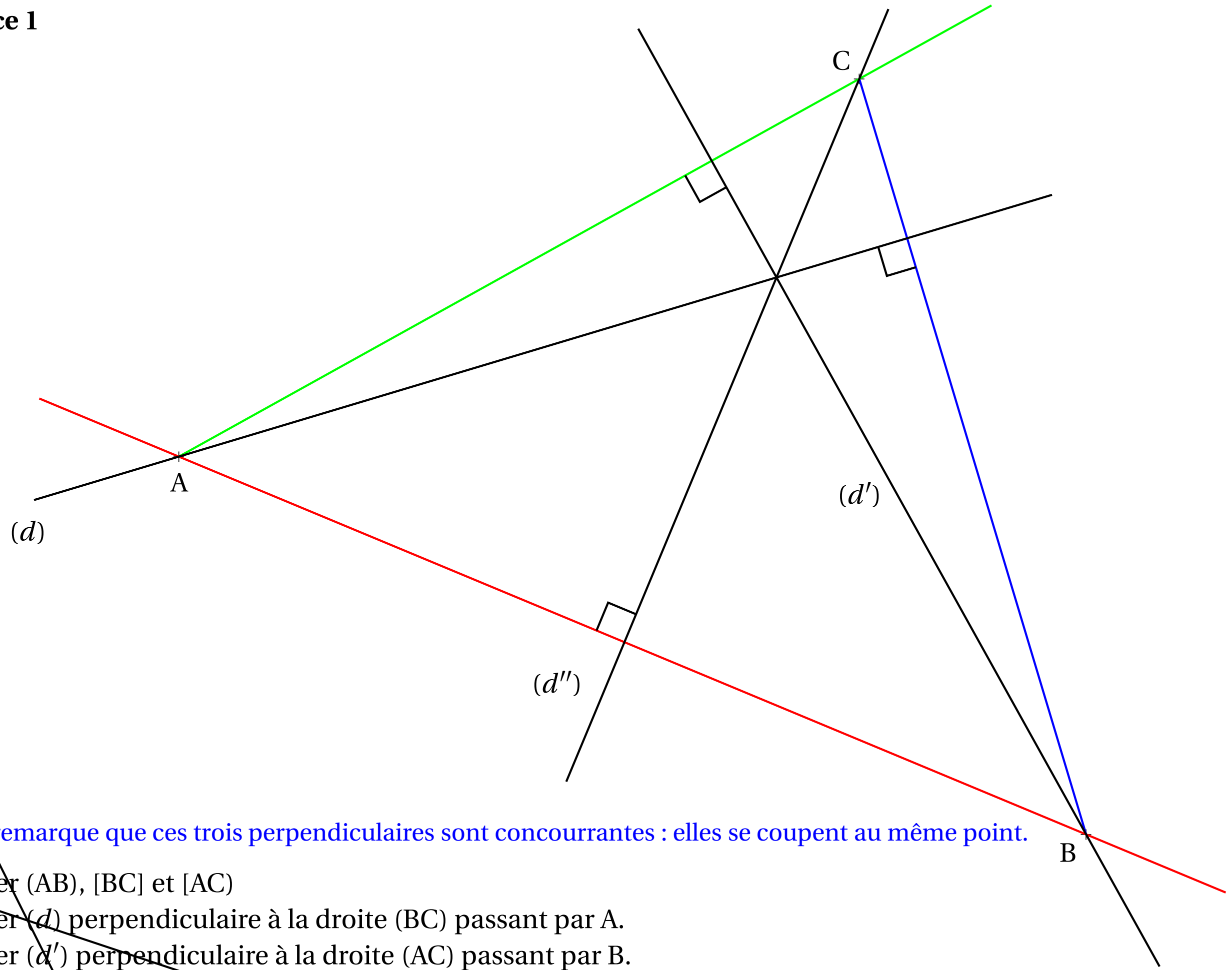


Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\parallel$ ou $\perp$.

(MN) (TU)	N (MP)
Z [MT)	X (TU)
X [UN]	W (MU)
X [UN)	U [NX)
X [NU)	W (SP)
X (UN)	W [SP)
(UX) (ST)	W [PS)
(XV) (NP)	W [SP]
(UX) (MN)	(XW) (MN)
(TU) (PN)	(NU) (ZX)

Évaluation de géométrie — Correction

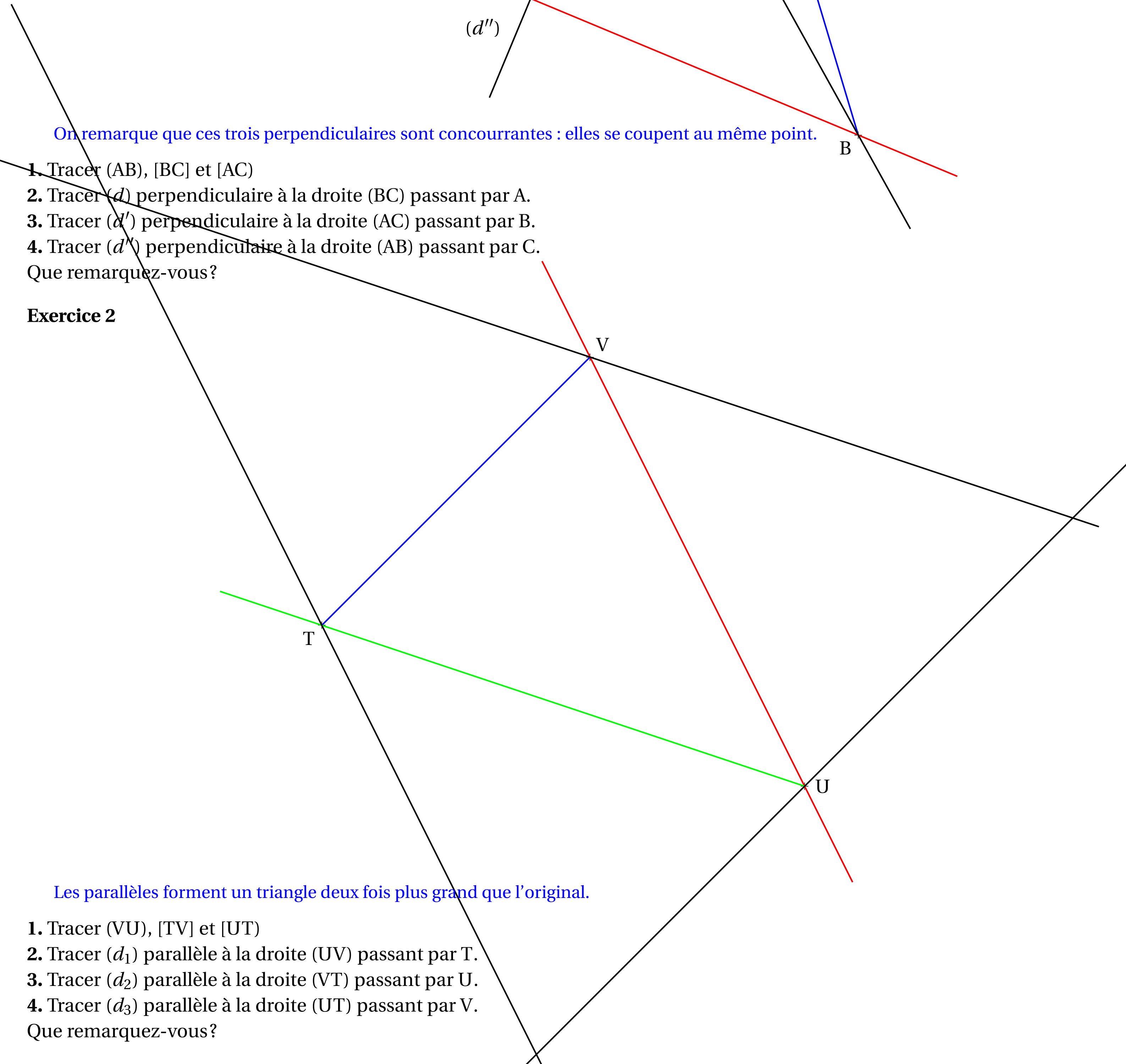
Exercice 1



On remarque que ces trois perpendiculaires sont concourrantes : elles se coupent au même point.

1. Tracer (AB), [BC] et [AC)
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

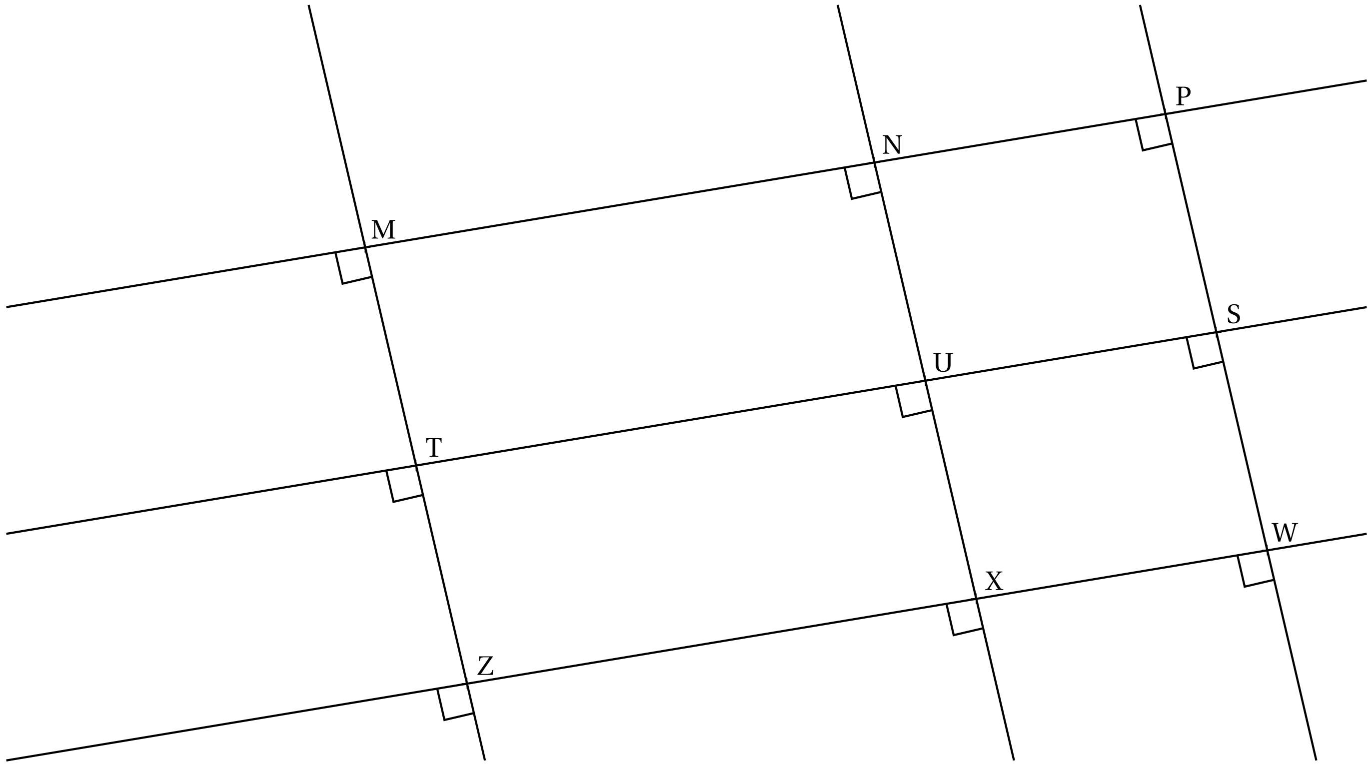
Exercice 2



Les parallèles forment un triangle deux fois plus grand que l'original.

1. Tracer (VU), [TV] et [UT)
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3



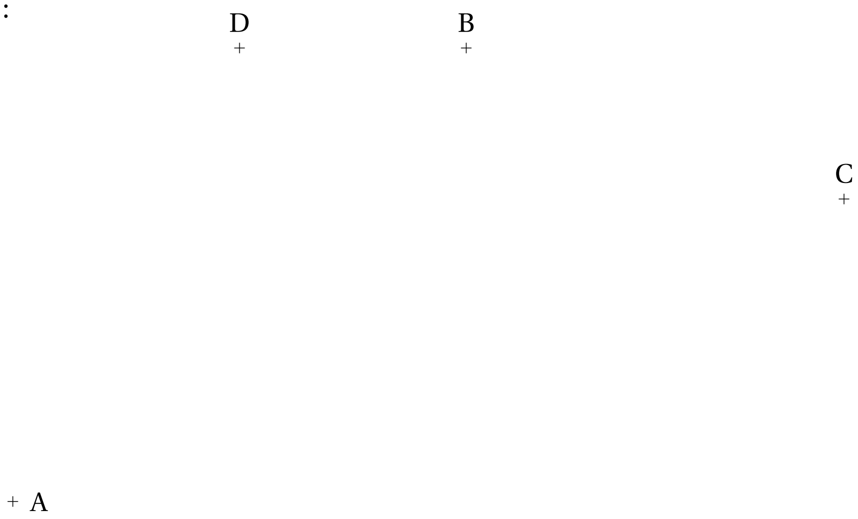
Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\parallel$ ou $\perp$.

(MN) $\parallel$ (TU)	N $\notin$ (MP)
Z $\in$ [MT)	X $\notin$ (TU)
X $\notin$ [UN]	W $\notin$ (MU)
X $\notin$ [UN)	U $\in$ [NX)
X $\in$ [NU)	W $\in$ (SP)
X $\in$ (UN)	W $\notin$ [SP)
(UX) $\perp$ (ST)	W $\in$ [PS)
(XW) $\parallel$ (NP)	W $\notin$ [SP]
(UX) $\perp$ (MN)	(XW) $\parallel$ (MN)
(TU) $\parallel$ (PN)	(NU) $\perp$ (ZX)

🍒 Évaluation de mathématiques 🍒

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice nº 1 :

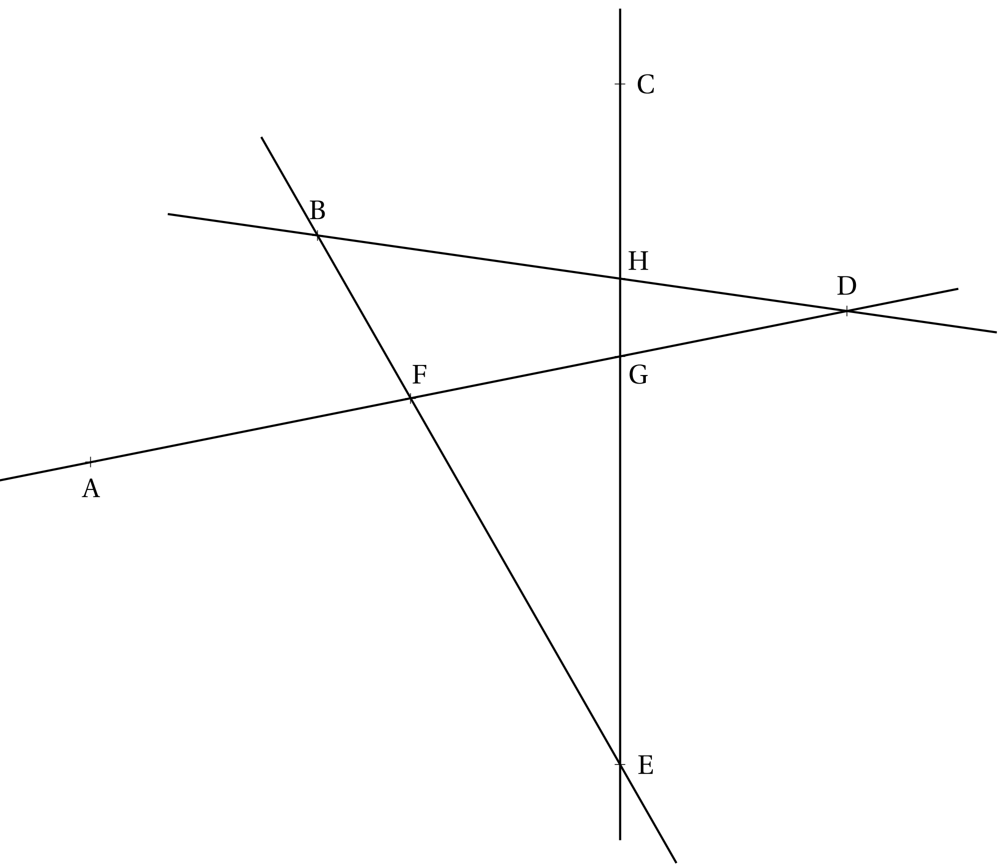


1. Tracer en bleu [BC], en noir (AD), en vert [DB] et en rouge [CA].

2. Au crayon de papier, placer le point E à l'intersection de (AD) et (BC).
Placer le point F à l'intersection de (AC) et (DB).
Placer le point G à l'intersection de (AB) et (DC).

3. Tracer au crayon de papier [FE], (EG) et [FG].

Exercice nº 2 : En observant la figure ci-dessous, compléter avec les symboles ∈ ou ∉.



H		[BD]
C		[HG]
C		(HG)
C		[HG)
C		[GH)
D		[FG]
D		(AG)
E		[BF)
E		[FB)
B		(AC)
D		(EC)

Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses.
Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème n° 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun.
Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier ?

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26 km le matin et autant le soir.
Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire ?

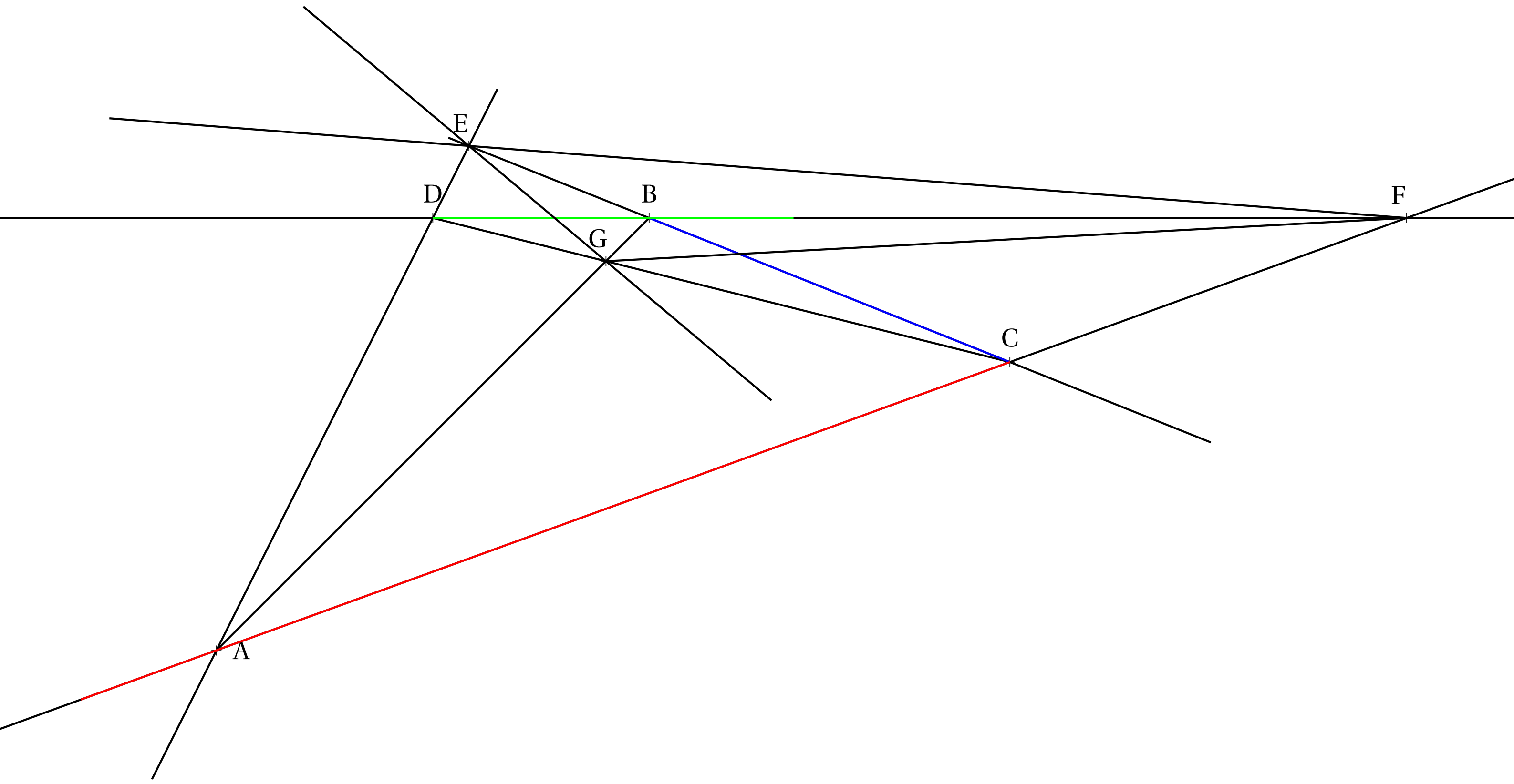
Problème n° 3

Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

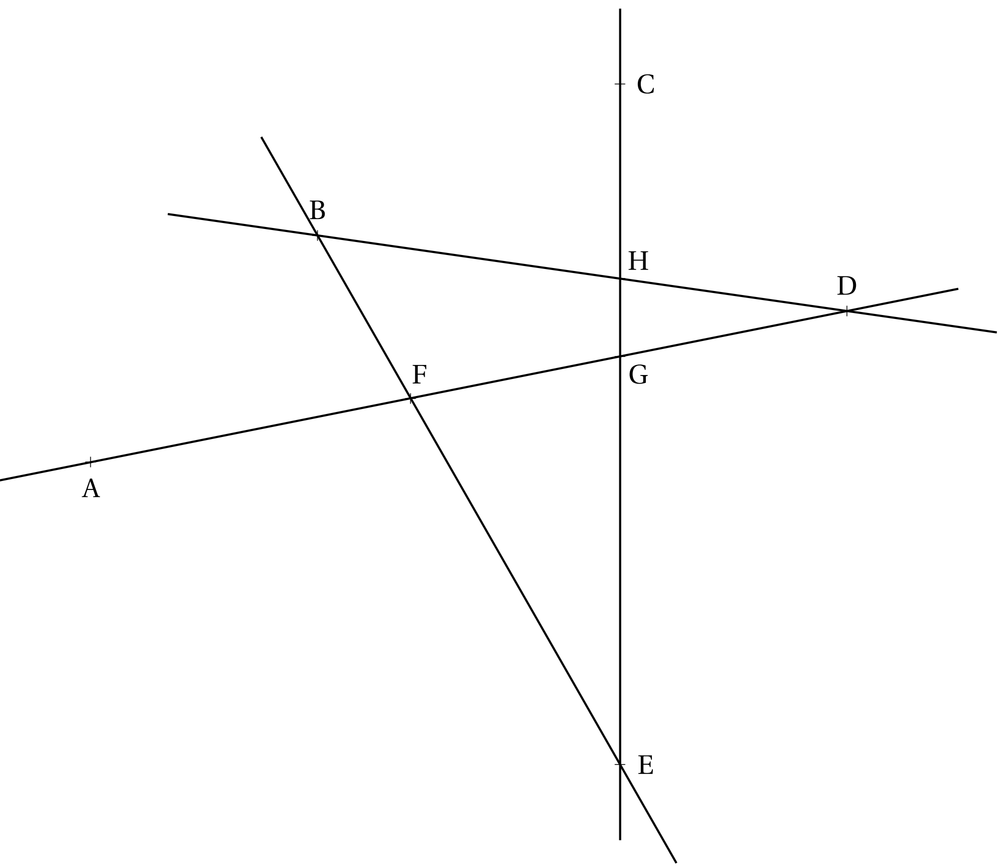
Combien de temps va durer mon trajet ?

Évaluation de mathématiques — CORRECTION

Exercice n° 1 :



Exercice n° 2 :



H $\in$ [BD]

C $\notin$ [HG]

C $\in$ (HG)

C $\notin$ [HG)

C $\in$ [GH)

D $\notin$ [FG]

D $\in$ (AG)

E $\in$ [BF)

E $\notin$ [FB)

B $\notin$ (AC)

D $\notin$ (EC)

Résoudre chacun des problèmes suivants en indiquant les différentes étapes et en faisant des phrases réponses.
Vous pouvez poser les opérations ci-dessous.

Problème n° 1

Ma série préférée, Stranger Bling, est constituée de 5 saisons de 18 épisodes chacun.
Un épisode dure à chaque fois 55 min.

Combien de temps faut-il passer devant NetFloux pour regarder cette série en entier ?

$$\begin{array}{cccc} & & 1 & 8 \\ \times & & & 5 \\ \hline & & 9 & 0 \end{array}$$

La série est constituée de 90 épisodes.

$$\begin{array}{ccccc} & & & 5 & 5 \\ & \times & & 9 & 0 \\ \hline & 4 & 9 & 5 & \cdot \\ \hline & 4 & 9 & 5 & 0 \end{array}$$

Elle dure en tout 4 950 min.

$$\begin{array}{cccc|cc} 4 & 9 & 5 & 0 & 6 & 0 \\ \cline{5-6} & 1 & 5 & 0 & 8 & 2 \\ & & 3 & 0 & & \end{array}$$

On voit donc que 4 950 min = 82 h 30 min.

$$\begin{array}{cc|cc} 8 & 2 & 2 & 4 \\ \cline{3-4} 1 & 0 & 3 & \end{array}$$

Finalement il faut 3 j 10 h 30 min pour regarder cette série !

Problème n° 2

Pour se rendre au collège Vauquelin, mon professeur de mathématiques fait 26 km le matin et autant le soir.
Une année scolaire est constituée de 36 semaines et mon professeur travaille quatre jours par semaine.

Quelle distance totale va-t-il parcourir durant cette année scolaire ?

$$\begin{array}{cccc} & & 2 & 6 \\ \times & & & 2 \\ \hline & & 5 & 2 \end{array}$$

Mon professeur de mathématiques fait 52 km par jour.

$$\begin{array}{cccc} & & 5 & 2 \\ \times & & & 4 \\ \hline & 2 & 0 & 8 \end{array}$$

Comme il travaille quatre jours par semaine, il fait 208 km par semaine.

$$\begin{array}{ccccc} & & 2 & 0 & 8 \\ \times & & & 3 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 8 \\ & 6 & 2 & 4 & \\ \hline & 7 & 4 & 8 & 8 \end{array}$$

Il parcourt 7 488 km par an !

Problème n° 3

Pour les vacances je vais prendre un train de nuit. Il part vendredi 22 octobre à 18 h 07 min de Toulouse. Une pause de 1 h 37 min est prévue à Lyon. Mon train doit arriver samedi matin à 8 h 45 min à la gare de Lille.

Combien de temps va durer mon trajet ?

Entre 18 h 07 min et 19 h 00 min il y a 53 min.
Entre 19 h et 24 h, il y a 5 h.
Entre 24 h, c'est à dire 00 h et 8 h 45 min il y a 8 h 45 min.

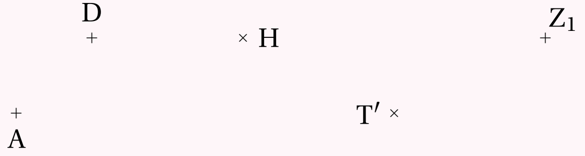
On ajoute et on obtient 53 min + 5 h + 8 h 45 min=13 h 98 min soit 14 h 38 min.

On enlève la pause de 1 h 37 min et on arrive à 13 h 01 min.

Premiers éléments de géométrie

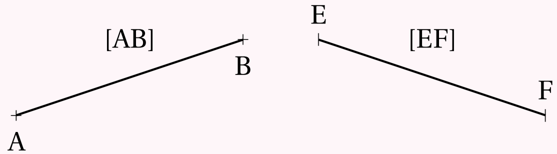
Point

Un **point** géométrique désigne en emplacement.
On le représente par une croix et on le nomme avec une lettre.



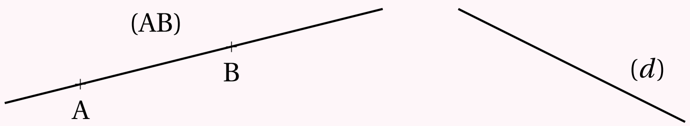
Segment

Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points.
Ces deux points sont les **extrémités** du segment.
On note [AB] le segment dont les points A et B sont les extrémités.
On note AB la longueur de ce segment.



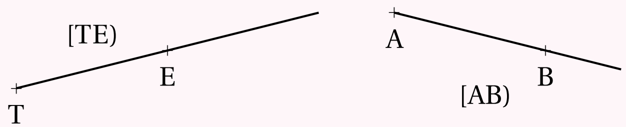
Droite

Une **droite** est constituée de tous les points alignés avec deux points.
On note (AB) la droite passant par les points A et B.



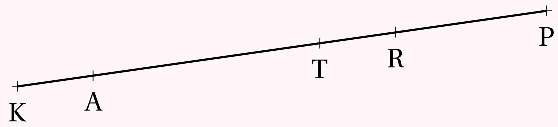
Demi-droite

Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté son **origine** .
On note [AB) la demi-droite d'origine A passant par B.



Points alignés

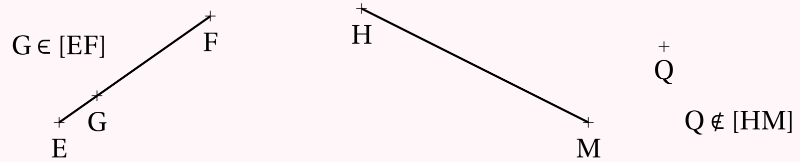
Des points sont **alignés** s'ils se situent tous sur le segment dont les extrémités sont deux d'entre eux.



Appartient, n'appartient pas

Quand un point se situe sur un segment, une droite ou une demi-droite, on dit qu'il **appartient à** un de ces objets géométriques.
On note $A \in (CG)$ pour dire que A **appartient** à la droite (CG).

Quand un point ne se situe pas sur un objet géométrique, on dit qu'il **n'appartient pas à** un de ces objets géométriques.
On note $C \notin [TY]$ pour dire que C **n'appartient pas** au segment [TY].

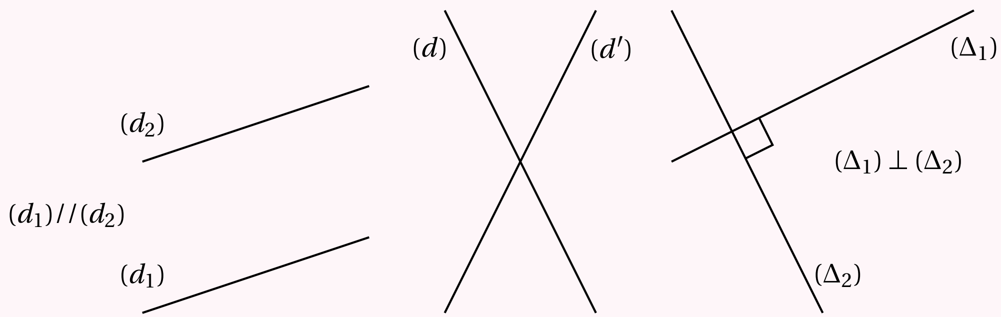


Relations entre les droites

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une fois, elles ont un **point d'intersection** . On dit que ces droites sont **sécantes** .

Deux droites qui ne sont pas sécantes n'ont aucun point d'intersection. On dit qu'elles sont **parallèles** . Quand deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles on note $(d_1)//(d_2)$.

Deux droites sécantes qui se rencontrent en formant quatre angles égaux sont **perpendiculaires** . On dit que ces angles sont **droits** . Quand deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note $(d) \perp (d')$.



VI — Annexes

1 Le Math'Ionary

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu!

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case n° 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible!

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu!

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case n° 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible!

Le Math'ionary

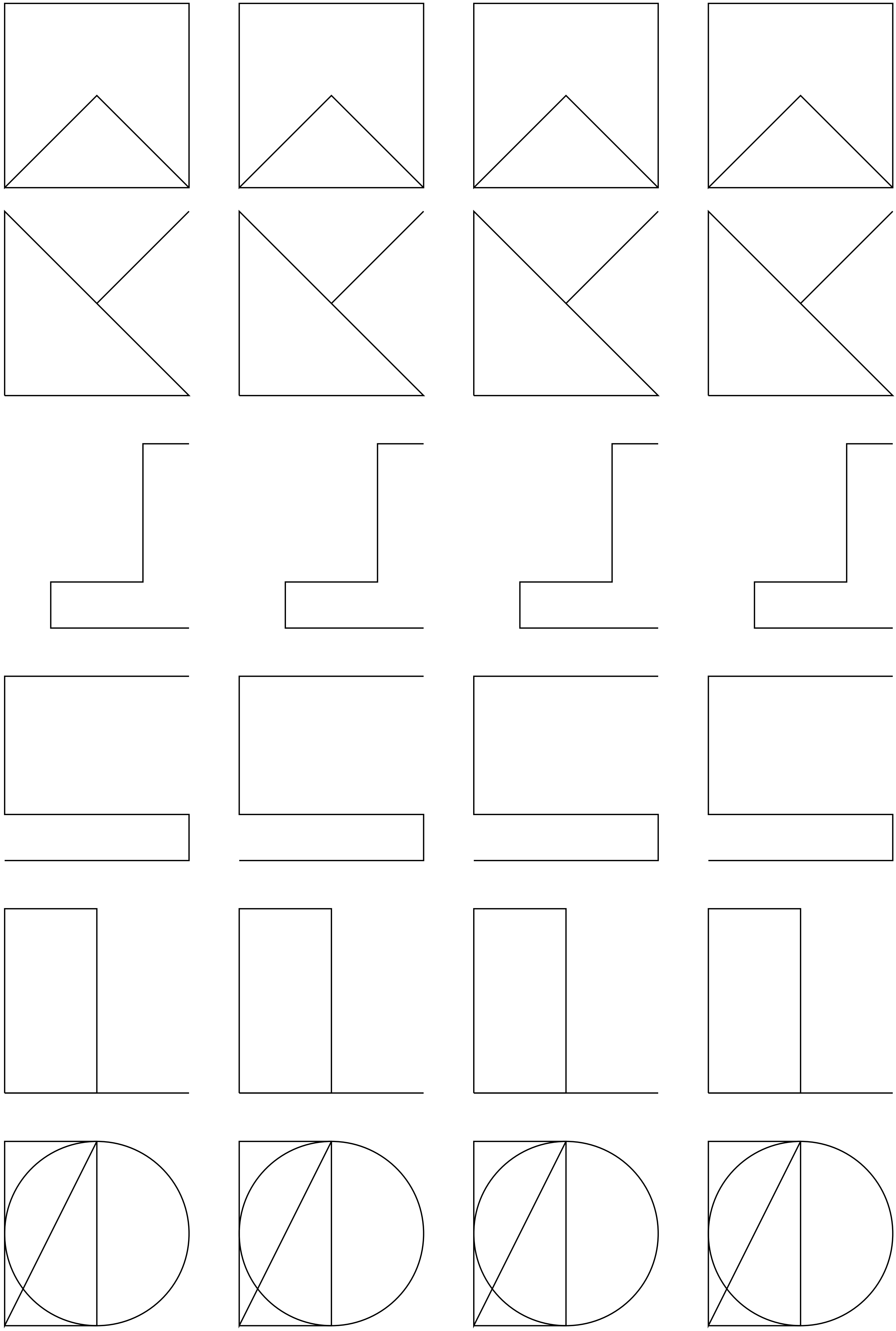
Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu!

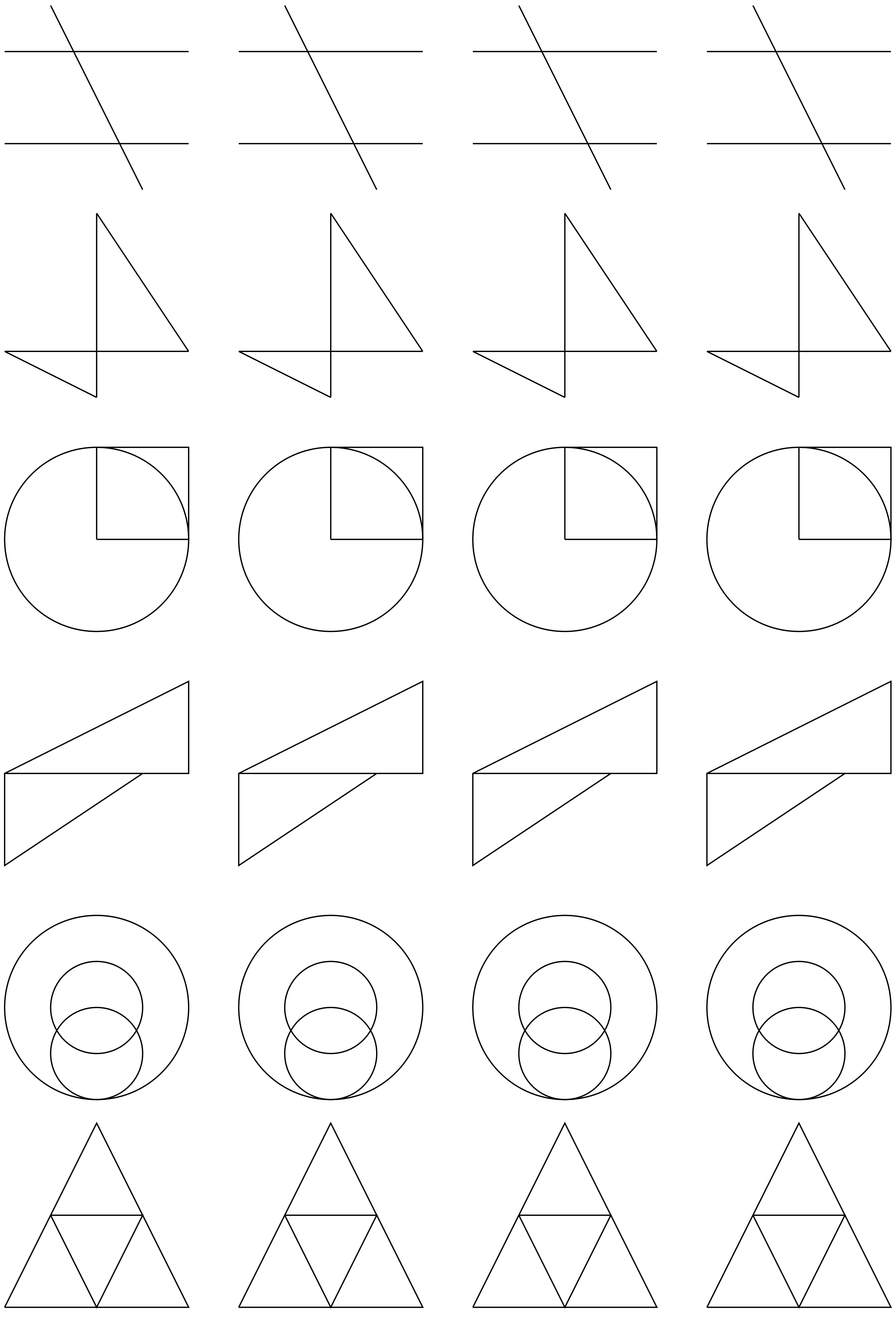
1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case n° 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case n° 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case n° 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case n° 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case n° 2 et la case n° 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible!





Première manche	Deuxième manche	Troisième manche
Case n° 1 : Description de la figure cachée.	**Case n° 1** : Description de la figure cachée.	**Case n° 1** : Description de la figure cachée.
Case n° 2 : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	**Case n° 2** : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	**Case n° 2** : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.
Case n° 3 : Comparaison avec la case n° 2.	**Case n° 3** : Comparaison avec la case n° 2.	**Case n° 3** : Comparaison avec la case n° 2.

Chapitre III

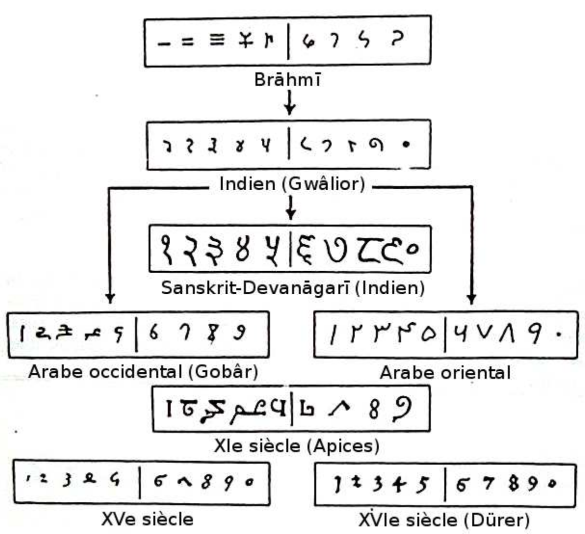
Des nombres pour mesurer : les nombres décimaux

L'idée de quantité et sa codification visuelle sont vraisemblablement antérieures à l'apparition de l'écriture. Plusieurs procédés de comptage sont progressivement développés pour décrire la taille d'un troupeau et contrôler son évolution, suivre un calendrier ou mesurer des récoltes.
Le mot calcul vient du latin calculus (« caillou »). Il est dit que les bergers comptabilisaient leurs moutons avec des cailloux dans un pot à l'entrée et à la sortie de la bergerie. Ces objets pouvaient aussi être façonnés en argile sous la forme de demi-sphère, de sphères, de conoïdes et pouvaient figurer des animaux domestiques. [1]

Au IVemillénaire avant notre ère, les civilisations mésopotamiennes utilisent ainsi des boules creuses d'argile contenant des jetons, puis des tablettes d'argile munies de marques. Il faut attendre la fusion de ces systèmes, à la fin du IIIemillénaire avant notre ère, pour voir se former véritablement le concept du nombre abstrait, indépendant de ses réalisations concrètes. [3]

L'usage de nombres fractionnaires est déjà présent dans les fractions sexagésimales de la numération babylonienne et avec les quantièmes égyptiens il y a plus de 3 000 ans. Le système décimal est aussi développé dans plusieurs civilisations pour la numération des entiers, mais il n'apparait que très ponctuellement dans les fractions.
[4]

La graphie des chiffres arabes pourrait s'inspirer d'une numération décimale non positionnelle indienne datant du IIIesiècle av. J.-C., la numération Brahmi. Les chiffres arabes ont gagné l'Europe au Xe siècle par la péninsule ibérique, alors sous domination omeyyade. Puis leur diffusion dans le reste de l'Occident s'est poursuivie par divers modes.



Certains attribuent un rôle majeur de diffusion des chiffres arabes au mathématicien italien Leonardo Fibonacci (1175 — 1250), qui avait étudié auprès de professeurs musulmans à Béjaïa (dans l'actuelle Algérie), ramena à Pise en 1198 une partie de leur savoir et publia, en 1202, le Liber Abaci (Le livre du calcul), un traité sur les calculs et la comptabilité fondée sur le calcul décimal.

Comme beaucoup de solutions qui nous paraissent simples,
la diffusion des chiffres arabes s'est heurtée aux habitudes traditionnelles, et leur apprentissage a été progressif. À Florence (Italie), il fut d'abord interdit aux marchands de les employer dans les contrats et les documents officiels. Tant que les opérations restent simples, l'abaque pour le calcul et les chiffres romains pour la représentation graphique suffisent. À partir de la Renaissance, avec le développement exponentiel du commerce, puis des sciences, en particulier de l'astronomie et de la balistique, la nécessité d'un système de calcul puissant et rapide s'impose : les chiffres indo-arabes écartent définitivement leurs prédécesseurs romains.
Leur tracé définitif, normalisé, est attesté dès le XVe siècle. [2]

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

— nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;

— somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

— utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;

— calculer avec des nombres relatifs ;

— effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

I — Les fractions qui partagent

II — Les fractions décimales

III — Les nombres décimaux

IV — Somme, différence et produit des nombres décimaux

Nous allons prolonger l'addition, la différence et le produit des nombres entiers aux nombres décimaux. Nous proposerons les démonstrations sous forme d'exemples génériques.

1 La somme et la différence

On souhaite calculer $3,14+1,789$

$3,14=\dfrac{314}{100}=\dfrac{3\,140}{1\,000}$ et $1,789=\dfrac{1\,789}{1\,000}$

$3,14+1,789=\dfrac{3\,140}{1\,000}+\dfrac{1\,789}{1\,000}=\dfrac{3\,140+1\,789}{1\,000}=\dfrac{4\,929}{1\,000}$

Ainsi $3,14+1,789=4,929$

MÉTHODE 3 . 1 : Additionner des nombres décimaux
Pour additionner des nombres décimaux, on utilise le même algorithme que pour additionner les nombres entiers :

- on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées ;
- on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres ;
- on effectue la somme comme pour des entiers ;
- dans la somme, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{cr} & {}^{1} \\ & 3,14\color{red}{0} \\ + & 1,789 \\ \hline & 4,929 \end{array}$$

On souhaite calculer $3,14-1,789$

$3,14 - 1,789 = \dfrac{3\,140}{1\,000} - \dfrac{1\,789}{1\,000} = \dfrac{3\,140 - 1\,789}{1\,000} = \dfrac{1\,351}{1\,000}$

Ainsi $3,14 - 1,789 = 1,351$

MÉTHODE 3 . 2 : Soustraire des nombres décimaux
Pour soustraire des nombres décimaux, on utilise le même algorithme que pour soustraire les nombres entiers :

— on place le nombre le plus grand au dessus du nombre le plus petit ;

— on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées ;

— on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres ;

— on effectue la différence comme pour des entiers ;

— dans la différence, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{r} 3,1\ 4\ 0 \\ -\ 1,7\ 8\ 9 \\ \hline 1,3\ 5\ 1 \end{array}$$

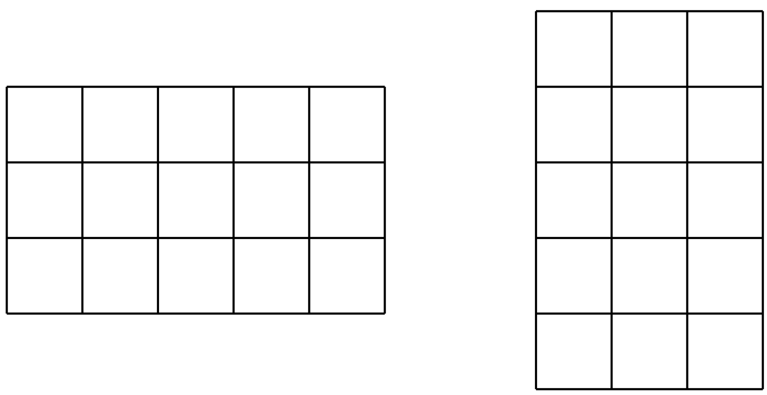
---

2 Le produit des nombres décimaux

Le produit de deux nombres entiers

La multiplication entière est une répétition d'additions.

Souvenons-nous que $3 \times 5 = \underbrace{5+5+5}_{3\ fois}$ et que $5 \times 3 = \underbrace{3+3+3+3+3}_{5\ fois}$.
Signalons également que $3 \times 5 = 5 \times 3$.[1]
Pour illustrer cette propriété on peut raisonner de manière géométrique :



Dans les deux cas le nombre de carrés à l'intérieur de ces rectangles identiques est $3 \times 5 = 5 \times 3 = 15$

La produit d'un nombre entier par un nombre décimal

Calculons $5 \times 3,14$.
Ce produit peut s'interpréter comme $\underbrace{3,14+3,14+3,14+3,14+3,14}_{5 fois} = 15,70$

Calculons maintenant $3,14 \times 5$.

Attention, rien ne prouve que $3,14 \times 5$ revient à calculer $5 \times 3,14$! Comment effectuer une addition répétée « 3, 14 fois » ?

Notons $P = 3,14 \times 5$, $P = \dfrac{314}{100} \times 5$.

On peut multiplier P par 100 : $100 \times P = \underbrace{100 \times \dfrac{314}{100}}_{314} \times 5$

Donc $100 \times P = 314 \times 5 = 1\,570$

Nous en déduisons que $P = \dfrac{1\,570}{100} = 15,70$ puisque $100 \times \dfrac{1\,570}{100} = 1\,570$

Finalement $3,14 \times 5 = 5 \times 3,14 = 15,70$

Le produit de deux nombres décimaux

Calculons $5,2 \times 3,14$.
Cette fois-ci ce produit ne peut pas être interprété comme une addition répétée. On utilise la stratégie précédente.

Notons $P = 5,2 \times 3,14$ on a $P = \dfrac{52}{10} \times \dfrac{314}{100}$

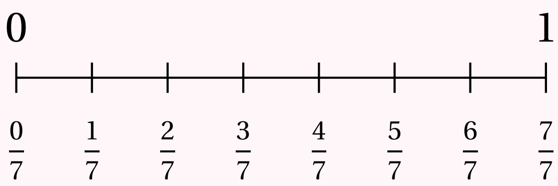
Comme $10 \times \dfrac{52}{10} = 52$ et que $100 \times \dfrac{314}{100} = 314$, on effectue les multiplications suivantes :

$$10 \times P \times 100 = \underbrace{10 \times \frac{52}{10}}_{52} \times \underbrace{\frac{314}{100} \times 100}_{314}$$

$$10 \times P \times 100 = 52 \times 314$$

Nombres décimaux

Fraction partage, vocabulaire



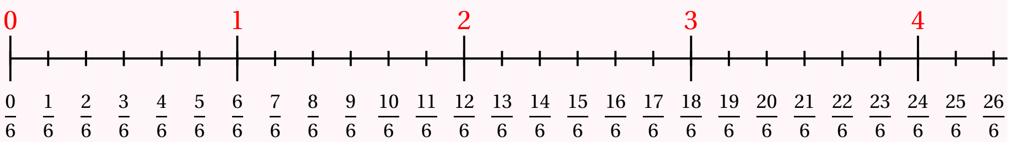
La **fraction** $\frac{3}{7}$ est constitué d'un **numérateur** : 3 et d'un **dénominateur** : 7.

Le dénominateur indique le nombre de part. Le numérateur indique le numéro de la graduation.

$\frac{3}{2}$ se dit trois demis. $\frac{5}{3}$ se dit cinq tiers. $\frac{7}{4}$ se dit sept quarts.

$\frac{11}{5}$ se dit onze cinquièmes. $\frac{3}{2\,020}$ se dit trois deux-mille-vingtièmes.

Fraction et droite graduée



Sur un droite graduée, une fraction peut représenter un nombre.

Une fraction peut se décomposer sous la forme de **la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieur à une unité** .

$\frac{23}{6} = 3 + \frac{5}{6}$ car 3 unités correspond à $\frac{18}{6}$. Ainsi $3 < \frac{23}{6} < 4$.

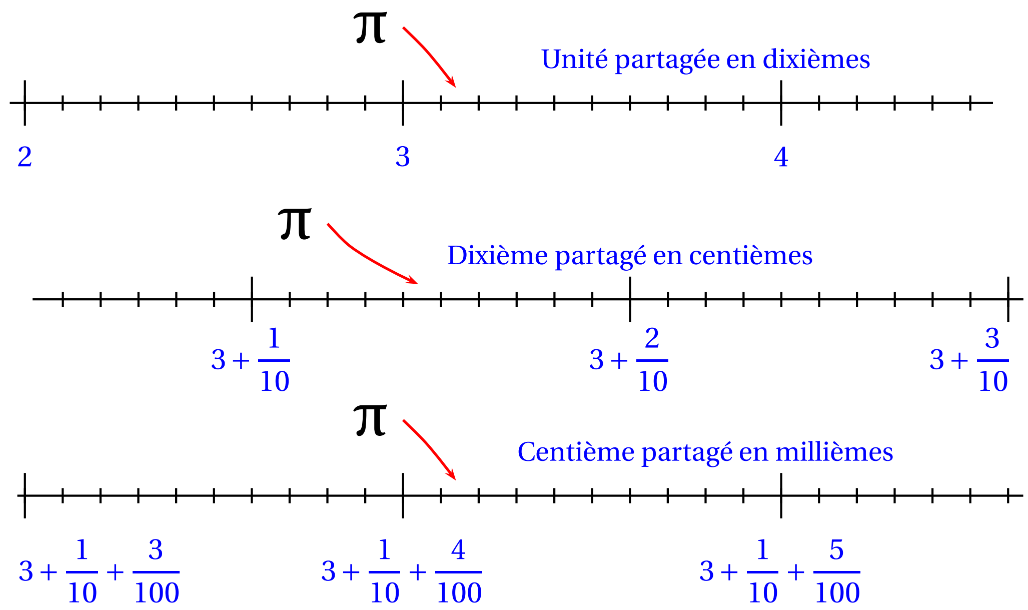
Les fractions décimales

Les **fractions décimales** sont les fractions dont le dénominateur est 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000 ...

On parle de **dixième** , **centième** , **millième** , **dix-millième** , **cent-millième** ...

Il y a :

- 10 dixièmes dans une unité ;
- 10 centièmes dans un dixième ;
- 10 millièmes dans un centième.
- 100 centièmes dans une unité ;
- 100 millièmes dans un dixième ;
- 1000 millièmes dans une unité.



Le nombre $3 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$ peut s'écrire plus rapidement sous la forme $3,142$.

$$3,142 = 3 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1\,000} = 3 + \frac{142}{1\,000} = \frac{3\,142}{1\,000}$$

On dit que 3 est **la partie entière** et $\frac{142}{1\,000}$ **la partie décimale** du nombre $3,142$.

Nombres décimaux et multiplication

Pour effectuer $3{,}163 \times 0{,}7$ on effectue le produit des nombres entiers 3 163 et 7. En effet, le nombre 3,163 vaut 3 163 millièmes et 0,7 vaut 7 dixièmes.

$3\,163 \times 7 = 22\,141$ et comme le produit de **millièmes** par des **dixièmes** donne des **dix-millièmes** , on en déduit que $3{,}163 \times 0{,}7 = 2{,}2141$.

En pratique, le produit a autant de chiffres après la virgule que la somme du nombre de chiffres après la virgule des deux facteurs.
Ici, 3,163 a trois chiffres après la virgule et 0,7 en a un.
Le produit des deux en a donc quatre !

Interrogation rapide

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Compléter en imitant le modèle :

$2+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$

$4+\frac{5}{3}$

$5+\frac{2}{5}$

$6+\frac{6}{7}$

$4+\frac{5}{9}$

$8+\frac{11}{5}$

$3+\frac{14}{3}$

$7+\frac{8}{10}$

$\frac{10}{4}=2+\frac{2}{4}$

$\frac{75}{7}$

$\frac{47}{5}$

$\frac{24}{5}$

$\frac{47}{6}$

$\frac{26}{3}$

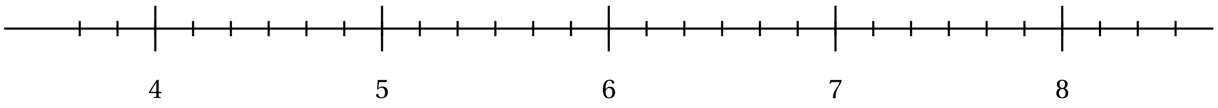
$\frac{87}{10}$

Interrogation rapide — Correction

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de mathématiques

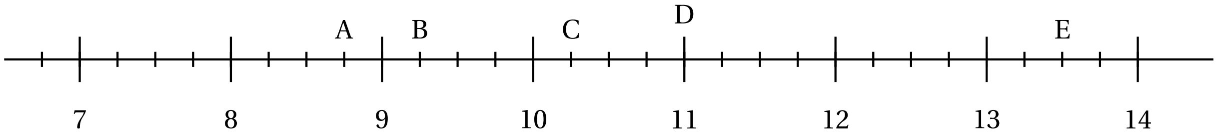
Exercice 1 : Placer sur cette droite les points suivants en observant leurs abscisses :



$A\left(4+\frac{5}{6}\right)$; $B\left(7+\frac{1}{6}\right)$; $C\left(\frac{30}{6}\right)$; $D\left(\frac{45}{6}\right)$; $E\left(7-\frac{9}{6}\right)$

Exercice 2 : Indiquer les abscisses des points suivants.

Répondre sous la forme d'une fraction puis de la somme d'un entier et d'une fraction. Par exemple $Z\left(\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}\right)$



Exercice 3 : Décomposer et compléter comme dans l'exemple. $\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}$ donc $6<\frac{45}{7}<7$

$\frac{23}{3}=$	donc $\quad<\frac{23}{3}<$	$\frac{9}{11}=$	donc $\quad<\frac{9}{11}<$
$\frac{45}{8}=$	donc $\quad<\frac{45}{8}<$	$\frac{83}{9}=$	donc $\quad<\frac{83}{9}<$
$\frac{65}{10}=$	donc $\quad<\frac{65}{10}<$	$\frac{57}{8}=$	donc $\quad<\frac{56}{8}<$

Exercice 4 : Classer dans l'ordre croissant :

3,1 ; 3,09 ; 3,14 ; 3,1415 ; 3,142 ; 3,2

Exercice 5 : Compléter le tableau suivant :

$3,142$	$3+\dfrac{142}{1\,000}$	$3+\dfrac{1}{10}+\dfrac{4}{100}+\dfrac{2}{1\,000}$	$\dfrac{3\,142}{1\,000}$
45,34			
2 020,32			
3,142			
0,065			
	$65+\dfrac{134}{1\,000}$		
			$\dfrac{12\,345}{10\,000}$

Exercice 5 : Encadrer chacune des fractions entre deux nombres entiers consécutifs. Exemple : $8<\dfrac{809}{100}<9$

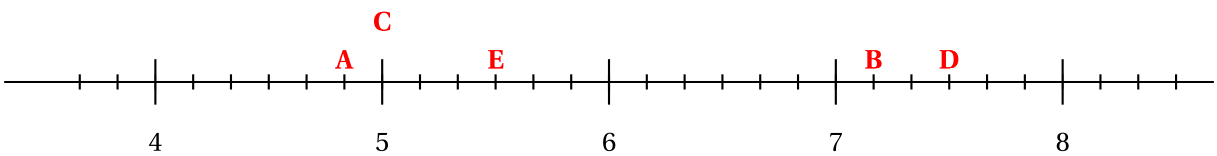
$<\dfrac{202}{10}<$	$<\dfrac{3\,458}{100}<$	$<\dfrac{234}{1\,000}<$
$<\dfrac{314}{100}<$	$<\dfrac{456}{10}<$	$<\dfrac{8\,900}{100}<$
$<\dfrac{2\,020}{1\,000}<$	$<\dfrac{25\,202}{1\,000}<$	$<\dfrac{12\,345}{10\,000}<$

Exercice 6 : Poser ci-dessous les opérations suivantes :

$345{,}35+23{,}3$ ✧ $567{,}67+98{,}098$ ✧ $2\,020-987{,}87$ ✧ $789{,}76-567{,}098\,7$

Évaluation de mathématiques — Correction

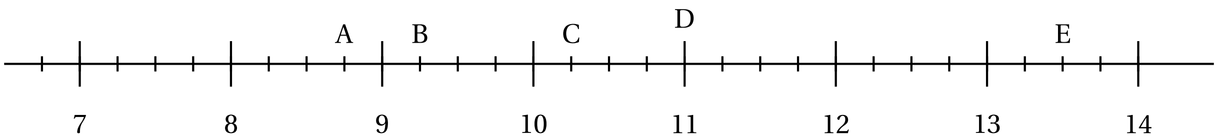
Exercice 1 : Placer sur cette droite les points suivants en observant leurs abscisses :



$$\mathrm{A}\left(4+\frac{5}{6}\right) \quad ; \quad \mathrm{B}\left(7+\frac{1}{6}\right) \quad ; \quad \mathrm{C}\left(\frac{30}{6}\right) \quad ; \quad \mathrm{D}\left(\frac{45}{6}\right) \quad ; \quad \mathrm{E}\left(7-\frac{9}{6}\right)$$

Exercice 2 : Indiquer les abscisses des points suivants.

Répondre sous la forme d'une fraction puis de la somme d'un entier et d'une fraction. Par exemple $\mathrm{Z}\left(\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}\right)$



$\mathrm{A}\left(8+\frac{3}{4}=\frac{35}{4}\right)$ | $\mathrm{B}=\left(9+\frac{1}{4}=\frac{37}{4}\right)$ | $\mathrm{C}=\left(10+\frac{1}{4}=\frac{41}{4}\right)$

$\mathrm{D}=\left(11=\frac{44}{4}\right)$ | $\mathrm{E}=\left(13+\frac{2}{4}=\frac{54}{4}\right)$

Exercice 3 : Décomposer et compléter comme dans l'exemple. $\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}$ donc $6<\frac{45}{7}<7$

$\frac{23}{3}=7+\frac{2}{3}$ donc $7<\frac{23}{3}<8$ car $3\times 7=21$

$\frac{45}{8}=5+\frac{5}{8}$ donc $5<\frac{45}{8}<6$ car $8\times 5=40$

$\frac{65}{10}=6+\frac{5}{10}$ donc $6<\frac{65}{10}<7$ car $6\times 10=60$

$\frac{9}{11}=0+\frac{9}{11}$ donc $0<\frac{9}{11}<1$ car $0\times 11=0$

$\frac{83}{9}=9+\frac{2}{9}$ donc $9<\frac{83}{9}<10$ car $9\times 9=81$

$\frac{57}{8}=7+\frac{1}{8}$ donc $7<\frac{56}{8}<8$ car $7\times 8=56$

Exercice 4 : Classer dans l'ordre croissant :

3,1 ; 3,09 ; 3,14 ; 3,1415 ; 3,142 ; 3,2

$3{,}09<3{,}1<3{,}14<3{,}1415<3{,}142<3{,}2$

On pouvait par exemple ajouter des zéros significatifs jusqu'au dix-millièmes :

$3{,}0900<3{,}1000<3{,}1400<3{,}1415<3{,}1420<3{,}2000$

Exercice 5 : Compléter le tableau suivant :

$3,142$	$3+\frac{142}{1000}$	$3+\frac{1}{10}+\frac{4}{100}+\frac{2}{1000}$	$\frac{3142}{1000}$
45,34	$45+\frac{34}{100}$	$45+\frac{3}{10}+\frac{4}{100}$	$\frac{4534}{100}$
2020,32	$2020+\frac{32}{100}$	$2020+\frac{3}{10}+\frac{2}{100}$	$\frac{202032}{100}$
3,142	$3+\frac{142}{1000}$	$3+\frac{1}{10}+\frac{4}{100}+\frac{2}{1000}$	$\frac{3142}{1000}$
0,065	$\frac{65}{1000}$	$\frac{6}{100}+\frac{5}{1000}$	$\frac{65}{1000}$
65,134	$65+\frac{134}{1000}$	$65+\frac{1}{10}+\frac{3}{100}+\frac{4}{1000}$	$\frac{65134}{1000}$
1,2345	$1+\frac{2345}{10000}$	$1+\frac{2}{10}+\frac{3}{100}+\frac{4}{1000}+\frac{5}{10000}$	$\frac{12345}{10000}$

Exercice 5 : Encadrer chacune des fractions entre deux nombres entiers consécutifs. Exemple : $8<\frac{809}{100}<9$

$20<\frac{202}{10}<21$	$34<\frac{3458}{100}<35$	$0<\frac{234}{1000}<1$
$3<\frac{314}{100}<4$	$45<\frac{456}{10}<46$	$8<\frac{8900}{100}<9$
$2<\frac{2020}{1000}<3$	$25<\frac{25202}{1000}<26$	$1<\frac{12345}{10000}<2$

Exercice 6 : Poser ci-dessous les opérations suivantes :

$345{,}35+23{,}3$ ✧ $567{,}67+98{,}098$ ✧ $2020-987{,}87$ ✧ $789{,}76-567{,}0987$

$$\begin{array}{r} 345{,}35 \\ +\ \ 23{,}3 \\ \hline 368{,}65 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 567{,}67 \\ +\ \ 98{,}098 \\ \hline 665{,}768 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2020{,}00 \\ -\ \ 987{,}87 \\ \hline 1032{,}13 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 789{,}7600 \\ -\ 567{,}0987 \\ \hline 222{,}6613 \end{array}$$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de mathématiques

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant :

$3,14$	$3+\frac{14}{100}$	$3+\frac{1}{10}+\frac{4}{100}$	$\frac{314}{100}$
$1,768$			
			$\frac{6\,788}{1\,000}$
	$15+\frac{14}{1\,000}$		
		$67+\frac{3}{10}+\frac{1}{1\,000}$	
$0,763\,2$			

Exercice 2 Calculer en posant les opérations suivantes :

$78,09+7,909$ | $9,87-0,786$ | $2,09\times 12,3$

Exercice 3
On sait que $2\,019\times 2\,018 = 4\,074\,342$.
En déduire :

$A = 20,19\times 201,8 =$

$B = 201,9\times 201,8 =$

$C = 2,019\times 20,18 =$

$D = 2\,019\times 2,018 =$

$E = 2,019\times 2,018 =$

$F = 0,201\,9\times 0,201\,8 =$

Exercice 4

1. Tracer un triangle KHT où KH = 11 cm, KT = 5 cm et HT = 9 cm

2. Colorier l'ensemble des points situés à moins de 3 cm du point K

3. Colorier l'ensemble des points situés à moins de 5 cm du point T et à plus de 9 cm du point H.

Exercice 5 : Tracer la figure suivante :

1. Tracer [GH] tel que GH = 4 cm
2. Tracer le cercle de diamètre [GH]
3. Tracer le cercle de centre G passant par H
4. Tracer le cercle de centre H et de rayon 3 cm

Ajouter deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Soustraire deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Multiplier deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Résoudre un problème en plusieurs étapes	MI — MF — MS — TB

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

PROBLÈME

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les courses chez Géant Kazina. J'ai acheté 1,35 kg de pommes de terre à 1,7 € le kilo, 3,4 kg de navets à 1,05 €le kilo et 3 barquettes de poireaux à 1,73 €la barquette.

J'ai seulement un billet de 10 € dans ma poche. Cela va-t-il suffire ? Sinon, combien me manque-t-il ?

Ajouter deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Soustraire deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Multiplier deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Résoudre un problème en plusieurs étapes	MI — MF — MS — TB

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

PROBLÈME

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les courses chez Géant Kazina. J'ai acheté 1,45 kg de pommes de terre à 1,6 € le kilo, 3,2 kg de navets à 1,15 €le kilo et 3 barquettes de poireaux à 1,75 €la barquette.

J'ai seulement un billet de 10 € dans ma poche. Cela va-t-il suffire ? Sinon, combien me manque-t-il ?

Ajouter deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Soustraire deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Multiplier deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Résoudre un problème en plusieurs étapes	MI — MF — MS — TB

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

PROBLÈME

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les courses chez Géant Kazina. J'ai acheté 1,35 kg de pommes de terre à 1,7 € le kilo, 3,4 kg de navets à 1,05 €le kilo et 3 barquettes de poireaux à 1,73 €la barquette.

J'ai seulement un billet de 10 € dans ma poche. Cela va-t-il suffire ? Sinon, combien me manque-t-il ?

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

PROBLÈME

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les courses chez Géant Kazina. J'ai acheté 1,65 kg de pommes de terre à 1,8 € le kilo, 3,1 kg de navets à 1,03 €le kilo et 3 barquettes de poireaux à 1,71 €la barquette.

J'ai seulement un billet de 10 € dans ma poche. Cela va-t-il suffire ? Sinon, combien me manque-t-il ?

Ajouter deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Soustraire deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Multiplier deux nombres décimaux	MI — MF — MS — TB
Résoudre un problème en plusieurs étapes	MI — MF — MS — TB

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

PROBLÈME

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les courses chez Géant Kazina. J'ai acheté 1,25 kg de pommes de terre à 1,6 € le kilo, 3,5 kg de navets à 1,12 €le kilo et 3 barquettes de poireaux à 1,74 €la barquette.

J'ai seulement un billet de 10 € dans ma poche. Cela va-t-il suffire ? Sinon, combien me manque-t-il ?

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Problème de mathématique en plusieurs étapes...

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les soldes chez Zora. J'ai acheté un super pantalon bleu à 46,65 €, une chemise verte à 24,95 €et cinq paires de chaussettes.
Quand j'ai payé avec un billet de 100 €le vendeur m'a rendu 12,30 €.

Combien coûte une paire de chaussette ?

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Problème de mathématique en plusieurs étapes...

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les soldes chez Zora. J'ai acheté un super pantalon bleu à 36,65 €, une chemise verte à 34,95 €et cinq paires de chaussettes.
Quand j'ai payé avec un billet de 100 €le vendeur m'a rendu 9,30 €.

Combien coûte une paire de chaussette ?

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Problème de mathématique en plusieurs étapes...

Voici un problème. Vous devez le résoudre en plusieurs étapes. Pour chacune d'elle vous devez poser les opérations puis faire une phrase réponse. Vous ferez à la fin du problème une phrase de conclusion.

PROBLÈME :

J'ai fait les soldes chez Zora. J'ai acheté un super pantalon bleu à 26,65 €, une chemise verte à 34,95 €et cinq paires de chaussettes.
Quand j'ai payé avec un billet de 100 €le vendeur m'a rendu 18,30 €.

Combien coûte une paire de chaussette ?

QUESTION DU JOUR N° 1 : Problème – Épisode 1

Nous sommes allés au cinéma en groupe :

— Mes deux grands-parents ont plus de 75 ans;
— mes deux parents ont entre 40 et 50 ans;
— mes trois cousins sont étudiants;
— mes deux soeurs sont en CM1 et mon frère en maternelle;
— mes trois amis et moi sommes en sixième.

Pour aller voir *La Reine des nuages – 2* en 3D voici les tarifs affichés à l'entrée :

— Plein tarif : 10,40 €;
— Étudiant ou moins de 26 ans : 6,90 €;
— Moins de 16 ans : 5,40 €;
— Tarif réduit (pour les personnes de plus de 65 ans) : 8 €;
— Supplément 3D : 1 €.

Juste avant de payer le caissier nous propose la carte Méga GGR à 110 € pour 15 places avec supplément 3D offert.

Quelle décision prendre?

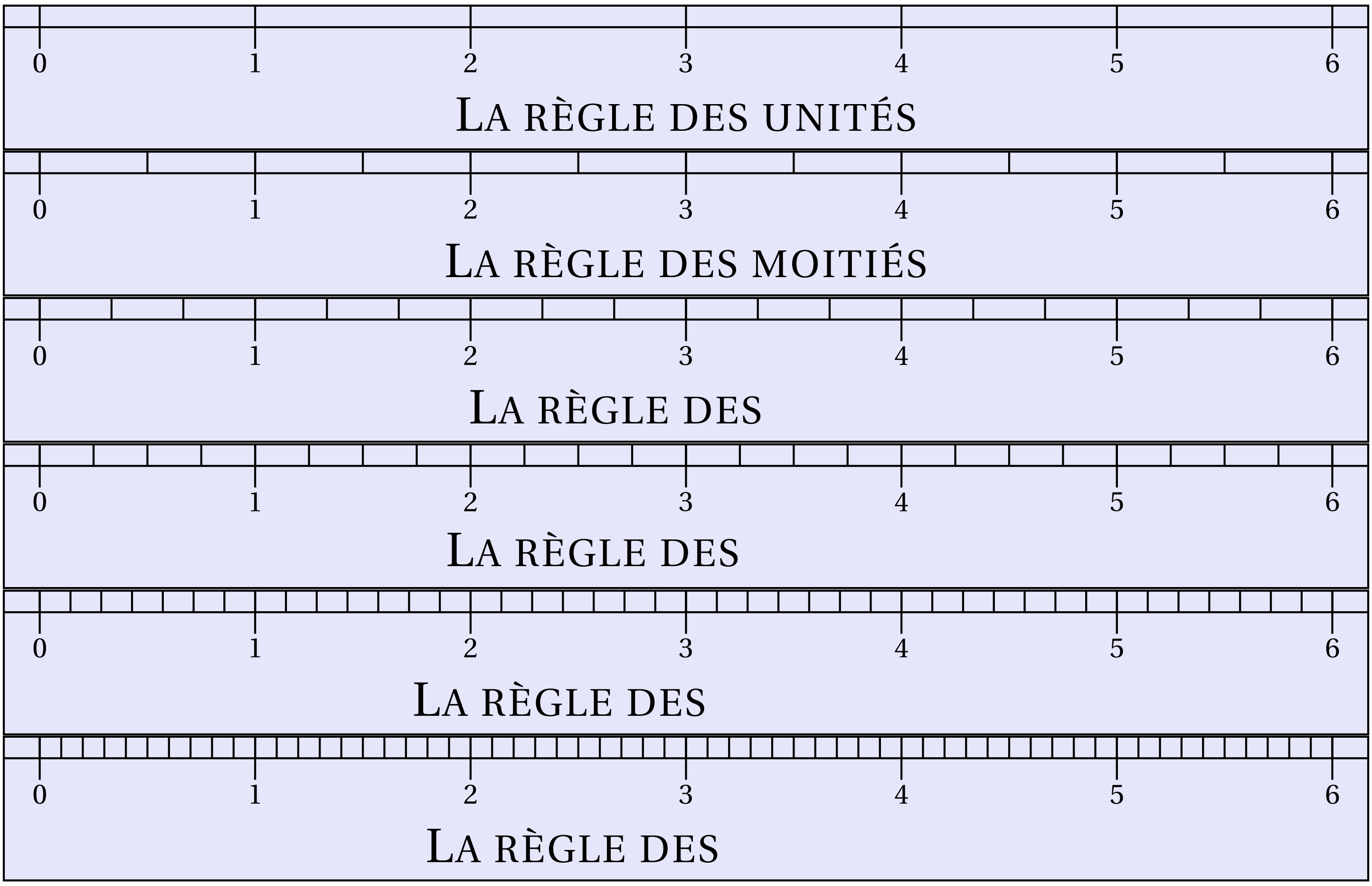
QUESTION DU JOUR N° 2 : Problème – Épisode 2

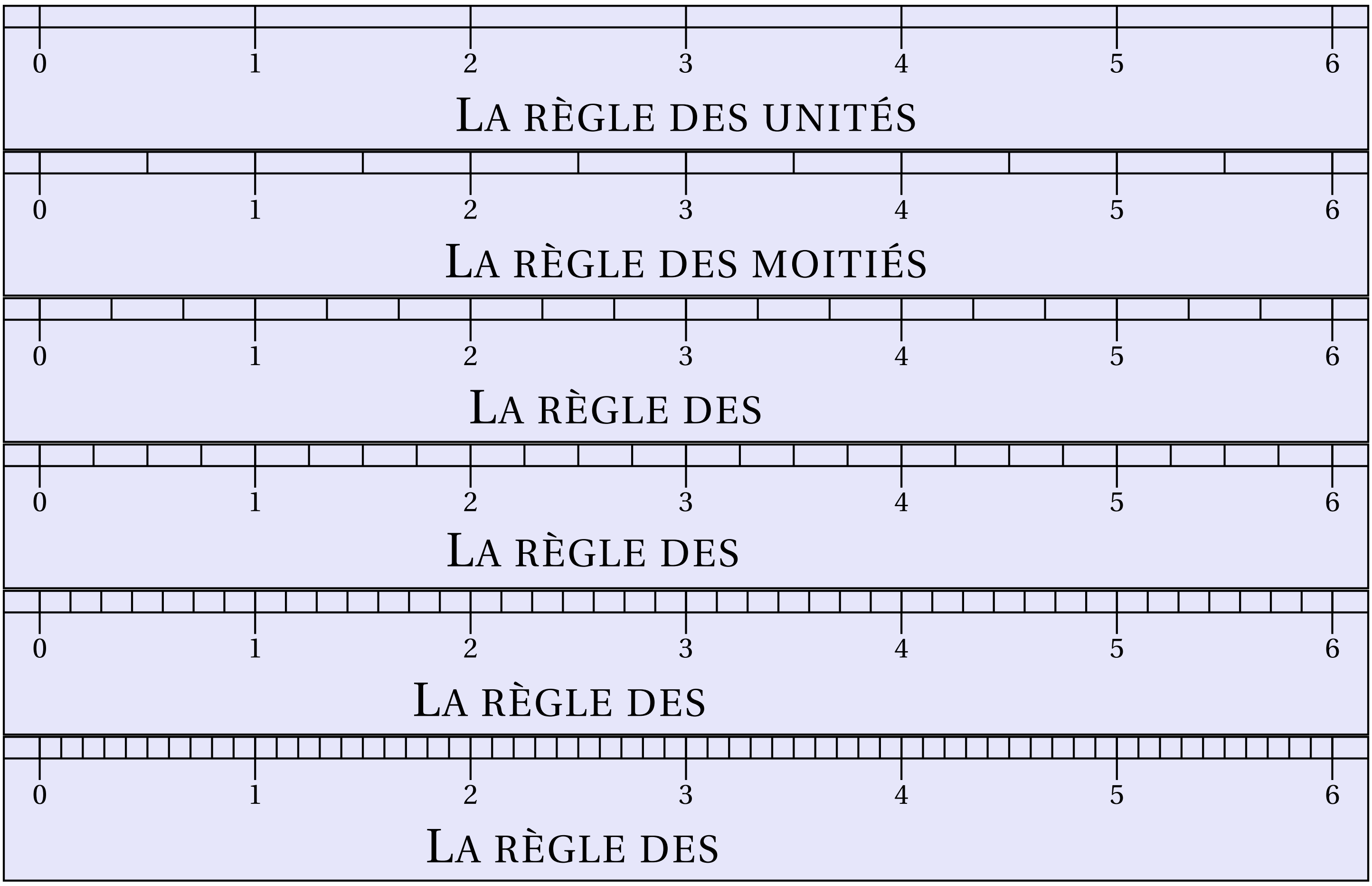
J'ai pris l'habitude de prendre deux bains par semaine. En 2020 j'ai décidé de faire davantage attention à ma consommation d'eau et je vais dorénavant ne prendre que des douches.
J'ai lu sur un le site de mon fournisseur d'eau qu'une douche de 5 min consomme environ 60 L d'eau et qu'un bain en utilise 180 L.
En regardant la facture d'eau de mes parents j'ai constaté que 1 m^3 = 1 000 L d'eau coûte 3,77 €.

Combien va-t-on économiser cette année si je réussis à me tenir à ma bonne résolution?

VII — Annexe

1 Documents


0 1 2 3 4 5 6
La règle des unités
0 1 2 3 4 5 6
La règle des moitiés
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des


0 1 2 3 4 5 6
La règle des unités
0 1 2 3 4 5 6
La règle des moitiés
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des

Rectangles à mesurer

En utilisant la règle indiquée, mesurer la longueur et la largeur de ce rectangle puis calculer son périmètre. *Exprimer la réponse en unité.*

Rectangle n° 1 — Règle des unités

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 2 — Règle des moitiés

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 3 — Règle des tiers

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 4

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 5

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 6

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangles à mesurer

Correction

En utilisant la règle indiquée, mesurer la longueur et la largeur de ce rectangle puis calculer son périmètre. *Exprimer la réponse en unité.*

Rectangle nº 1 — Règle des unités

Longueur : 4 — Largeur : 1 — *Diagonale : environ* $4+\frac{1}{10}$ *ou* $4+\frac{1}{10}+\frac{3}{100}$

Périmètre : $4+1+4+1=10$

Rectangle nº 2 — Règle des moitiés

Longueur : $2+\frac{1}{2}$ — Largeur : $\frac{1}{2}$ — *Diagonale : environ* $2+\frac{5}{10}$ *ou* $2+\frac{5}{10}+\frac{5}{100}$

Périmètre : $2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2+1+2+1=6$ ou $4+\frac{4}{2}$

Rectangle nº 3 — Règle des tiers

Longueur : $3+\frac{2}{3}$ — Largeur : $1+\frac{1}{3}$ — *Diagonale : environ* $3+\frac{9}{10}$ *ou* $3+\frac{8}{10}+\frac{9}{100}$

Périmètre : $3+\frac{2}{3}+1+\frac{1}{3}+3+\frac{2}{3}+1+\frac{1}{3}=4+1+4+1=10$ ou $8+\frac{6}{3}$

Rectangle nº 4

Longueur : $2+\frac{1}{4}$ — Largeur : $\frac{3}{4}$ *Diagonale : environ* $2+\frac{3}{10}$ *ou* $2+\frac{3}{10}+\frac{8}{100}$

Périmètre : $2+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+2+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=2+1+2+1=6$ ou $4+\frac{8}{4}$

Rectangle nº 5

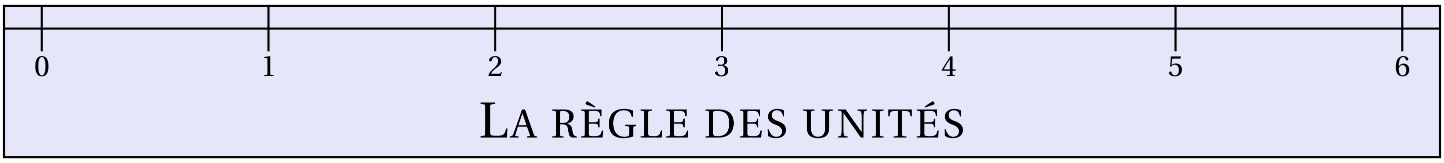
Longueur : $2+\frac{5}{7}$ — Largeur : $1+\frac{4}{7}$ — *Diagonale : environ* $3+\frac{1}{10}$ *ou* $3+\frac{1}{10}+\frac{5}{100}$

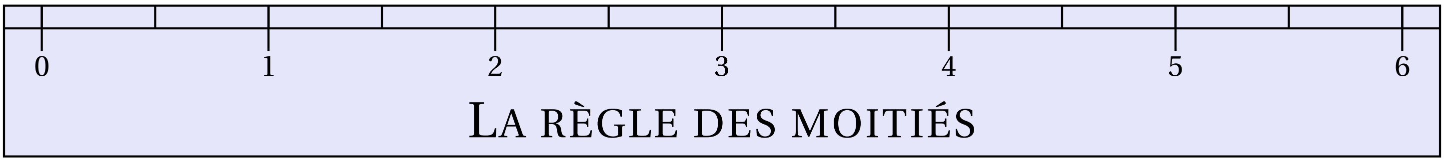
Périmètre : $2+\frac{2}{7}+1+\frac{4}{7}+2+\frac{2}{7}+1+\frac{4}{7}=6+\frac{12}{7}=7+\frac{5}{7}$

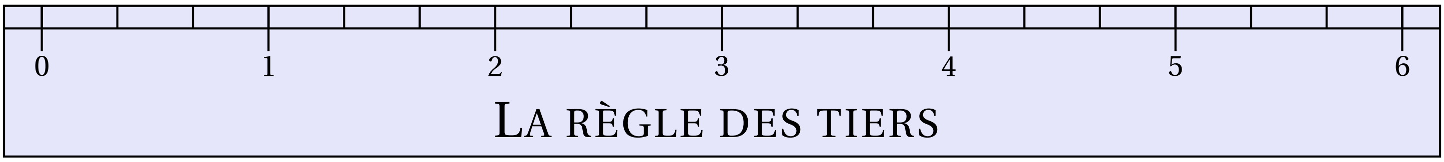
Rectangle nº 6

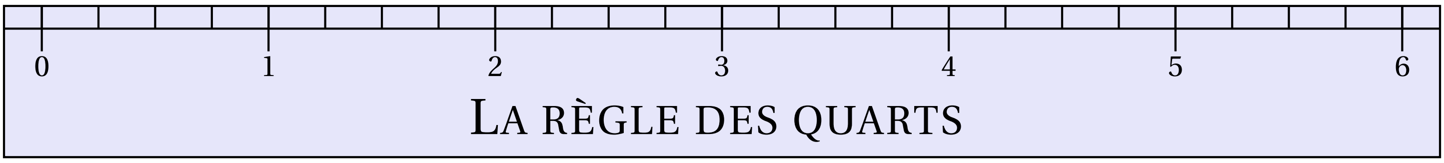
Longueur : $3+\frac{7}{10}$ — Largeur : $\frac{8}{10}$ — *Diagonale : environ* $3+\frac{7}{10}$ *ou* $3+\frac{7}{10}+\frac{9}{100}$

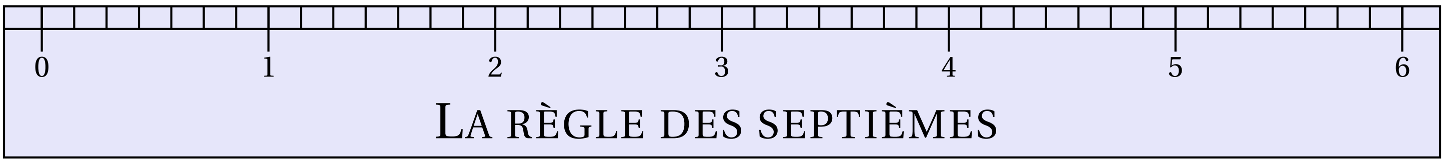
Périmètre : $3+\frac{7}{10}+\frac{8}{10}+3+\frac{7}{10}+\frac{8}{10}=6+\frac{30}{10}=6+3=9$

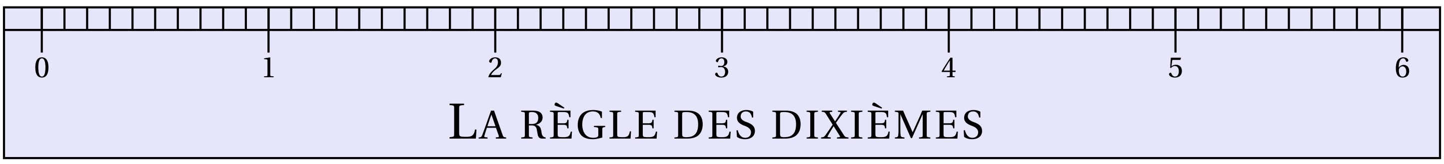

0 1 2 3 4 5 6
La règle des unités

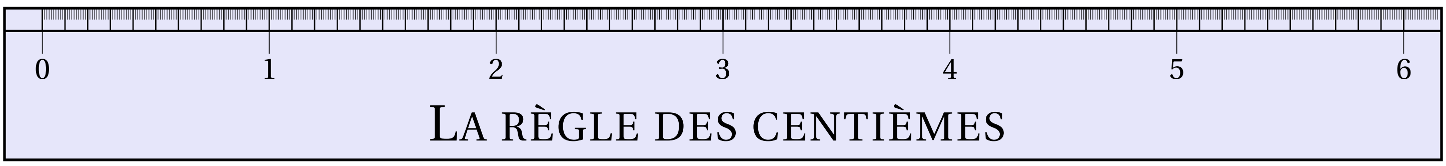

0 1 2 3 4 5 6
La règle des moitiés


0 1 2 3 4 5 6
La règle des tiers


0 1 2 3 4 5 6
La règle des quarts


0 1 2 3 4 5 6
La règle des septièmes


0 1 2 3 4 5 6
La règle des dixièmes


0 1 2 3 4 5 6
La règle des centièmes

CHAPITRE IV

Distance : des cercles pour construire des triangles

Plan du cours :

III — Somme, différence et produit

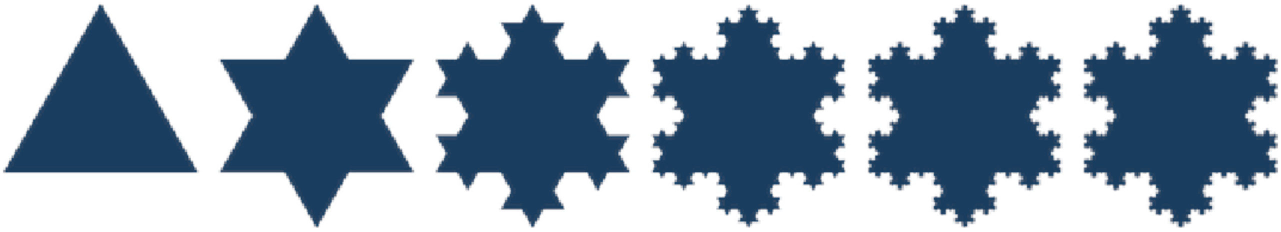
Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

— somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

— effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

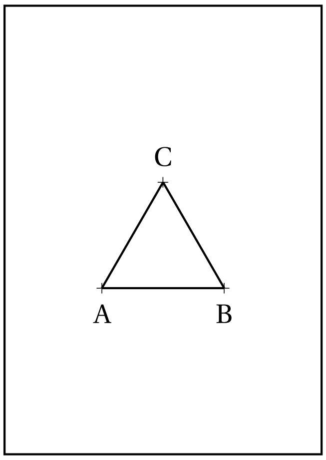
Le flocon de Von Koch



Préambule

Compléter : $3 \times 1\ mm =$ $\qquad$ $3 \times 3 \times 1\ mm =$ $\qquad$ $3 \times 3 \times 3 \times 1\ mm =$ $\qquad$ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 1\ mm =$

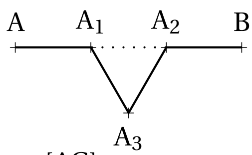
Première étape



1. Tracer un triangle équilatéral ABC de $8,1\ cm$ de côté en le centrant sur la page A4 au format portrait.

2. Combien de segments sont tracés sur cette figure ? Calculer la périmètre de cette figure.

Deuxième étape



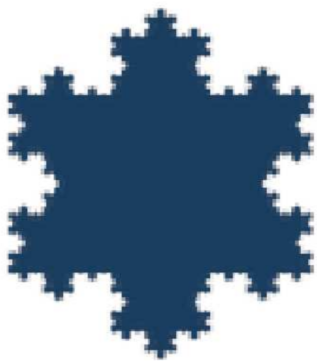
1.a Partager le segment [AB] en trois segments de même longueur : $[AA_1]$, $[A_1A_2]$ et $[A_2B]$.
1.b Tracer à l'extérieur du premier triangle, le triangle équilatéral $A_1A_2A_3$.

2. Faire de même sur les segments [BC] et [AC] en nommant les points B_1, B_2 sur [BC] et C_1, C_2 sur [AC].

3. Effacer sur chaque côté du triangle de la première étape, le segment central $[A_1A_2]$

4. Combien de segments sont tracés sur cette figure ? Calculer la périmètre de cette figure.

Troisième étape



1. Recommencer l'étape précédente avec chacun des segments que vous avez comptés :

— Couper le segment en trois segments de même longueur ;

— Construire un triangle équilatéral vers l'extérieur à partir du segment central ;

— Effacer le segment central.

2. Combien de segments sont tracés sur cette figure ? Calculer la périmètre de cette figure.

Étapes suivantes

Recommencer un maximum de fois l'étape précédente. Se demander à chaque fois quel est le périmètre et le nombre de côtés de cette figure.

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 : Tracer sur votre copie un cercle de centre O et de rayon 6 cm.

Tracer sur cette figure une corde [AB] mesurant 4 cm.
Tracer sur cette figure un diamètre [EF]

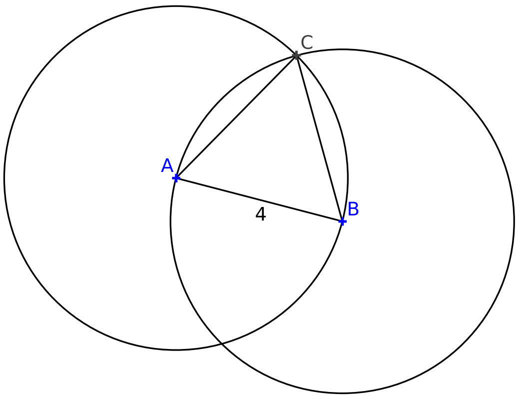
Exercice 2 : Tracer la figure suivante sur votre copie :

1. Tracer [GH] tel que GH = 5 cm
2. Tracer le cercle de diamètre [GH]
3. Tracer le cercle de centre G passant par H
4. Tracer le cercle de centre H et de rayon 3 cm

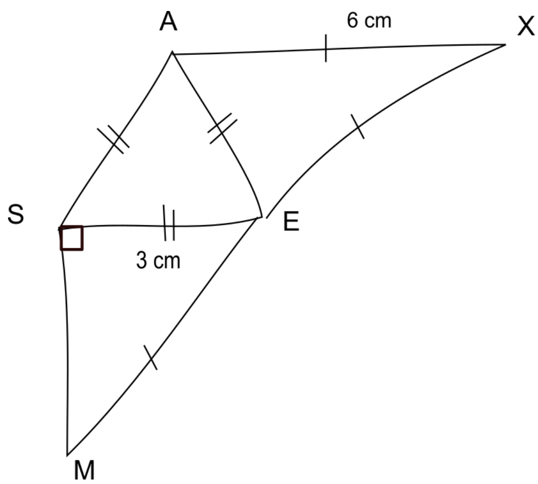
Exercice 3 : Tracer les figures suivantes sur votre copie :

Figure 1 : Un triangle TRE tel que TR = 6 cm, TE = 7 cm et RE = 8 cm
Figure 2 : Un triangle POU équilatéral de côté 4 cm
Figure 3 : Un triangle ZAL isocèle en Z tel que ZA = 7 cm et AL = 3 cm
Figure 4 : Un triangle DVS rectangle en S tel que SD = 5 cm et SV = 4 cm

Exercice 4 : Écrire une consigne de géométrie permettant de tracer la figure suivante :



Exercice 5 : Reproduire en vraies grandeurs en utilisant les outils de géométrie la figure faîte à main levée suivante :



Exercice Bonus

1. Tracer un triangle KHT où KH = 11 cm, KT = 5 cm et HT = 9 cm

2. Colorier la partie de la figure constituée de tous les points situés à :

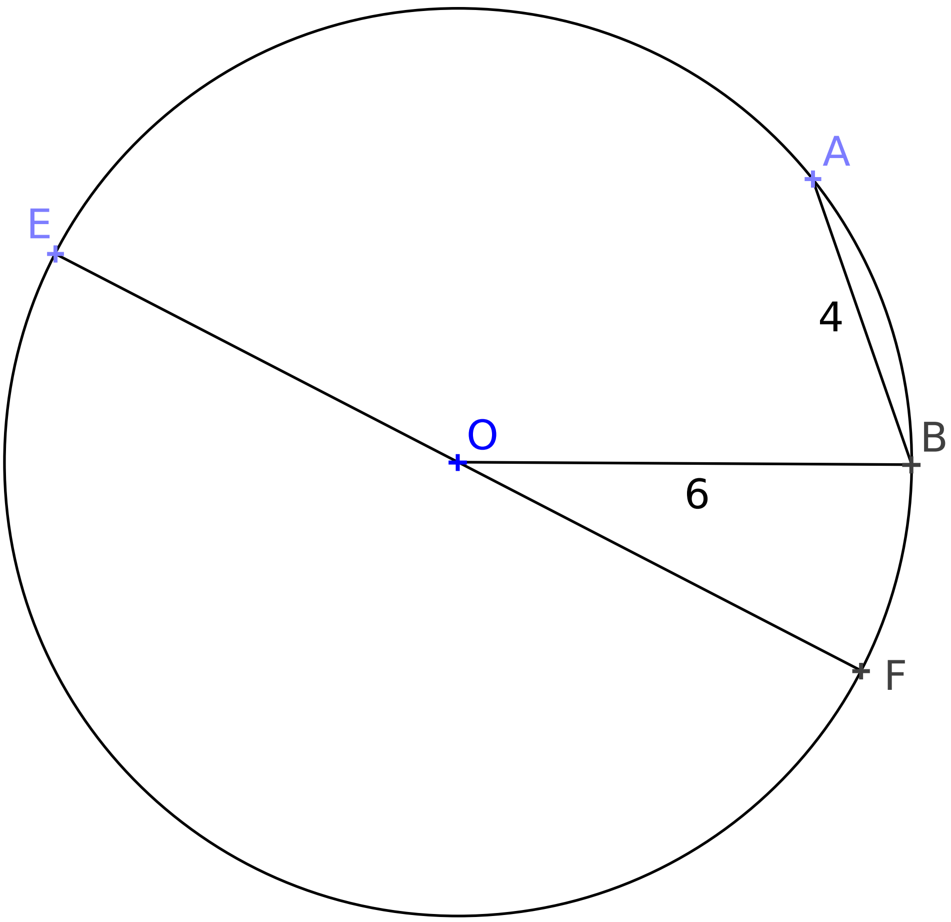
— moins de 6 cm de K ;

— moins de 6 cm de H ;

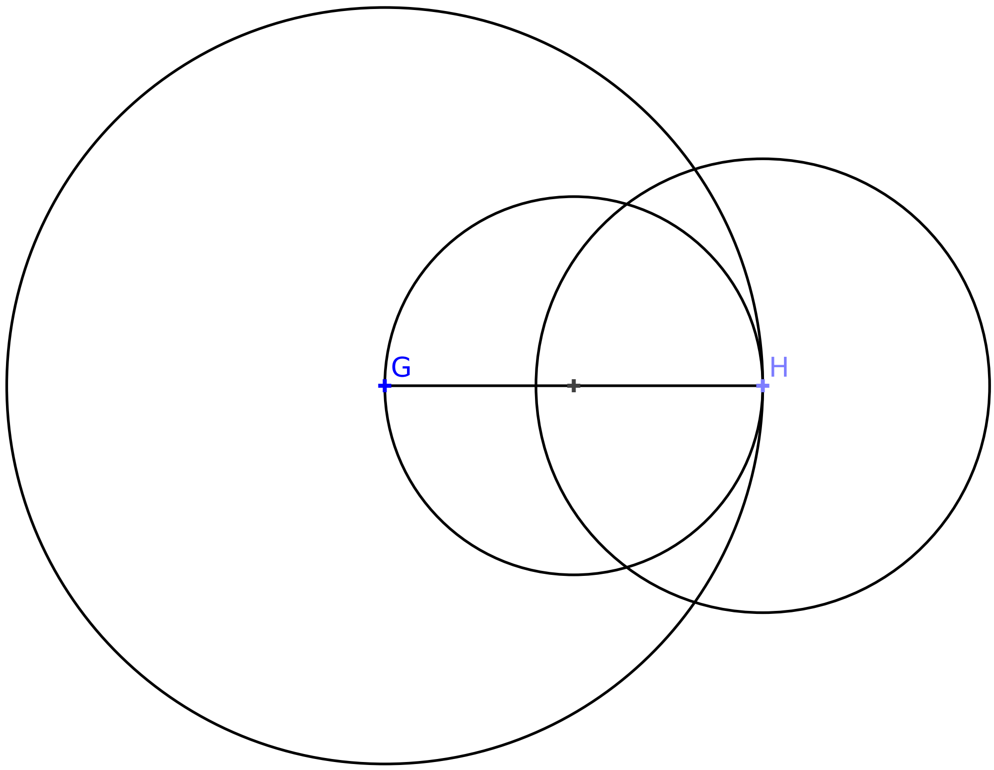
— moins de 4 cm de T.

Correction

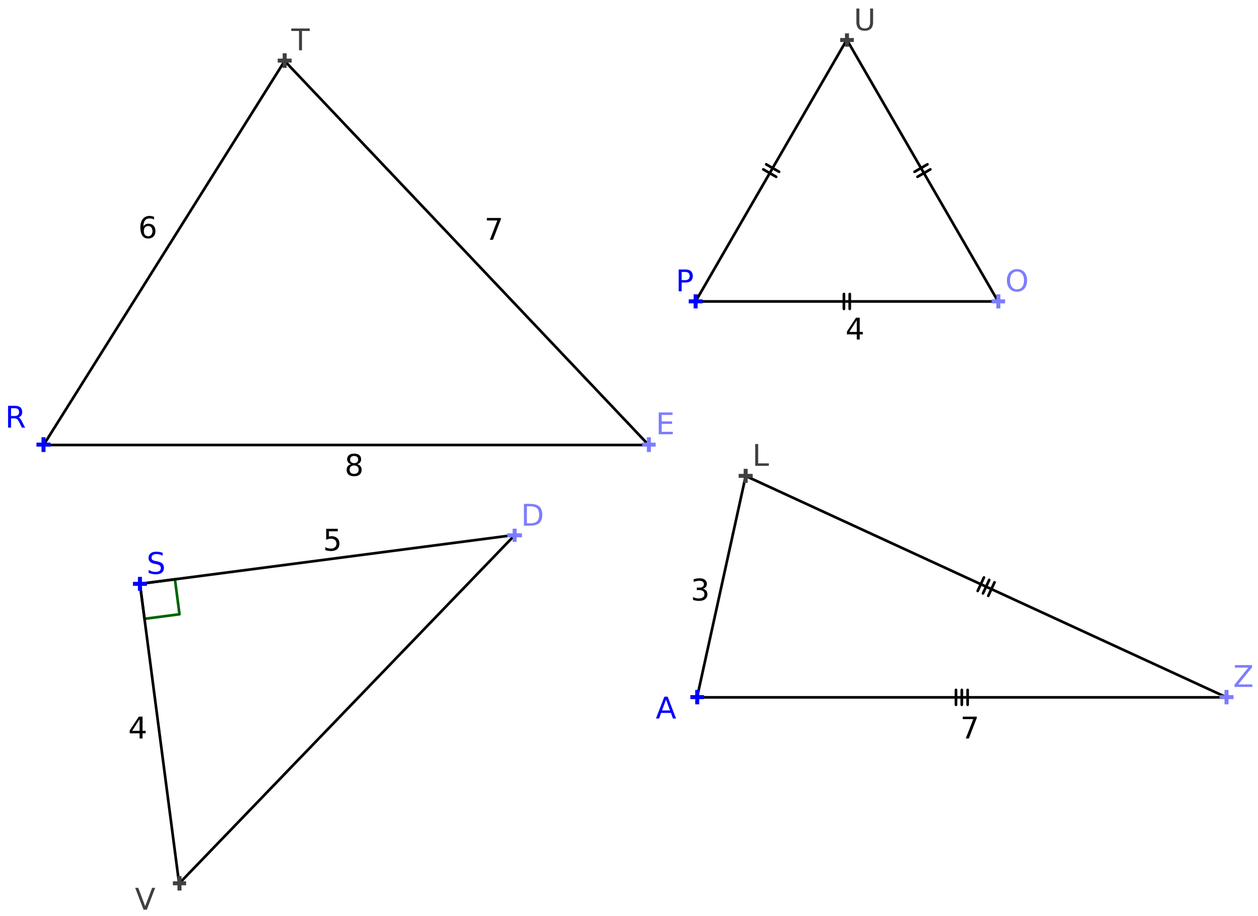
Exercice 1



Exercice 2



Exercice 3



NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de géométrie

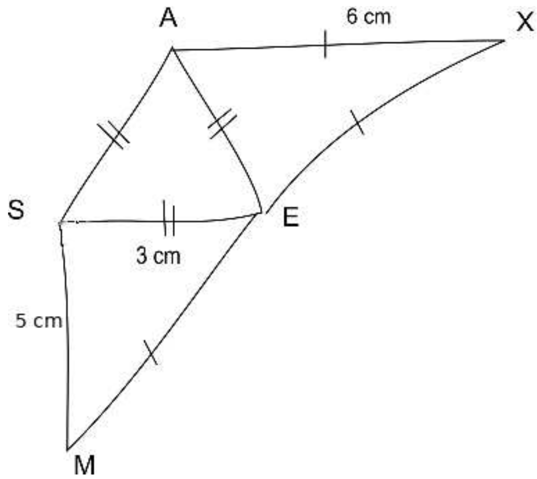
Exercice 1 : Tracer la figure suivante ci-dessous :

1. Tracer [GH] tel que GH = 4 cm
2. Tracer le cercle de diamètre [GH]
3. Tracer le cercle de centre G passant par H
4. Tracer le cercle de centre H et de rayon 3 cm

Exercice 2 : Tracer les figures suivantes ci-dessous :

Figure 1 : Un triangle TRE tel que TR = 6 cm, TE = 7 cm et RE = 8 cm
Figure 2 : Un triangle POU tel que PO = 4 cm, PU = 6 cm et OU = 7 cm
Figure 3 : Un triangle ZAL tel que ZA = ZL = 7 cm et AL = 3 cm
Figure 4 : Un triangle DVS tel que DV = 3 cm, DS = 4 cm et VS = 5 cm

Exercice 3 : Reproduire en vraies grandeurs en utilisant les outils de géométrie la figure faîte à main levée suivante :



Exercice Bonus

1. Tracer un triangle KHT où KH = 11 cm, KT = 5 cm et HT = 9 cm

2. Colorier la partie de la figure constituée de tous les points situés à :

- moins de 6 cm de K;
- moins de 6 cm de H;
- moins de 4 cm de T.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de calcul et de géométrie

Exercice 1 :
Poser et effectuer : $20,789+104,3$ — $2022,1-89,098$ — $34,1\times1,012$.

Exercice 2 :
Sachant que $202\times103=20\,806$ compléter sans aucun calcul :

$2,02\times103=$	$20,2\times1,03=$
$20,2\times10,3=$	$0,202\times10,3=$
$202\times10,3=$	$0,202\times0,103=$
$2,02\times1,03=$	$0,0202\times0,0103=$

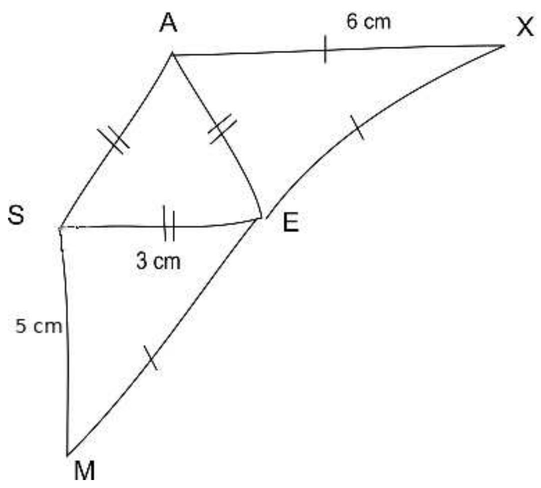
Exercice 3 : Tracer la figure suivante ci-dessous :

1. Tracer [GH] tel que GH = 4 cm
2. Tracer le cercle de diamètre [GH]
3. Tracer le cercle de centre G passant par H
4. Tracer le cercle de centre H et de rayon 3 cm

Exercice 4 : Tracer les figures suivantes ci-dessous :

Figure 1 : Un triangle TRE tel que TR = 6 cm, TE = 7 cm et RE = 8 cm
Figure 2 : Un triangle POU tel que PO = 4 cm, PU = 6 cm et OU = 7 cm
Figure 3 : Un triangle ZAL tel que ZA = ZL = 7 cm et AL = 3 cm
Figure 4 : Un triangle DVS tel que DV = 3 cm, DS = 4 cm et VS = 5 cm

Exercice 5 : Reproduire en vraies grandeurs en utilisant les outils de géométrie la figure faîte à main levée suivante :



Exercice Bonus

1. Tracer un triangle KHT où KH = 11 cm, KT = 5 cm et HT = 9 cm

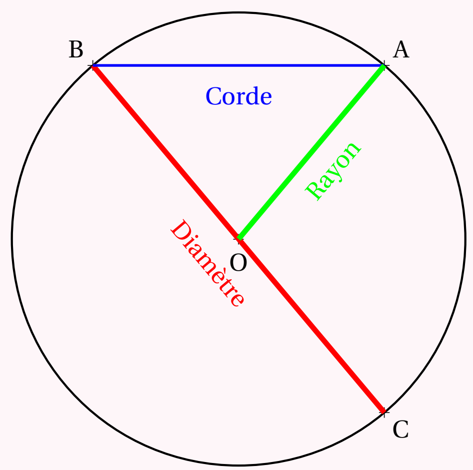
2. Colorier la partie de la figure constituée de tous les points situés à :

- moins de 6 cm de K ;
- moins de 6 cm de H ;
- moins de 4 cm de T.

Distance et cercle

Le cercle

Le **cercle** de **centre** O et de **rayon** R est une figure de géométrie constituée de tous les points dont la distance avec le centre O est **exactement** égale au rayon R.
Un **rayon** du cercle est un segment reliant le centre à un des points du cercle.
Une **corde** est un segment reliant deux points du cercle.
Un **diamètre** est une corde passant par le centre. Les mots diamètre et rayon désignent à la fois les segments et leurs longueurs. Le diamètre vaut le double du rayon.



Régionnement du plan

Un cercle est caractérisé par son centre et son rayon. Il permet de définir trois régions :

- **L'intérieur du cercle** :
  les points dont la distance avec le centre est **strictement inférieure** au rayon ;
- **Le cercle** :
  les points dont la distance avec le centre est exactement **égale** au rayon ;
- **L'extérieur du cercle** :
  les points dont la distance avec le centre est **strictement supérieure** au rayon.

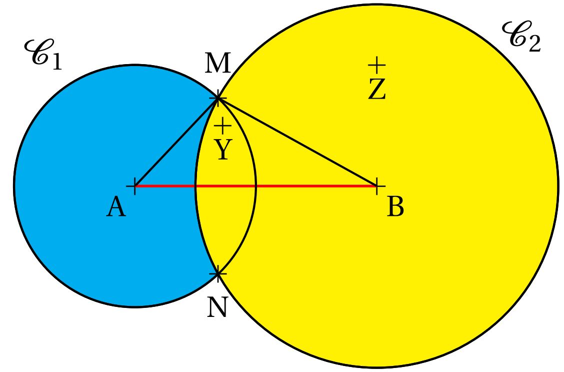
Remarque :
Un **disque** est la surface constituée par l'intérieur du cercle et par le cercle.

Il s'agit des points dont la distance avec le centre est inférieure ou égale au rayon.

Exemple :
Voici un segment [AB] de longueur 4 cm et les cercles :

- $\mathscr{C}_1$ de centre A et de rayon 2 cm ;
- $\mathscr{C}_2$ de centre B et de rayon 3 cm.

Les points M et N sont les points d'intersection des deux cercles.

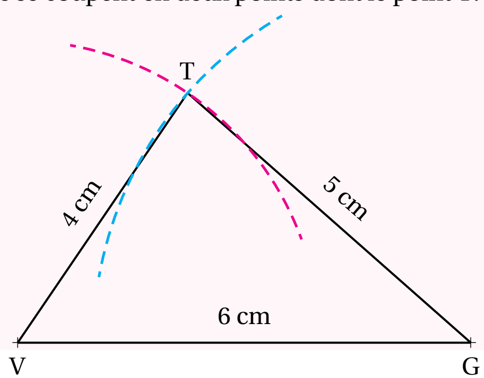


- Z est situé à plus de 2 cm de A, il est à l'extérieur du cercle de centre A et de rayon 2 cm ;
- Z est situé à moins de 3 cm de B, il est à l'intérieur du cercle de centre B et de rayon 3 cm ;
- Y est situé à moins de 2 cm de A et à moins de 3 cm de B, il est à l'intérieur des deux cercles ;
- M et N sont situés à exactement 2 cm de A et à 3 cm de B ;
- le triangle ABM mesure donc exactement 2 cm, 3 cm et 4 cm.

Construction de triangles

Pour tracer un triangle connaissant les mesures de ses trois côtés, par exemple le triangle TGV dont les côtés mesurent TG = 5 cm, TV = 4 cm et VG = 6 cm :

- on trace un premier côté, souvent le plus long, le côté [VG] ;
- on trace le cercle de centre V et de rayon 4 cm ;
- on trace le cercle de centre G et de rayon 5 cm ;
- ces deux cercles se coupent en deux points dont le point T.



Chapitre V

La symétrie axiale

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (*BO nº 30 du 26-7-2018*) :

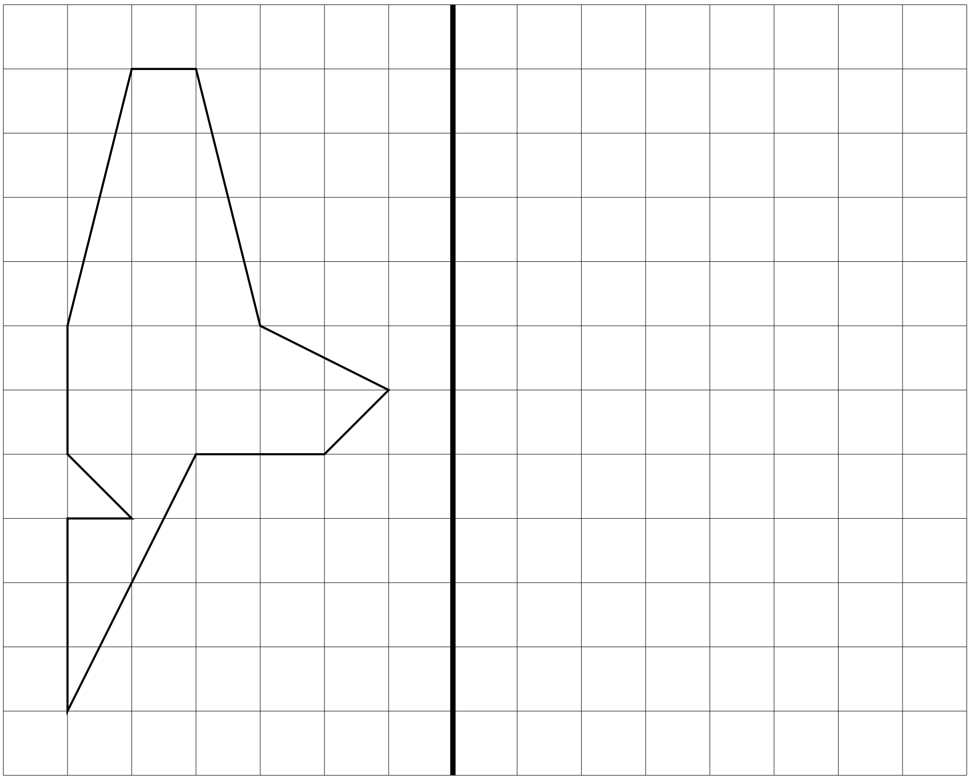
- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

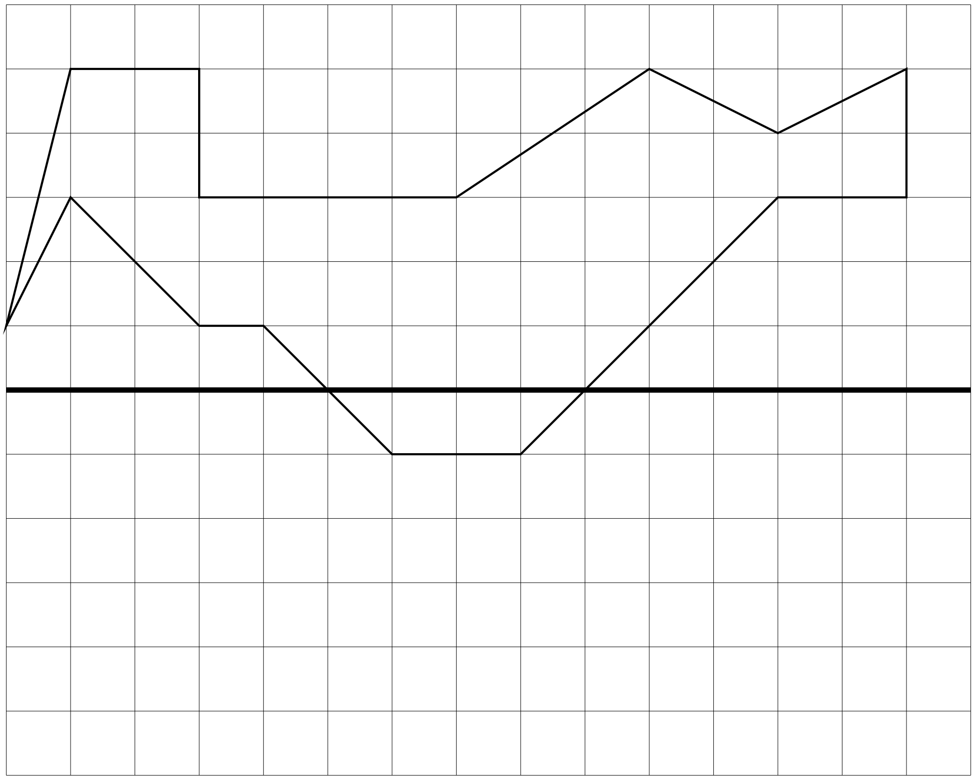
Compétences :

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;
- calculer avec des nombres relatifs ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

SITUATION INITIALE : Pliage de figures géométriques – Épisode 1

Dans chaque cas, tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.

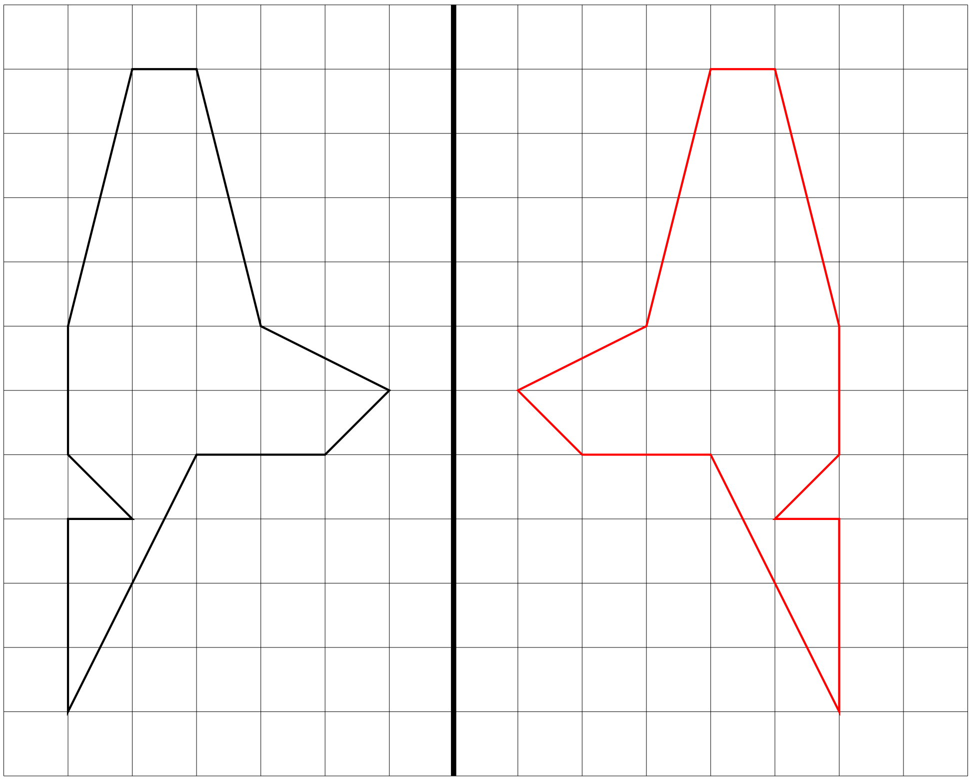


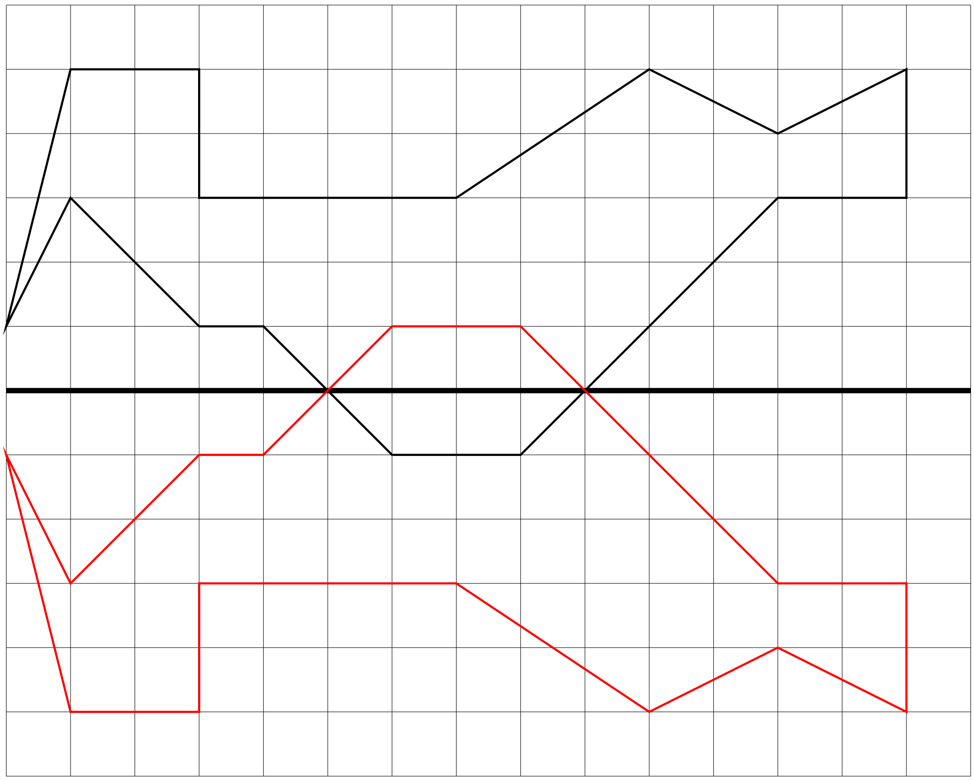


☞ **INTENTIONS PÉDAGOGIQUES ET ÉLÉMENTS DE CORRECTION : Pliage de figures géométriques – Épisode 1**

Le but est de ...

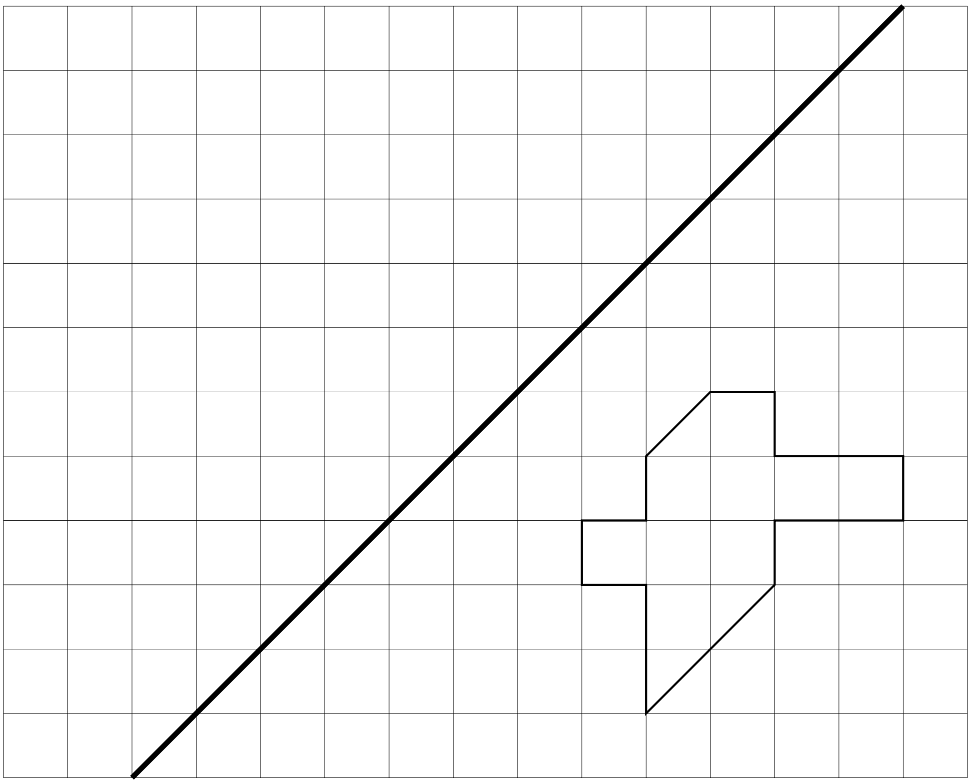
Dans chaque cas, tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.

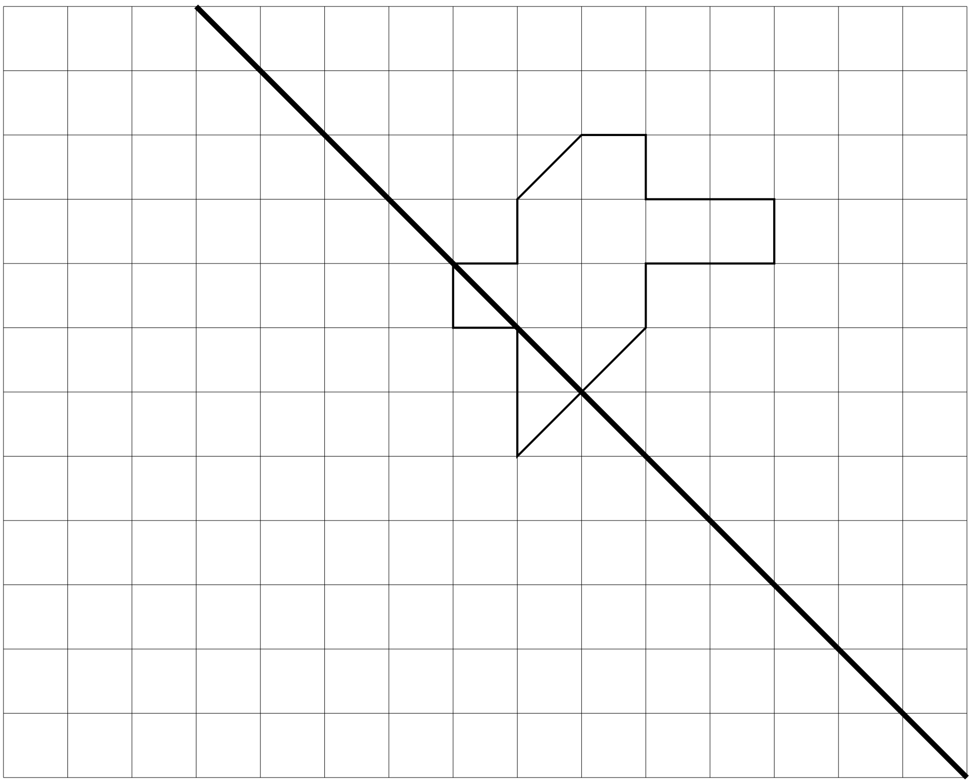




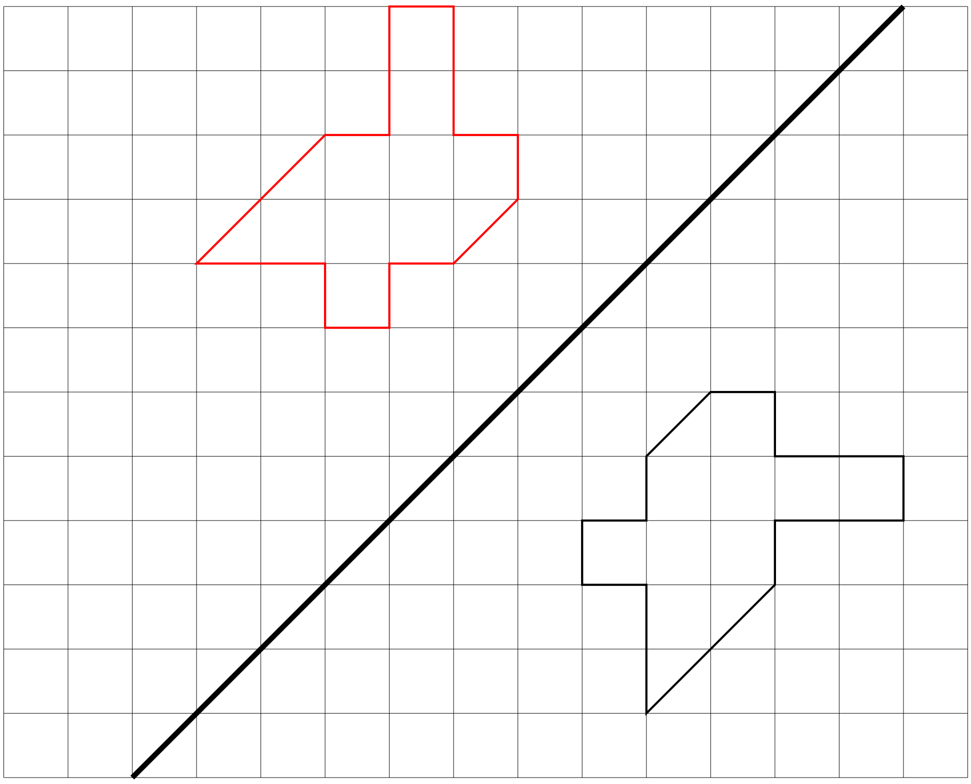
SITUATION INITIALE : Pliage de figures géométriques – Épisode 2

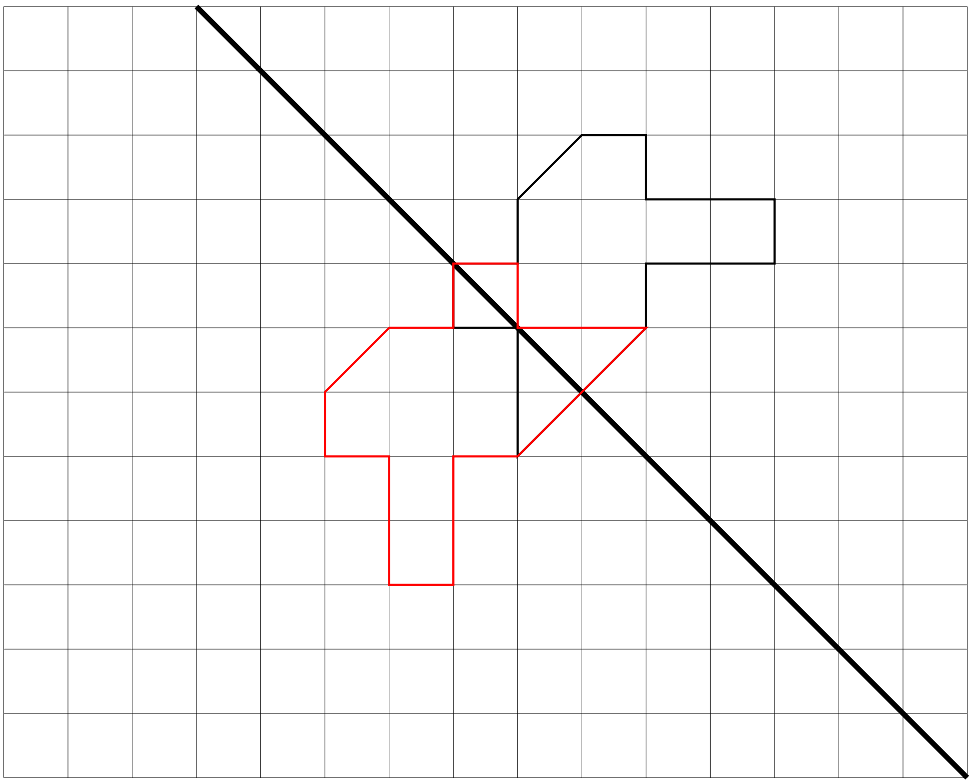
Tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.





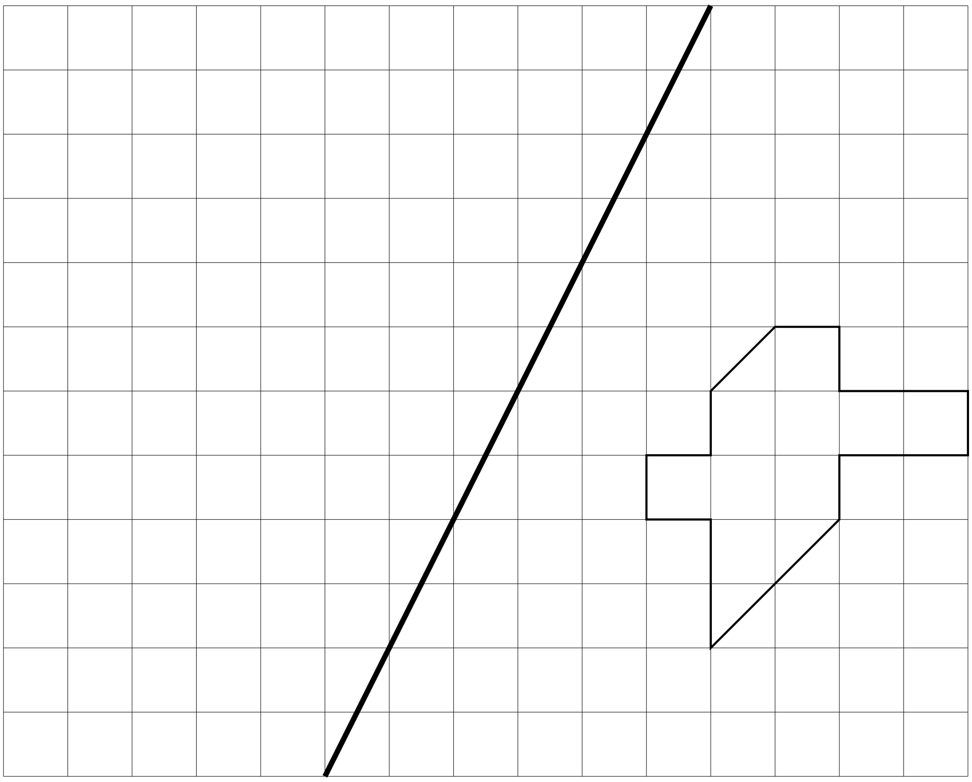
Tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.



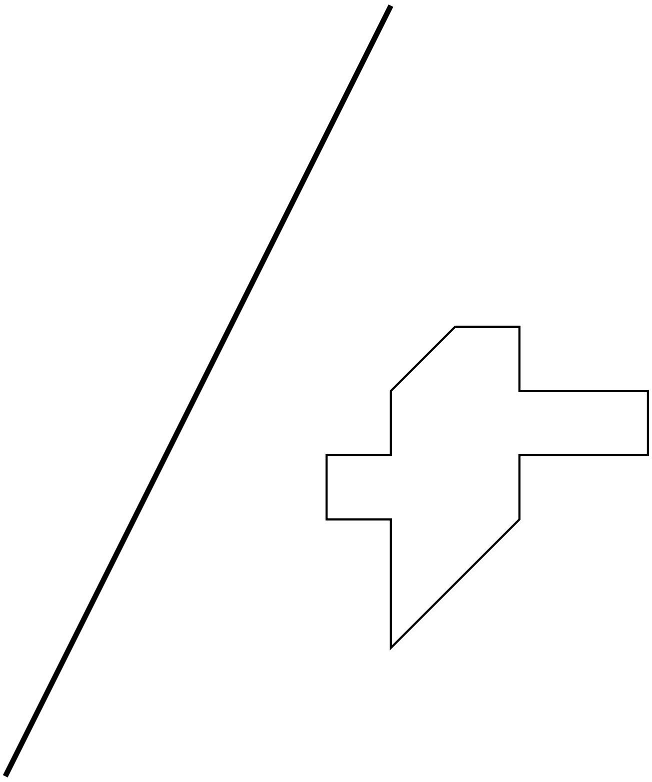


SITUATION INITIALE : Pliage de figures géométriques – Épisode 3

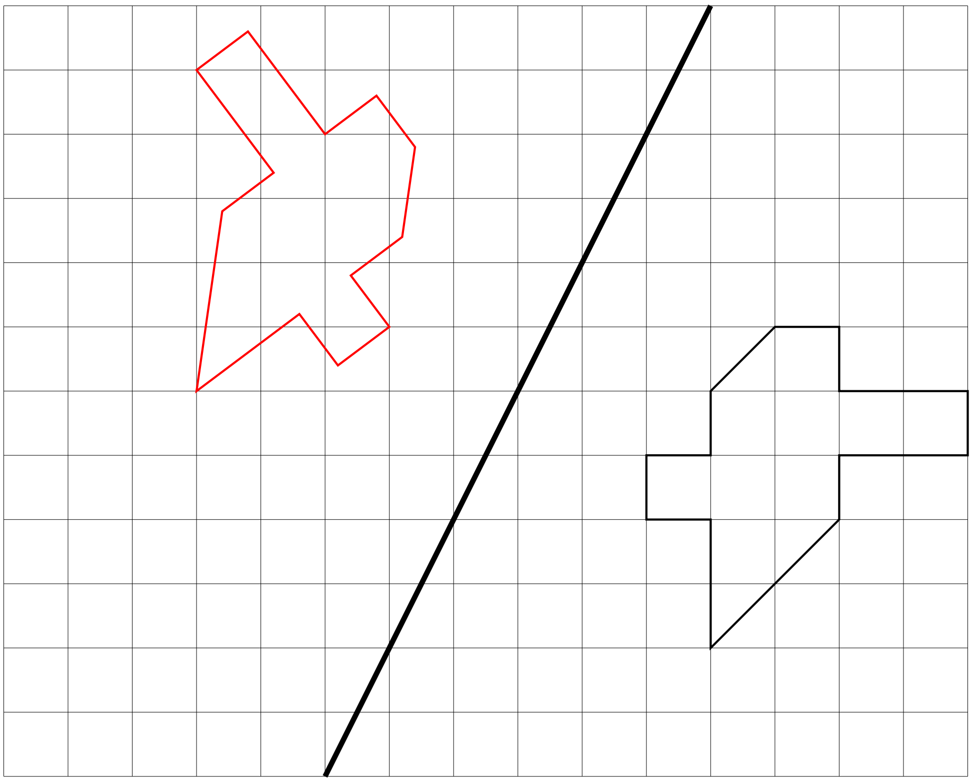
Tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.



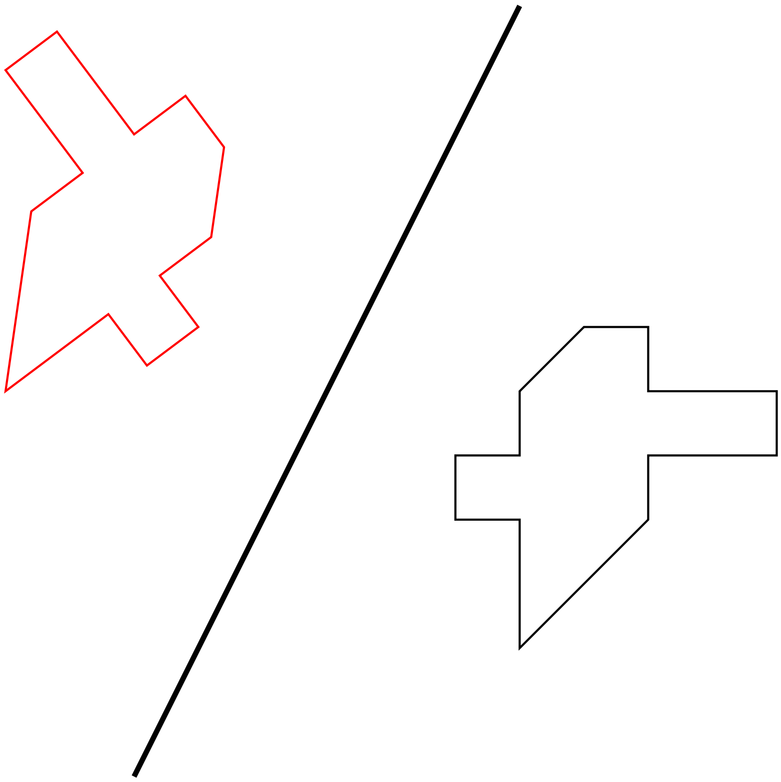
Découper la figure ci-dessous puis par transparence effectuer le pliage demandé. Utiliser cette observation pour reprendre le travail de la première partie.



Tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.



Découper la figure ci-dessous puis par transparence effectuer le pliage demandé. Utiliser cette observation pour reprendre le travail de la première partie.



Coordonnées, opérations et transformations

1. Dans le repère $(O;I;J)$ de la copie fournie, placer les points :

$$A(4\,;\,12) - B(4\,;\,9) - C(8\,;\,9) - D(5\,;\,5) - E(6\,;\,1) - F(0\,;\,2) - G(2\,;\,8) - H(2\,;\,9) - I(1{,}5\,;\,9) - J(2\,;\,10)$$

Dans la suite de l'activité, ces coordonnées seront qualifiées de coordonnées, d'abscisses ou d'ordonnées **originales**.

2. Tracer le triangle ABJ, le triangle BCD, le quadrilatère BEFG et le pentagone GHIJB.

Nous allons dans la suite de cette activité, effectuer des opérations sur les coordonnées pour observer l'effet sur la figure de départ.

3. On modifie les coordoonnées originales de chacun des points ci-dessus de la manière suivante :

— la nouvelle abscisse est la différence de 16 et de l'abscisse originale ;

— on ne change pas l'ordonnée.

Indiquer ci-dessous les coordonnées des points obtenus.

Tracer en rouge la figure obtenue en plaçant ces dix points modifiés.

4. On modifie les coordoonnées originales de chacun des points ci-dessus de la manière suivante :

— la nouvelle abscisse est la différence de 14 et de l'abscisse originale ;

— la nouvelle ordonnée est la différence de 22 et de l'ordonnée originale.

Indiquer ci-dessous les coordonnées des points obtenus.

Tracer en bleu la figure obtenue en plaçant ces dix points modifiés.

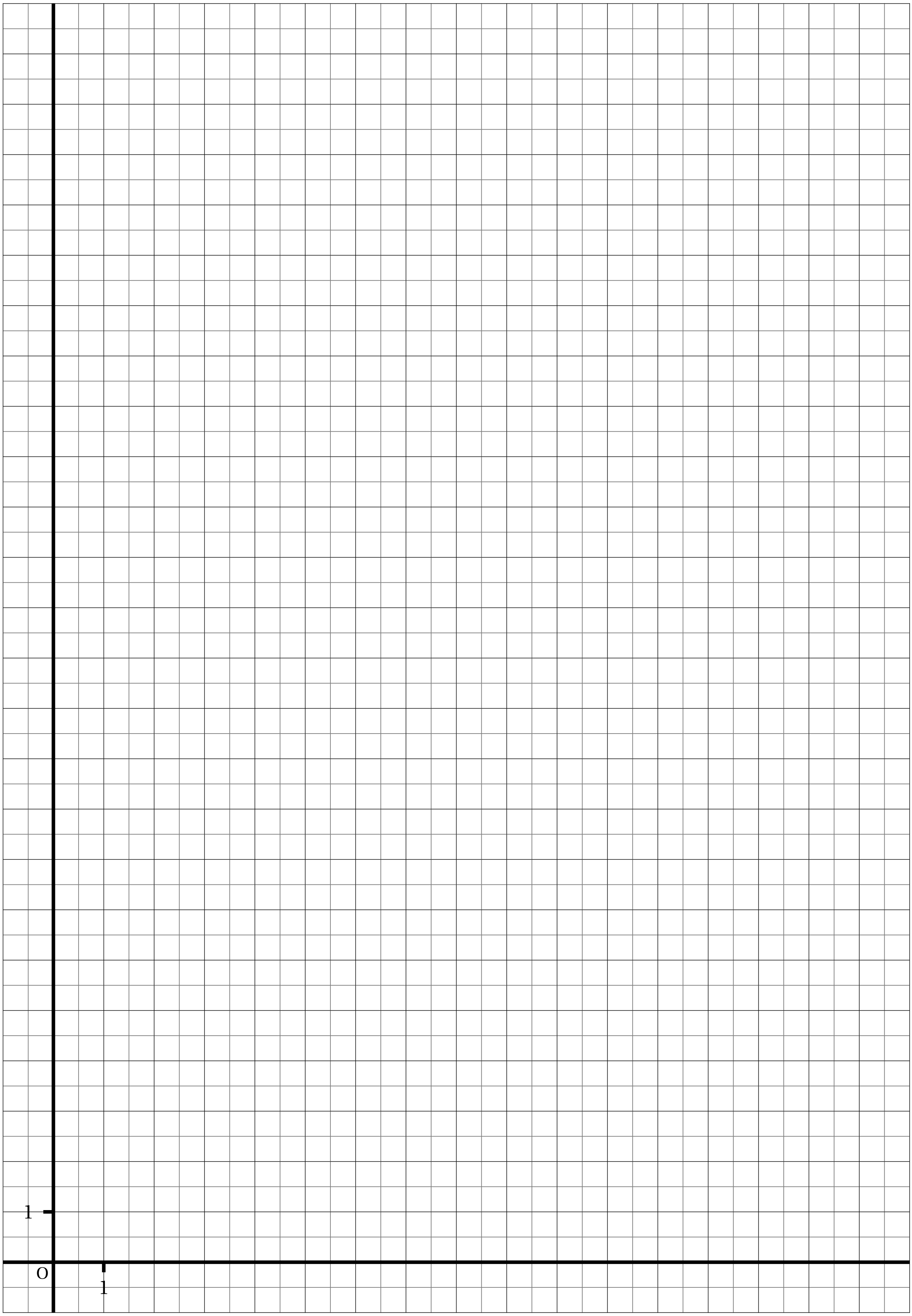
5. On modifie les coordoonnées originales de chacun des points ci-dessus de la manière suivante :

— la nouvelle abscisse est le produit de l'abscisse originale par 2 ;

— la nouvelle ordonnée est le produit de l'ordonnée originale par 2.

Indiquer ci-dessous les coordonnées des points obtenus.

Tracer en vert la figure obtenue en plaçant ces dix points modifiés.


1
O
1

COORDONNÉES, OPÉRATIONS ET TRANSFORMATIONS

1. Dans le repère (O; I; J) de la copie fournie, placer les points :

A(4 ; 12) − B(4 ; 9) − C(8 ; 9) − D(5 ; 5) − E(6 ; 1) − F(0 ; 2) − G(2 ; 8) − H(2 ; 9) − I(1,5 ; 9) − J(2 ; 10)

Dans la suite de l'activité, ces coordonnées seront qualifiées de coordonnées, d'abscisses ou d'ordonnées **originales**.

2. Tracer le triangle ABJ, le triangle BCD, le quadrilatère BEFG et le pentagone GHIJB.

Nous allons dans la suite de cette activité, effectuer des opérations sur les coordonnées pour observer l'effet sur la figure de départ.

3. On modifie les coordoonnées originales de chacun des points ci-dessus de la manière suivante :

- la nouvelle abscisse est la différence de 16 et de l'abscisse originale;
- on ne change pas l'ordonnée.

Indiquer ci-dessous les coordonnées des points obtenus.

A'(12; 12) - B'(12; 9) - C'(8; 9) - D'(11; 5) - E'(10; 1) - F'(16; 2) - G'(14; 8) - H'(14; 9) - I'(14,5; 9) - J'(14; 10)

Tracer en rouge la figure obtenue en plaçant ces dix points modifiés.

4. On modifie les coordoonnées originales de chacun des points ci-dessus de la manière suivante :

- la nouvelle abscisse est la différence de 14 et de l'abscisse originale;
- la nouvelle ordonnée est la différence de 22 et de l'ordonnée originale.

Indiquer ci-dessous les coordonnées des points obtenus.

A"(10; 10) - B"(10; 13) - C"(6; 13) - D"(9; 17) - E"(8; 21) - F"(14; 20) - G"(12; 14) - H"(12; 13) - I"(12,5; 13) - J"(12; 12)

Tracer en bleu la figure obtenue en plaçant ces dix points modifiés.

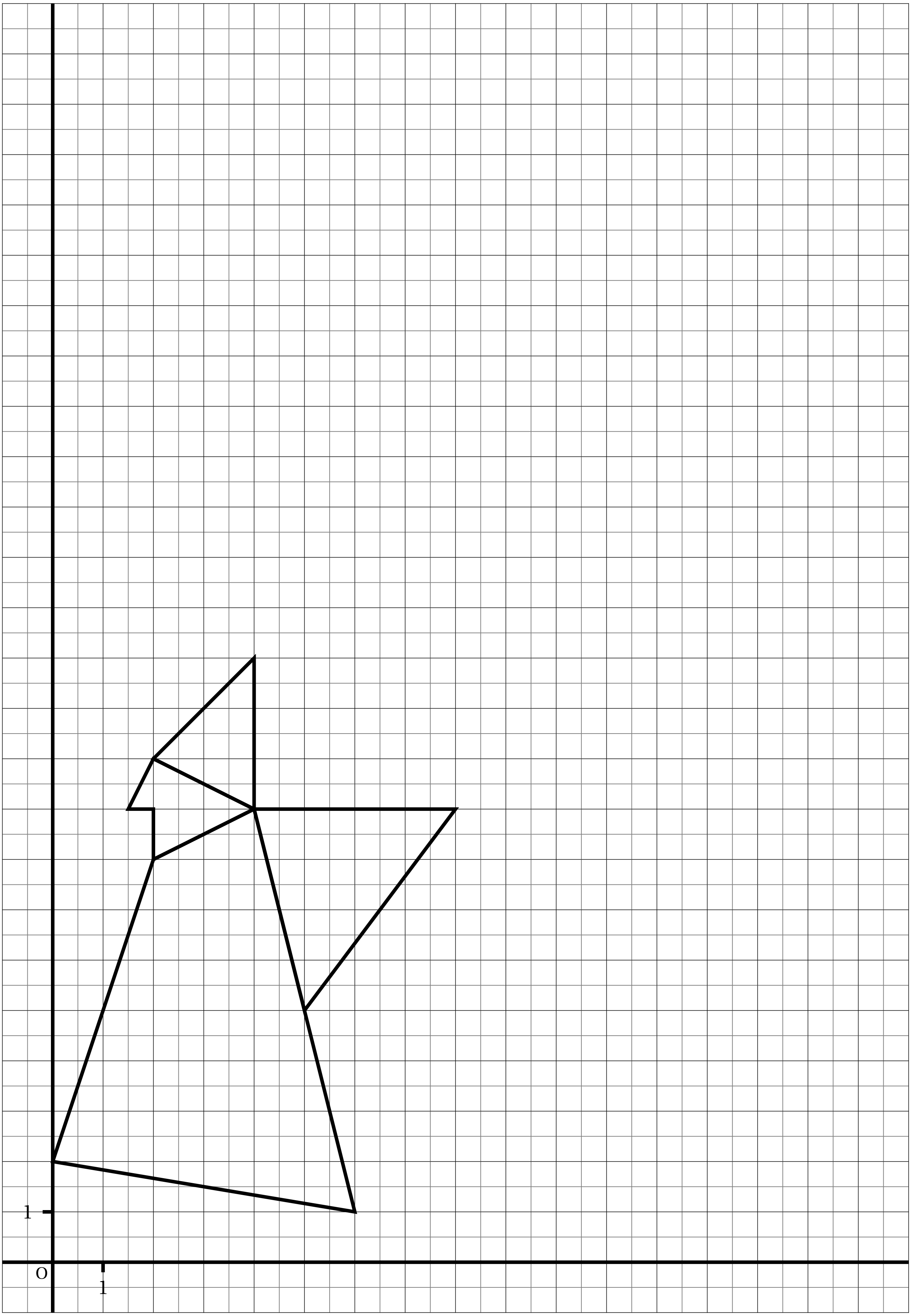
5. On modifie les coordoonnées originales de chacun des points ci-dessus de la manière suivante :

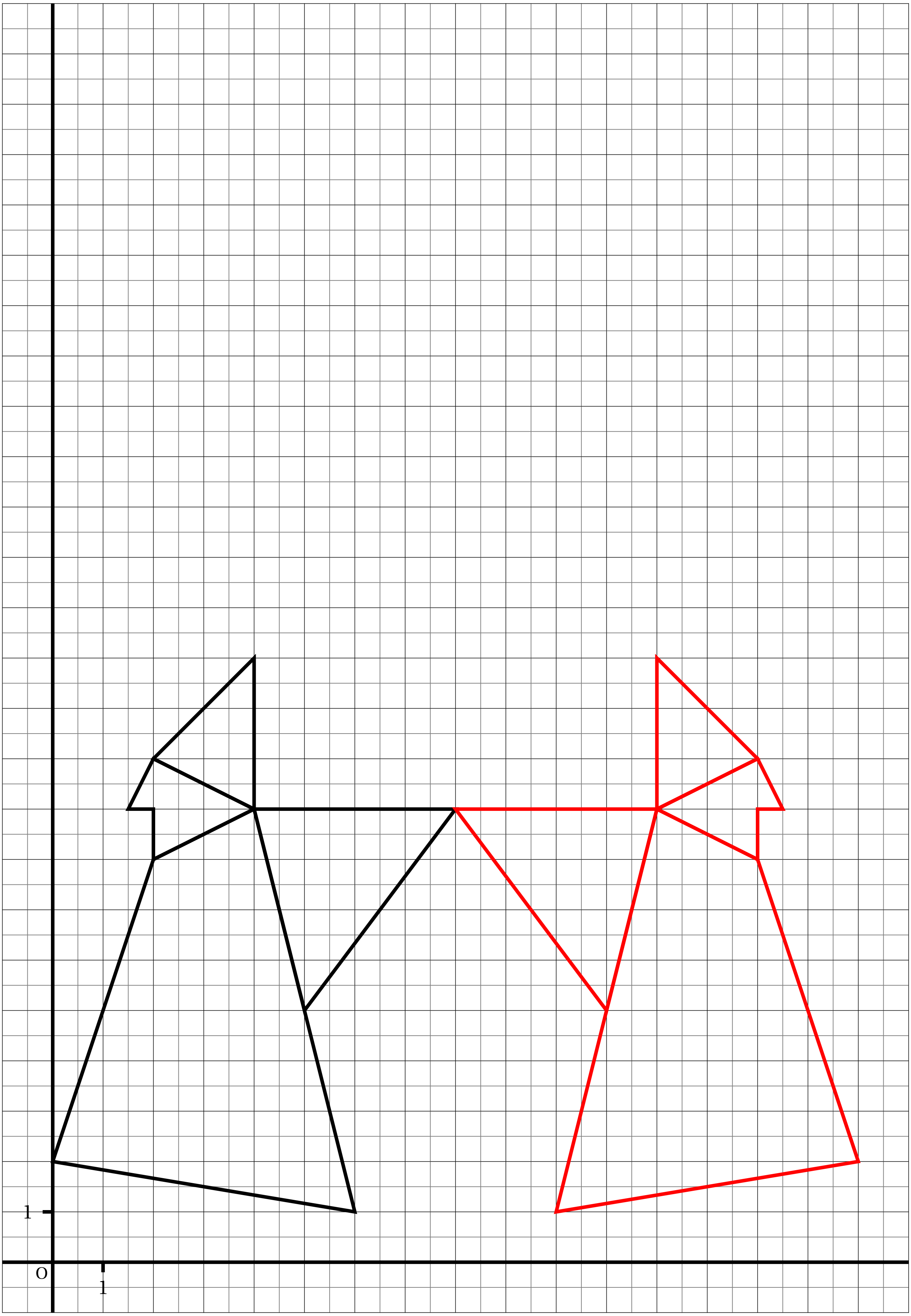
- la nouvelle abscisse est le produit de l'abscisse originale par 2;
- la nouvelle ordonnée est le produit de l'ordonnée originale par 2.

Indiquer ci-dessous les coordonnées des points obtenus.

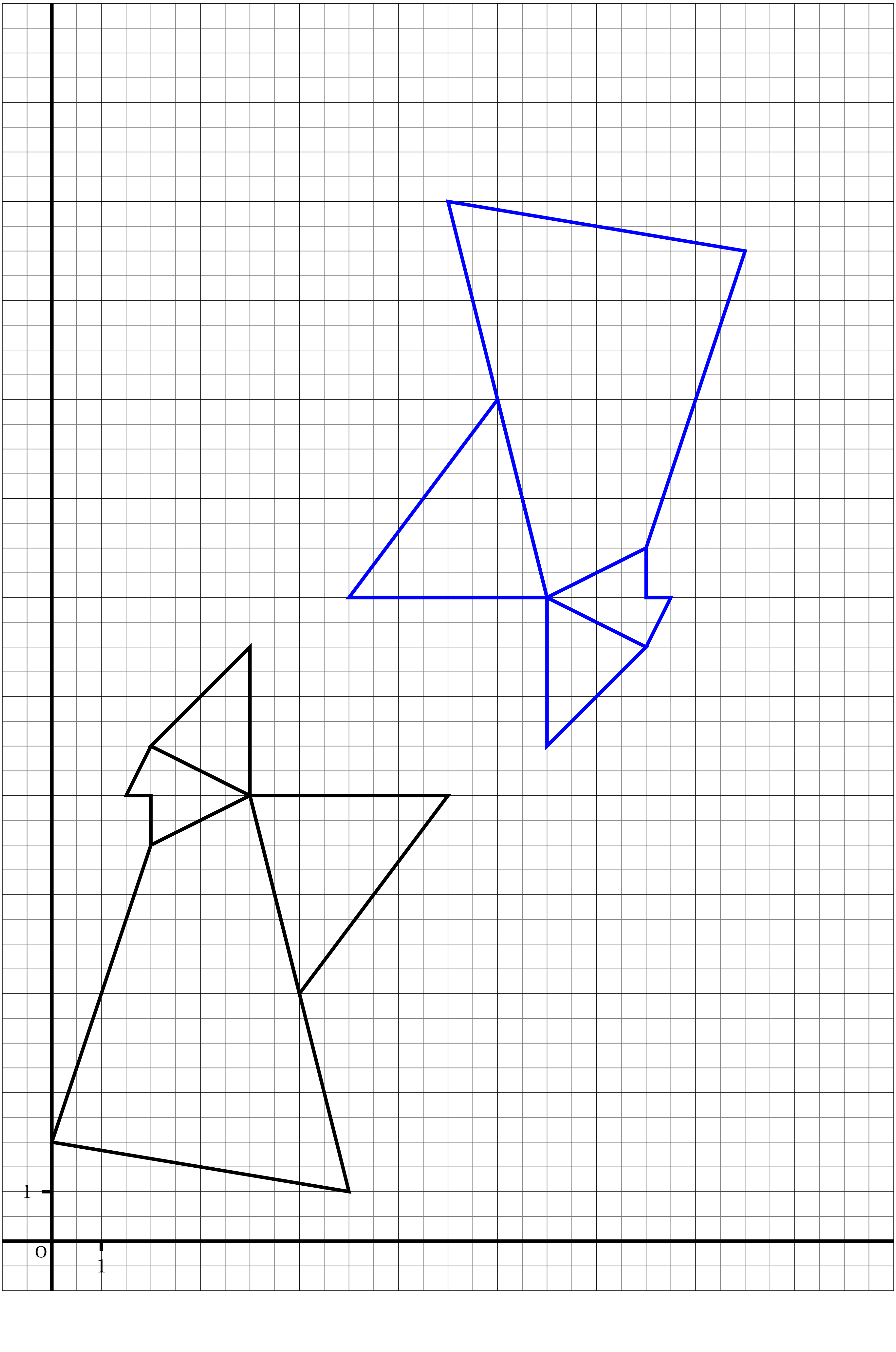
A"'(8; 24) - B"'(8; 18) - C"'(16; 18) - D"'(10; 10) - E"'(12; 2) - F"'(0; 4) - G"'(4; 16) - H"'(4; 18) - I"'(3; 18) - J"'(4; 20)

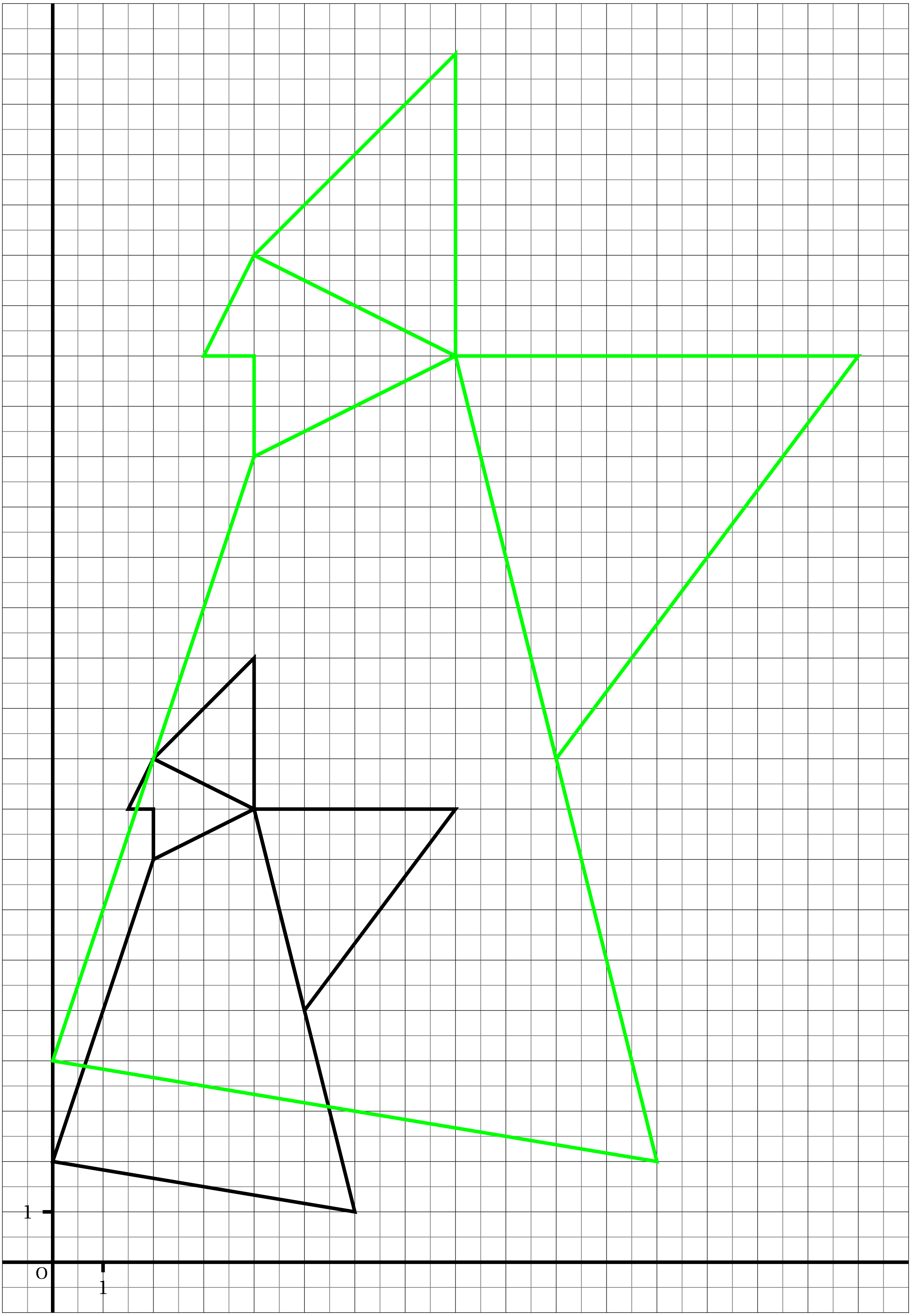
Tracer en vert la figure obtenue en plaçant ces dix points modifiés.

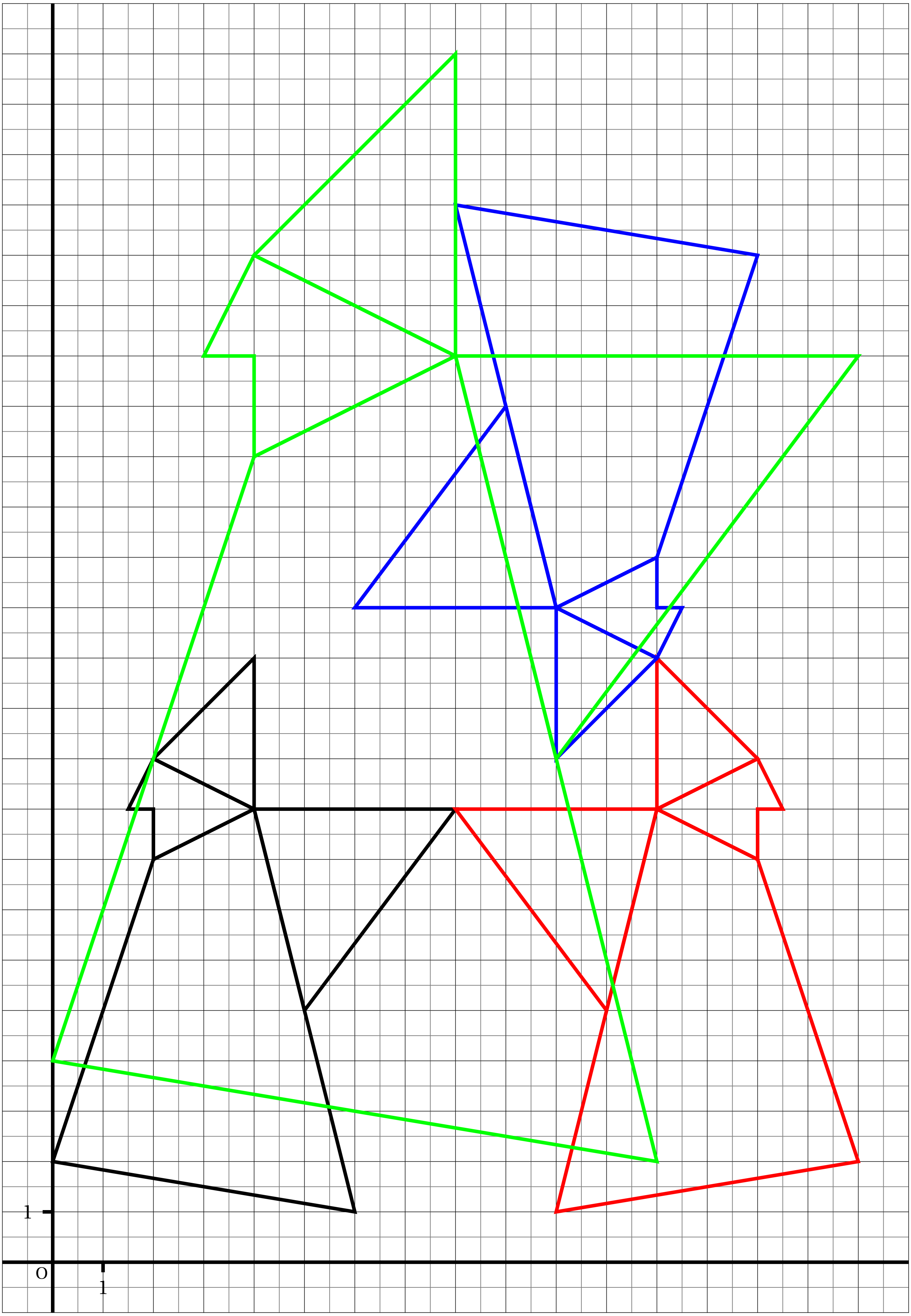

1
O
1



1
O
1


1
O
1

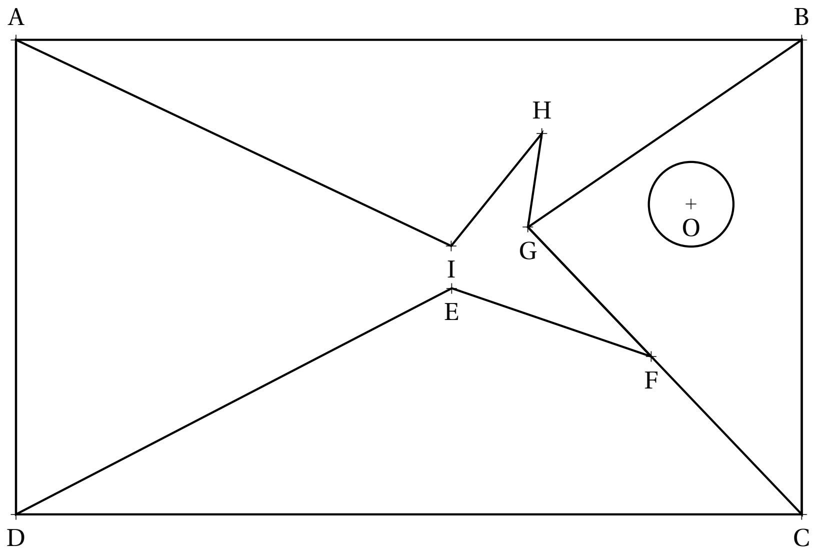

1
O
1



1
O
1

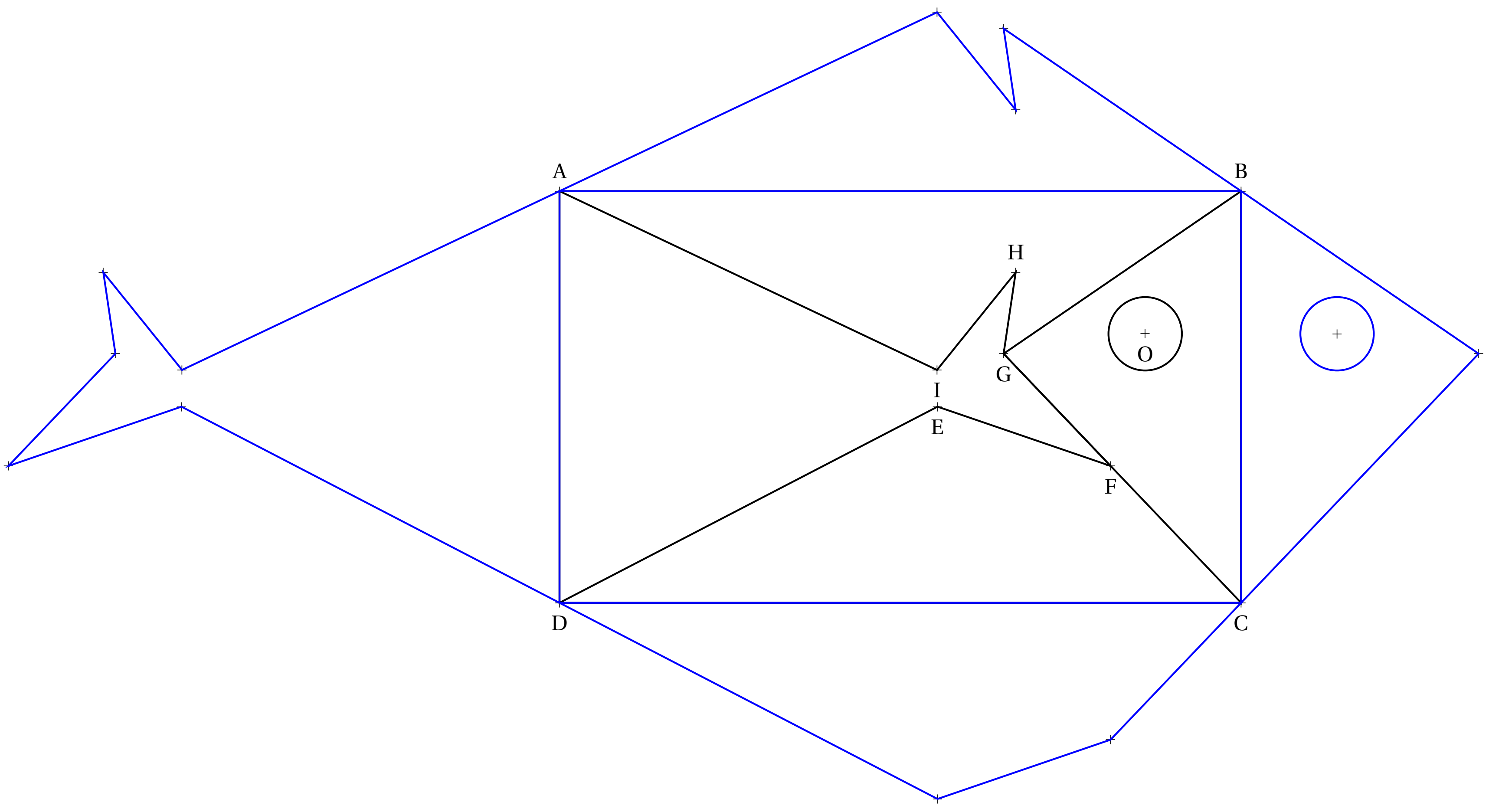
Une symétrie de saison...

1. Tracer le symétrique du pentagone AIHGB par rapport à la droite (AB)
2. Tracer le symétrique du cercle de centre O par rapport à la droite (BC)
3. Tracer le symétrique du triangle BGC par rapport à la droite (BC)
4. Tracer le symétrique du quadrilatère DEFC par rapport à la droite (DC)
5. Tracer le symétrique de l'heptagone AIHGFED par rapport à la droite (AD)



Une symétrie de saison...

1. Tracer le symétrique du pentagone AIHGB par rapport à la droite (AB)
2. Tracer le symétrique du cercle de centre O par rapport à la droite (BC)
3. Tracer le symétrique du triangle BGC par rapport à la droite (BC)
4. Tracer le symétrique du quadrilatère DEFC par rapport à la droite (DC)
5. Tracer le symétrique de l'heptagone AIHGFED par rapport à la droite (AD)



I — Annexes

1 Évaluation

Évaluation de mathématiques

Exercice 1

Résoudre les problèmes ci-dessous en faisant une phrase réponse pour chaque étape.
Les opérations doivent être écrites en ligne. Vous pouvez les poser au brouillon... et même utiliser la calculatrice...

Problème n° 1 : Je regarde TekFlix 3 h 19 min 42 s par jour. C'est beaucoup ! En continuant à ce rythme pendant six semaines, combien de temps aurai-je passé à regarder mes séries préférées durant cette période étrange ?

Vous donnerez la réponse en jours, heures, minutes, secondes.

Problème n° 2 : Mon voisin a encore acheté 17 paquets de pâtes Parilla à $1,97$ € le paquet, 8 kg de riz Tustucru à $3,98$ € le kilo et 8 paquets de 120 rouleaux de papier toilette Poltonel à $7,95$ € le paquet.

Sachant qu'il fait cela une fois par semaine, combien va-t-il dépenser en six semaines ? (Mais où va-t-il ranger tout cela ? ? ?)

Problème n° 3 : En rangeant la chambre, j'ai retrouvé sous le lit un énorme paquets contenant plein de bonbons.
Quand je partage le paquet avec mes trois frères et mes cinq soeurs, il en reste 6.
Quand je partage le paquet seulement avec mes soeurs, il en reste 3.
Quand je partage le paquet seulement avec mes frères, il en reste 3.
Mon plus jeune frère a compté rapidement, il y a moins de 200 bonbons mais plus de 160.

Combien il y a-t-il de bonbons dans ce paquet mystérieux ?

Exercice 2

1. Tracer un triangle ABC tel que AB = 8 cm, AC = 7 cm et BC = 6 cm. (Au milieu de la feuille !)

2. Placer I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC].

3.a Tracer le symétrique de A par rapport à la droite (BC) et le nommer A'.
3.b Tracer le symétrique de B par rapport à la droite (AC) et le nommer B'.
3.c Tracer le symétrique de C par rapport à la droite (AB) et le nommer C'.
3.d Tracer le triangle $\mathrm{A}'\mathrm{B}'\mathrm{C}'$.

4.a Tracer la droite (d_1) perpendiculaire à la droite (AB) passant par I.
4.b Tracer la droite (d_2) perpendiculaire à la droite (AC) passant par J.
4.c Placer le point O à l'intersection de (d_1) et (d_2).
4.d Tracer le cercle de centre O passant par A.

Évaluation de mathématiques

Correction

Problème n° 1 : Je regarde TekFlix 3 h 19 min 42 s par jour. C'est beaucoup ! En continuant à ce rythme pendant six semaines, combien de temps aurai-je passé à regarder mes séries préférées durant cette période étrange ?

Il faut savoir que 1 $h = 60$ min, que 1 $min = 60$ s et donc que 1 $h = 3\,600$ s

Il y a plusieurs méthodes :
Méthode n° 1 : on passe tout en secondes
$3\ h\ 19\ min\ 42\ s = 3\times 3\,600\ s + 19\times 60\ s + 42\ s = 10\,800\ s + 1\,140\ s + 42\ s = 11\,982\ s$

6 semaines sont constituées de $6\times 7\ j = 42\ j$.
Le temps total passé devant TekFlix est donc $42\times 11\,982\ s = 503\,244\ s$.

Il faut maintenant repasser en jours, heures, minutes et secondes en faisant des divisions euclidiennes.
$503\,244\ s = 8\,387\times 60\ s + 24\ s = 8\,387\ min\ 24\ s$
$8\,387\ min = 139\times 60\ min + 47\ min = 139\ h\ 47\ min$
$139\ h = 5\times 24\ h + 19\ h = 5\ j\ 19\ h$

$\boxed{\text{Le temps passé devant la télévision est : } 5\ j\ 19\ h\ 47\ min\ 24\ s.}$

Méthode n° 2 : on travaille par bloc
6 semaines sont constituées de $6\times 7\ j = 42\ j$

$42\times 3\ h = 126\ h$ or $126\ h = 5\times 24\ h + 6\ h = 5\ j\ 6\ h$
$42\times 19\ min = 798\ min$ or $798\ min = 13\times 60\ min + 18\ min = 13\ h\ 18\ min$

$42\times 42\ s = 1\,764\ s$ or $1\,764\ s = 29\times 60\ s + 24\ s = 29\ min\ 24\ s$

Il faut maintenant ajouter : $5\ j\ 6\ h + 13\ h\ 18\ min + 29\ min\ 24\ s = 5\ j\ 19\ h\ 47\ min\ 24\ s$
Ouf, on obtient la même chose !!

Problème n° 2 : Mon voisin a encore acheté 17 paquets de pâtes Parilla à 1,97 € le paquet, 8 kg de riz Tustucru à 3,98 € le kilo et 8 paquets de 120 rouleaux de papier toilette Poltonel à 7,95 € le paquet.

Sachant qu'il fait cela une fois par semaine, combien va-t-il dépenser en six semaines ? (Mais où va-t-il ranger tout cela ???)

$17\times 1{,}97$ € $= 33{,}49$ € : le prix des pâtes pour une semaine est 33,49 €.
$8\times 3{,}98$ € $= 31{,}84$ € : le prix du riz pour une semaine est 31,84 €.
$8\times 7{,}95$ € $= 63{,}60$ € : le prix du papier toilette pour une semaine est 63,60 €.
Le prix pour une semaine est donc : 33,49 € +31,84 € +63,60 € = 128,93 €.

Pour six semaines : $6\times 128{,}93$ € $= \boxed{773{,}58 \text{ €.}}$

Problème n° 3 : En rangeant la chambre, j'ai retrouvé sous le lit un énorme paquets contenant plein de bonbons.
Quand je partage le paquet avec mes trois frères et mes cinq soeurs, il en reste 6.
Quand je partage le paquet seulement avec mes soeurs, il en reste 3.
Quand je partage le paquet seulement avec mes frères, il en reste 3.
Mon plus jeune frère a compté rapidement, il y a moins de 200 bonbons mais plus de 160.

Combien il y a-t-il de bonbons dans ce paquet mystérieux ?

Il faut penser à me compter en plus à chaque fois !
Voici comment on peut comprendre l'énoncé :

- quand je divise ce nombre par 9 il reste 6 ;
- quand je divise ce nombre par 6 il reste 3 ;
- quand je divise ce nombre par 4 il reste 3.

Nous savons que ce nombre est compris entre 160 et 200. Nous allons chercher les nombres qui vérifient les conditions ci-dessus.
On divise 160 par 9, par 6 et par 4.
$160 = 9 \times 17 + 7$, $160 = 6 \times 26 + 4$ et $160 = 4 \times 40 + 0$

On peut remarquer ainsi que $159 = 9 \times 17 + 6$, $159 = 6 \times 26 + 3$ et $159 = 3 \times 39 + 3$.
En clair 159 pourrait être le nombre cherché mais il n'est pas dans les limites de l'exercices.
Nous allons donc partir de 159 et chercher les multiples de 9, de 6 et de 4 en espérant trouver un nombre commun !

Multiples de 9 : 159 – 168 – 177 – 186 – 195
Multiples de 6 : 159 – 165 – 171 – 177 – 183 – 189 – 195
Multiples de 4 : 159 – 163 – 167 – 171 – 175 – 179 – 183 – 187 – 191 – 195 – 199

Vérifions que 195 est la bonne réponse : $195 = 9 \times 21 + 6$, $195 = 6 \times 32 + 3$ et $195 = 4 \times 48 + 3$

$\boxed{\text{Il y a 195 bonbons dans ce paquet.}}$

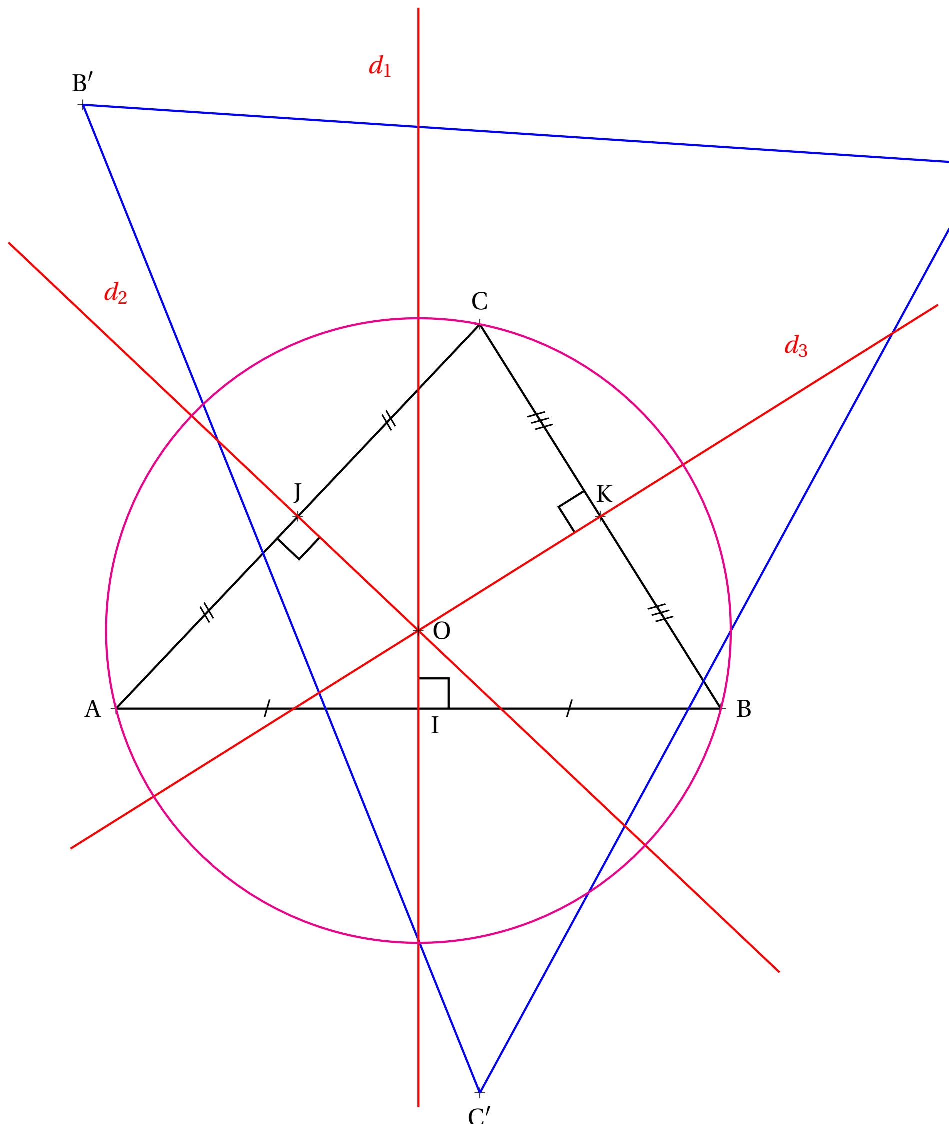
Exercice 2

1. Tracer un triangle ABC tel que $AB = 8\ cm$, $AC = 7\ cm$ et $BC = 6\ cm$. (Au milieu de la feuille !)

2. Placer I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC].

3.a Tracer le symétrique de A par rapport à la droite (BC) et le nommer A′.
3.b Tracer le symétrique de B par rapport à la droite (AC) et le nommer B′.
3.c Tracer le symétrique de C par rapport à la droite (AB) et le nommer C′.
3.d Tracer le triangle A′B′C′.

4.a Tracer la droite (d_1) perpendiculaire à la droite (AB) passant par I.
4.b Tracer la droite (d_2) perpendiculaire à la droite (AC) passant par J.
4.c Placer le point O à l'intersection de (d_1) et (d_2).
4.d Tracer le cercle de centre O passant par A.



CHAPITRE VI

La division euclidienne

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;
- calculer avec des nombres relatifs ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

Situation initiale : **Recherche du jour de ma naissance**

Première partie : Recherche du numéro du jour de votre anniversaire

1. Le 1er janvier 2022 était un samedi. Quel jour de la semaine sera le 8 janvier 2022, le 15 janvier 2022, le 22 janvier 2022 ? Calculer le quotient et le reste de la division de 8 par 7. Recommencer en divisant 15 par 7 et enfin 22 par 7.

2. Le 22 janvier 2022 est le 22^{e} jour de l'année. Nous sommes en vacances le vendredi 18 février 2022.
Quel est le numéro de ce jour ? Calculer le reste de la division de ce numéro par 7.

3. Les vacances d'été débuteront le mercredi 6 juillet 2022. Quel est le numéro de ce jour en 2022 ?
Calculer le reste et le quotient de la division de ce numéro par 7.

4. Quel est le numéro du jour de la date de votre anniversaire en 2022 ?
Diviser ce nombre par 7 et déterminer le quotient et le reste.
Quel jour de la semaine votre anniversaire a-t-il lieu en 2022 ?
Quel date de la première semaine de janvier 2022 correspond au même jour de la semaine que votre anniversaire ?

Deuxième partie : Voyage dans le temps

1. Combien l'année 2019 comptait t-elle de jours ? Et 2020 ? Et 2021 ?

2. Déterminer le quotient et le reste de la division entière de 365 par 7 puis le quotient et le reste de la division de 366 par 7. Que pouvez-vous en conclure ?

3. Quel jour de la semaine était le 1er janvier 2019 ? Le 1er janvier 2018 ? Le 1er janvier 2017 ?

4. Quel jour de la semaine sera le 1er janvier 2023 ? Quel jour était le 1er janvier 2016 ?

5. Quel sera le numéro du jour de la date de votre anniversaire en 2022 ?
Diviser ce nombre par 7 et déterminer le quotient et le reste.
Quel date de la première semaine de janvier 2022 correspondra au même jour de la semaine que votre anniversaire ?
Quel jour de la semaine votre anniversaire aura-t-il lieu en 2022 ?

6. Quel jour de la semaine était le jour de votre anniversaire en 2021, en 2020, en 2019, en 2018 et 2017 ?

Troisième partie : Quelques défis pour aller trop loin ...

1. Quel jour de la semaine était le 1er janvier de l'année de votre naissance ?
Pouvez-vous retrouver le jour de la semaine de votre date de naissance ?

2. Retrouver les quatre dernières fois où le 1er janvier était un mercredi.

3. Quel jour de la semaine était le 14 juillet 1789 ? (Attention 1900 et 1800 étaient des années communes !)

4. Que s'est-il passé à Toulouse le 16 décembre 1582 ?

5. Calculer le numéro des 13 de chaque mois pour une année commune et une année bissextile.
Observer les reste dans la division de ces numéros par 7.
En déduire combien au maximum il peut y avoir de vendredi 13 dans une année.

☞ INTENTIONS PÉDAGOGIQUES ET ÉLÉMENTS DE CORRECTION : **Recherche du jour de ma naissance**

Première partie : RECHERCHE DU NUMÉRO DU JOUR DE VOTRE ANNIVERSAIRE

1. Le 8 janvier 2020, le 15 janvier 2020 et le 22 janvier 2020 sont des mercredis. Comme le 8 janvier est un mercredi et que $8+7=15$, $15+7=22$, il s'écoule une semaine exactement entre chacun de ces jours.
De plus $8=7\times1+1$, $15=7\times2+1$ et $22=7\times3+1$: le reste est 1 dans chaque cas.

2. Il y a 31 jours en janvier. Le 1^er^février est le 32^e^. Donc le 7 février est le 38^e^jour de l'année.
$38=7\times5+3$ or le 3 janvier était un vendredi. Le reste 3 correspond au vendredi en 2020.

3. Il y a 31 jours en janvier, 29 en février 2020 (2020 est bissextile), 31 en mars, 30 en avril, 31 en mai, 30 en juin.
$31+29+31+30+31+30=182$. Donc le samedi 4 juillet 2020 est le 186^e^jour de l'année.
$186=7\times26+4$: 4 correspond au samedi.

4. Je suis né un 9 décembre. $31+29+31+30+31+30+31+31+30+31+30+9=344$ le 344^e^jour de l'année.
$344=7\times49+1$: c'est donc un mercredi comme le 1^er^janvier.

Deuxième partie : VOYAGE DANS LE TEMPS

1. 2019 et 2021 sont des années communes de 365 j. 2020 est bissextiles, 366 j

2. $365=52\times7+1$ et $366=52\times7+2$.
Après une année commune il y a un jour de décalage pour le 1^er^janvier.
Après une année bissextile, il y a deux jours de décalage pour le 1^er^janvier.

3. Le 1^er^janvier 2019 était un mardi, le 1^er^janvier 2018 était un lundi et le 1^er^janvier 2017 était un dimanche.

4. 2021 suit une année bissextile. Le 1^er^janvier 2021 sera donc un vendredi.
2016 était bissextile, il y a donc un décalage de deux jours avec 2017. Le 1^er^janvier 2016 est donc un vendredi.

5. Je suis né le 9 décembre. En 2020, qui est bissextile, il s'agit du 344^e^jour.
En 2021 qui est une année commune, il faut enlever le 29 février, il s'agira du 343^e^jour.
$343=7\times49+0$.
Le 1^er^janvier 2021 sera un vendredi, il correspond au reste 1. Le samedi 2 janvier, reste 2... Le mercredi 6 janvier pour le reste 6 et le jeudi 7 janvier pour le reste 0. Mon anniversaire en 2021 sera un jeudi.

6. Les années communes, le 9 décembre est le 343^e^jour qui correspond au reste 0 soit le jour du 7 janvier de l'année.
En 2019 le 1^er^janvier est un mardi, mon anniversaire est donc un lundi.
En 2018 le 1^er^janvier est un lundi, mon anniversaire est donc un dimanche.
En 2017 le 1^er^janvier est un dimanche, mon anniversaire est donc un samedi.
En 2016 qui est bissextile, mon anniversaire est le 344^e^jour, un reste de 1. Le 1^er^janvier en 2016 est un jeudi, donc mon anniversaire aussi.

Troisième partie : QUELQUES DÉFIS POUR ALLER TROP LOIN ...

1. Je suis né le 9 décembre 1965. 1965 n'est pas une année bissextile donc ma naissance est arrivée le 343^e^jour. Il faut trouver quel jour etait le 1^er^janvier cette année là.
En partant du mercredi 1^er^janvier 2020, il faut retirer un jour toutes les années communes et 2 jours par année bissextiles.
2016, 2012, 2008, 2004, 2000, 1996, 1992, 1988, 1984, 1980, 1976, 1972 et 1968 sont les 13 années bissextiles que j'ai connues.
Entre le 1^er^janvier 1965 et le 1^er^janvier 2020 se sont écoulés $2020-1965=55$ années dont 13 bissextiles.
Cela fait un décalage de $(55-13)+13\times2=42+26=68$ jours. Or $68=7\times9+5$ soit 7 semaines et 5 jours.
Il faut donc retirer 5 jours au mercredi. On arrive au vendredi 1^er^janvier 1965.
$343=7\times49+0$ donc cela correspond au jeudi 7 janvier 1965. Je suis né le jeudi 9 décembre 1965.

2. Il faut revenir en arrière d'un jour par année commune et deux par année bissextile.
2020 - Mercredi — 2019 - Mardi — 2018 - Lundi — 2017 - Dimanche — 2016 - Vendredi
2015 - Jeudi — **2014 - Mercredi** — 2013 - Mardi — 2012 - Dimanche — 2011 - Samedi
2010 - Vendredi — 2009 - Jeudi — 2008 - Mardi — 2007 - Lundi — 2006 - Dimanche
2005 - Samedi — 2004 - Jeudi — **2003 - Mercredi** — 2002 - Mardi — 2001 - Lundi

2000 - Dimanche — 1999 - Samedi — 1998 - Jeudi — **1997 - Mercredi** — 1996 - Lundi

1995 - Dimanche — 1994 - Samedi — 1993 – Vendredi – **1992 - Mercredi**

Comme le 1erjanvier 1992 est à la fois bissextile et commence un mercredi, comme 2020, on peut en déduire que tous les 28 ans, le calendrier est le même.

Les calendriers de 2020, 2048, 1992 et 1964 sont par exemple les mêmes. Cela est faux à partir de 1900 à cause des caractéristiques du calendrier Grégorien.

3. Le 14 juillet : $31+28+31+30+31+30+14 = 195$ est le 195 ^{e}jour de l'année commune et le 196 ^{e}d'une année bissextile.

$195 = 7 \times 27 + 6$ et $196 = 7 \times 27 + 0$

Le 14 juillet est donc le même jour que le 6 janvier des années communes et que le 7 janvier des années bissextiles.

Entre le 1erjanvier 2020 et le 1erjanvier 1789 il s'est écoulé $2020 - 1789 = 231$ années.

Entre 2000 et 2020 il y a eu 5 années bissextiles.

Entre 1900 et 1999 il y a eu 24 années bissextiles.

Entre 1800 et 1899 il y a eu 24 années bissextiles.

Entre 1789 et 1799, il y a eu 1792 et 1796 soit 2 années bissextiles.

Sur les 231 années, 55 étaient bissextiles. Il faut donc retirer $(231 - 55) + 55 \times 2 = 176 + 110 = 286$ jours.

$286 = 7 \times 40 + 6$ soit 40 semaines et 6 jours.

Le 1erjanvier 1789 était donc un jeudi. 1789 est une année commune et le 6 janvier 1789 était un mardi.

La prise de la Bastille a donc eu lieu le mardi 14 juillet 1789.

Dans le passage du calendrier Julien à Grégorien il a été décidé que la dernière année du siècle n'était pas bissextile, sauf quand elle est un multiple de 400.

2000 et 1600 étaient bissextiles. Pas 1900 et 1800 !

4. Le 16 décembre 1582 n'existe pas en France dans le calendrier Julien ni dans le calendrier Gregorien.

Pour rattraper le décalage causé par le calendrier Julien, il a été décidé que le lendemain du jeudi 9 décembre 1582 serait le 20 décembre 1582.

5.

	Année commune		Année bissextile	
Date	Numéro du jour	Reste par 7	Numéro du jour	Reste par 7
13 janvier	13	6	13	6
13 février	44	2	44	2
13 mars	72	2	73	3
13 avril	103	5	104	6
13 mai	133	0	134	1
13 juin	164	3	165	4
13 juillet	194	5	195	6
13 août	225	1	226	2
13 septembre	256	4	257	3
13 octobre	286	6	287	0
13 novembre	317	2	318	3
13 décembre	347	4	348	5

En observant les restes on constate que pour les années commues 0 apparaît une fois, 1 une fois, 2 trois fois, 3 une fois, 4 deux fois, 5 deux fois et 6 deux fois. Il y a donc au minimum un vendredi 13 les années communes et au maximum trois. Cela arrive trois fois les années communes dont le vendredi a pour reste 2 : donc les années dont le premier jour est un jeudi : comme 2021 !

Pour les années bissextiles, on peut avoir trois vendredi 13 les années où le 6 janvier est un vendredi, c'est à dire les années qui commencent un samedi. 2028 sera une telle année !

SITUATION INITIALE : Combien de vendredi 13 dans une année

La paraskevidékatriaphobie est la phobie du vendredi treize. Cette superstition remonterait aux origines de la Chrétienté. Ce serait la conséquence du fait que le Christ aurait été crucifié un vendredi et que la veille lors de la Cène il était accompagné de ses douzes Apôtres dont Judas Iscariote. Cependant beaucoup estime que cette superstition est beaucoup plus ancienne. Le 12 était depuis longtemps le symbole de l'harmonie (12 signes du zodiaque, 12 dieux de l'Olympe, 12 tribus d'Israël, 12 travaux d'Hercule, 12 heures par jour, 12 heures par nuit, 12 mois...). Le 13 portait ainsi malheur puisqu'il rompait cette harmonie !.
De nos jours, les vendredis 13 sont, dans l'imagination collective, soient des jours de malheur ou des jours de bonheur et l'occasion de participer à des tirages exceptionnels des loteries !

PREMIÈRE PARTIE : le mois de janvier

1. En 2021 le 1erjanvier était un vendredi. Quels sont les dates des autres vendredis du mois de janvier 2021 ?

2. Diviser chacune des ces dates par 7. Que constatez-vous ?

3. Faire la même démarche avec tous les mercredis du mois de janvier. Effectuer la division par 7 du numéro de ces jours. Que constatez-vous ?

4. Quel est le reste qui est associé au vendredi ?

DEUXIÈME PARTIE — Le vendredi

1. Quel sont les dates de tous les vendredis du mois de février ? Quel sont les numéro de ce jour dans l'année ? Ce numéro s'appelle le quantième du jour.

2. Diviser ces quantième par 7. Que constatez-vous ?

TROISIÈME PARTIE — Les 13 du mois

1. Compléter le tableau suivant pour une année ordinaire comme 2021.

Mois	Nombre de jours	Quantième du 13	Reste de la division par 7	Mois	Nombre de jours	Quantième du 13	Reste de la division par 7
Janvier				Juillet			
Février				Août			
Mars				Septembre			
Avril				Octobre			
Mai				Novembre			
Juin				Décembre			

2. Combien y aura-t-il de vendredi 13 en 2021 ?

3. Compléter le tableau suivant pour une année bissextile comme 2020.

Mois	Quantième du 13	Reste	Mois	Quantième du 13	Reste	Mois	Quantième du 13	Reste
Janvier			Mai			Septembre		
Février			Juin			Octobre		
Mars			Juillet			Novembre		
Avril			Août			Décembre		

CONCLUSION — Combien de vendredi 13 dans une année ?

INFORMATIQUE

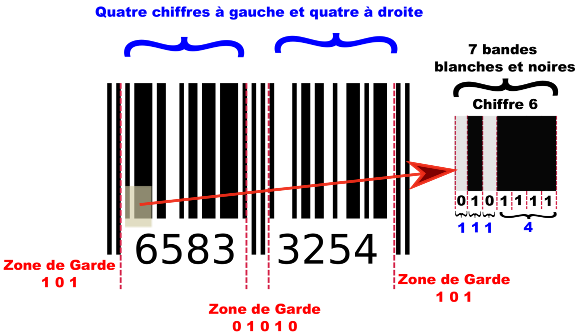
LES CODE-BARRE

SIXIEME

Winston Smith, principal du collège Big Brother d'Océania, a décidé de doter tous les élèves de son établissement d'un code-barre pour les identifier. De cette manière, les passages à la cantine et la gestion des absences et retards seront grandement simplifiés.
Il souhaite utiliser des code-barres EAN-8. Voici les informations dont il dispose à leur sujet :

« Le code EAN (European Article Numbering) est un code-barres utilisé par le commerce et l'industrie. Le code EAN-8 est composé de 8 chiffres représentés sous forme de séquences de barres noires et blanches. Ce type de code se trouve sur la totalité des produits courants (alimentation, vêtements, pharmacies, papeteries...). Le code est lu lors du passage en caisse au moyen de lecteurs de code-barres. »

6583 3254



Le code-barres EAN-8 permet de coder 8 chiffres. Quatre chiffres à gauche et quatre chiffres à droite. Le codage en bandes blanches et noires et délimité par trois zones de garde. Deux zones identique, au début et à la fin du code. Une zone centrale pour délimiter la zone gauche et la zone droite.
Chaque chiffre est codé à partir de 7 bandes blanches ou noires. Les quatre chiffres de gauche sont dit de parité impaire, la première bande est toujours une bande noire. Les quatre chiffres de droite sont dit de parité paire, la première bande est toujours une bande blanche.

Chaque chiffre du code EAN est codé par une succession de 7 bandes noires ou blanches. Cette succession de bandes est regroupée en quatre blocs. Sur l'exemple ci-dessus, le chiffre 6 est codé par une bande blanche, une bande noire, une bande blanche puis quatre bandes noires. Comme $1+1+1+4=7$, cela correspond bien à 7 bandes noires ou blanches. Nous allons commencer par nous demander comment coder chaque chiffre en utilisant ce principe.

1. Faire la liste de toutes les sommes différentes de quatre nombres entiers non nuls égales à 7.

On souhaite maintenant tenir compte de l'ordre des termes dans ces additions.

2. Faire la liste de toutes les sommes de quatre nombres entiers égales à 7 en considérant que deux sommes ayant des termes dans des ordres différents sont différentes. (Par exemple $1+2+3+1$ n'est pas la même somme que $1+3+2+1$). Combien en trouvez-vous ?

On dit que deux sommes sont symétriques si l'une est semblable à l'autre quand on l'écrit de la droite vers la gauche.

3. Regrouper les sommes de la question **3.** en couple de sommes symétriques.

4. Le code EAN a fixé la manière de coder les chiffres de la manière suivante. Compléter ce tableau.
Vous pouvez utiliser l'exemple ci-dessus pour compléter la ligne du chiffre 6.

Chiffre	Code	Binaire	Chiffre	Code	Binaire	Chiffre	Code	Binaire
0	3211	0001101	1	2221		2	2122	
3	1411		4	1132	0100011		1231	0110001
6		0101111	7	1312		8		0110111
9		0001011						

Le gouvernement d'Océania a décidé de numéroter chaque élève du pays avec un nombre à huit chiffres. Les deux premiers chiffres sont ceux du numéro du collège. Il s'agit du 89 pour le collège Big Brother. Les trois chiffres suivants sont le numéro de la classe, par exemple 307 pour les élèves de troisièmes 7. Les deux chiffres suivants sont le numéro de classement par ordre alphabétique dans la liste des élèves. Le dernier chiffre est un code correcteur d'erreur.

5. Indiquez les sept premiers chiffres de votre numéro dans ce collège.

Le dernier chiffre du numéro est un code correcteur d'erreur. Il permet de détecter les éventuelles erreurs de copie du code. Pour calculer ce dernier chiffre il faut appliquer le programme de calcul suivant :

- Faire la somme du premier, du troisième, du cinquième et du septième chiffre ;
- Calculer le triple de cette somme ;
- Faire la somme du deuxième, quatrième et sixième chiffre ;
- Ajouter cette somme au résultat de la deuxième étape ;
- Effectuer la division euclidienne de ce résultat par 10 ;
- Faire la différence de 10 et du reste de la division ;
- Cette différence est le dernier chiffre du code ;
- Si cette différence est égale à 10 alors le dernier chiffre vaut 0.

6. Déterminer le code correcteur d'erreur de votre numéro dans ce collège.

7. Voici quelques numéros d'élèves de plusieurs collège du pays. Indiquez ceux qui ont été bien recopié.

1234 5678 — 2022 2022 — 3213 2113 — 31415927 — 1111 1111

Vous allez maintenant créer le code barre qui correspond à votre numéro.
Les quatre premiers chiffres sont codés en suivant le tableau ci-dessus. Le 0 correspond à une bande blanche et le 1 à une bande noire. Pour les quatre chiffres suivant, c'est le contraire : le 0 correspond à une bande noire et le 1 à une bande blanche. Cela permet au code barre d'avoir un orientation unique, il peut donc passer dans n'importe quel sens devant les lecteurs.

Ainsi sur l'exemple précédent, on constate que le chiffre 3 est codé de deux manières différentes suivant qu'il se trouve à gauche ou à droite. On sait que le chiffre 3 est codé sous la forme $1+4+1+1$ ou 0111101 en binaire. À gauche cela correspond à une bande blanche, quatre bandes noires, une bande blanche et une bande noire. À droite la couleur des bandes est inversée : une bande noire, quatre bandes blanches, une bande noire et une bande blanche.

8. Compléter le code-barres suivant pour qu'il corresponde à votre numéro.

— — — — — — — —

LES CODE-BARRE — Correction

✧✧✧

1. On a : $1+1+1+4=7$, $1+1+2+3=7$ et $1+2+2+2=7$

Il n'y a que trois manière d'obtenir 7 en ajoutant quatre nombres entiers non nuls.

2.

$1+1+1+4$	$1+2+2+2$	$1+1+2+3$	$2+1+1+3$
$1+1+4+1$	$2+1+2+2$	$1+1+3+2$	$2+1+3+1$
$1+4+1+1$	$2+2+1+2$	$1+2+1+3$	$2+3+1+1$
$4+1+1+1$	$2+2+2+1$	$1+2+3+1$	$3+2+1+1$
		$1+3+2+1$	$3+1+2+1$
		$1+3+1+2$	$3+1+1+2$

Il y a 20 sommes différentes en tenant compte de l'ordre des termes.

3. On remarque que chaque somme possède sa somme symétrique : il y a donc 10 couples symétriques :

1114 et 4111 ; 1141 et 1411 ; 1222 et 2221 ; 2122 et 2212 ; 1123 et 3211 ; 1132 et 2311 ; 1213 et 3121

1231 et 1321 ; 1312 et 2131 ; 2113 et 3112

4. Le code EAN a fixé la manière de coder les chiffres de la manière suivante. Compléter ce tableau.

Chiffre	Binaire	Code	Chiffre	Binaire	Code	Chiffre	Binaire	Code
0	0001101	3211	1	0011001	2221	2	0010011	2122
3	0111101	1411	4	0100011	1132	5	0110001	1231
6	0101111	1114	7	0111011	1312	8	0110111	1213
9	0001011	3112						

On constate que les dix codes qui correspondent aux chiffres appartiennent tous à des couples symétriques différents. Deux codes symétriques ne peuvent pas coder des chiffres. Cela ne permettrait pas de lire le code-barres dans tous les sens puisqu'il pourrait y avoir une confusion entre deux codes symétriques.

5. Si je suis le neuvième élève dans la liste alphabétique de ma classe de 605, mon numéro est :

8960509X

X désigne le huitième chiffre que je connais pas pour l'instant !

Évaluation de mathématiques

EXERCICE N° 1 :

Poser les divisions ci-dessous en indiquant ensuite l'égalité euclidienne.

2 023	5	17 090	3	345 089	9

$2\,023 =$

$17\,090 =$

$345\,089 =$

EXERCICE N° 2 :

Problème n° 1

Fatoumata organise un goûter avec ses quatre meilleures amies.
Elles achètent ensemble :

— 3 bouteilles de Caco Calo qui coûtent 1,75 €chacune ;
— 5 sachets de bonbon Hariba qui coûtent 2,05 €chacun ;
— un gateau d'anniversaire à 13,65 €.

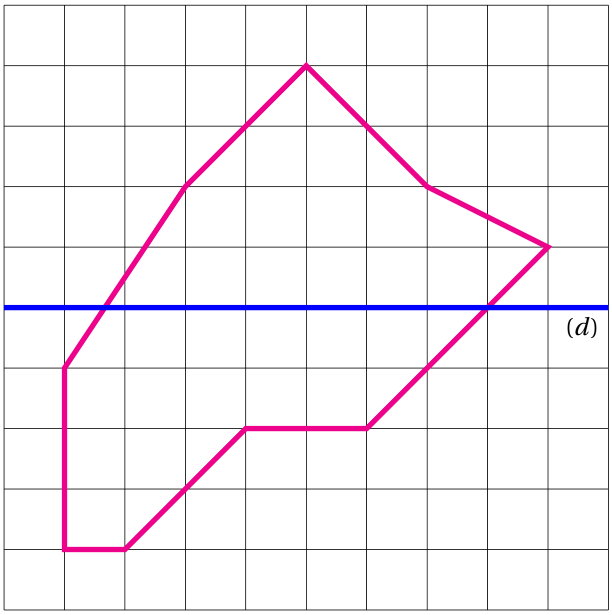
Fatoumata veut partager la facture en cinq.
Combien chacune des filles va-t-elle devoir payer ?

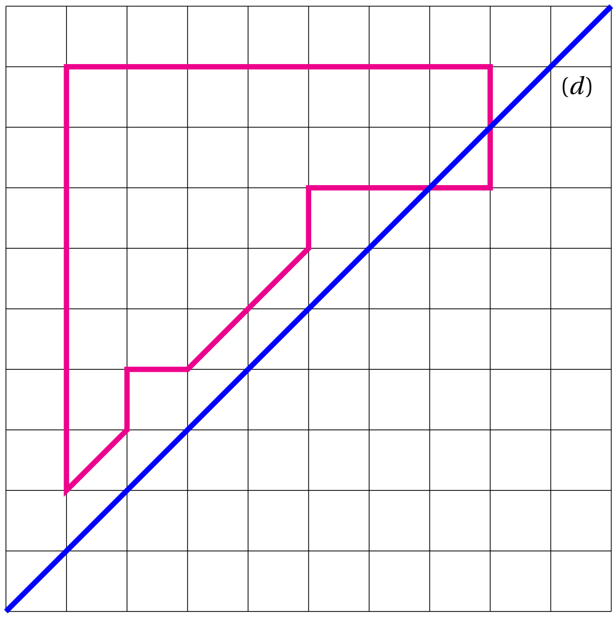
Problème n° 2

Les professeurs du collège souhaitent emmener les 630 élèves du collège en voyage à Disneyland Paris. Pendant un voyage scolaire, il faut un professeur accompagnateur pour 12 élèves.
Combien faut-il d'accompagnateurs pour organiser ce voyage ?

EXERCICE Nº 3 :

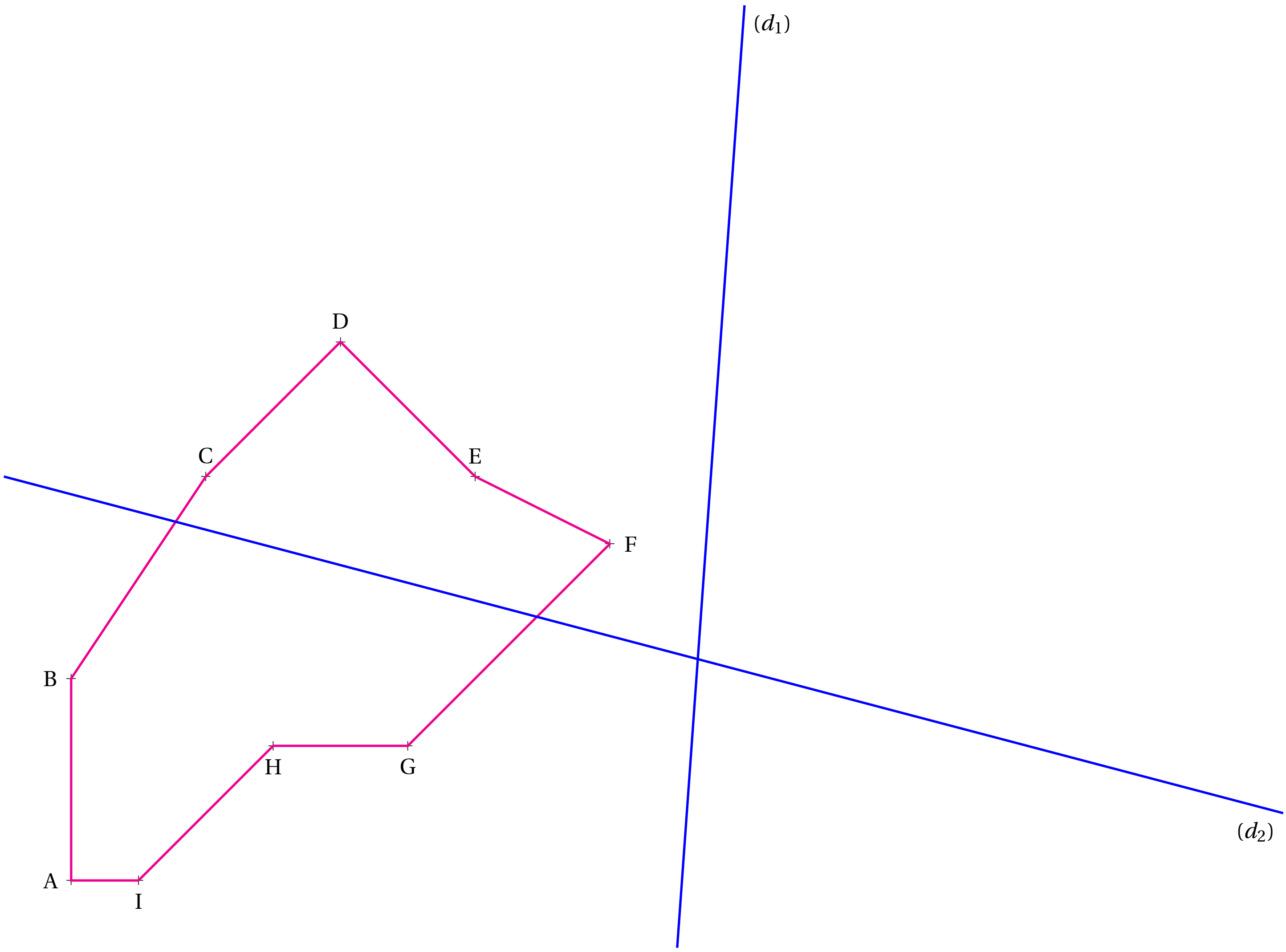
Tracer le symétrique de chacune des figures par rapport à la droite (d).





EXERCICE Nº 4 :

Tracer le symétrique du énnéagone ABCDEFGHI par rapport à la droite (d_1).
Tracer le symétrique du énnéagone ABCDEFGHI par rapport à la droite (d_2).



Évaluation de mathématiques — CORRECTION

Exercice n° 1 : Division euclidienne

CORRECTION

Division euclidienne

$$\begin{array}{r|l} 2\,0\,2\,3 & 5 \\ \cline{2-2} -\,2\,0 & 4\,0\,4 \\ \hline 0\,2 & \\ -\,0 & \\ \hline 2\,3 & \\ -\,2\,0 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$2\,023 = 5 \times 404 + 3$

$$\begin{array}{r|l} 1\,7\,0\,9\,0 & 3 \\ \cline{2-2} -\,1\,5 & 5\,6\,9\,6 \\ \hline 2\,0 & \\ -\,1\,8 & \\ \hline 2\,9 & \\ -\,2\,7 & \\ \hline 2\,0 & \\ -\,1\,8 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$17\,090 = 3 \times 5\,696 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 3\,4\,5\,0\,8\,9 & 9 \\ \cline{2-2} -\,2\,7 & 3\,8\,3\,4\,3 \\ \hline 7\,5 & \\ -\,7\,2 & \\ \hline 3\,0 & \\ -\,2\,7 & \\ \hline 3\,8 & \\ -\,3\,6 & \\ \hline 2\,9 & \\ -\,2\,7 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$345\,089 = 9 \times 38\,343 + 2$

Exercice n° 2 : Problèmes et division

CORRECTION

Problème et division euclidienne

Problème n° 1

$$\begin{array}{r} 1{,}7\,5 \\ \times \quad 3 \\ \hline 5{,}2\,5 \end{array}$$

Elle va payer 5,25 €pour le Caco Calo.

$$\begin{array}{r} 2{,}0\,5 \\ \times \quad 5 \\ \hline 1\,0{,}2\,5 \end{array}$$

Elle va payer 10,25 €pour les bonbons Hariba.

$$\begin{array}{r} 5{,}2\,5 \\ +\ 1\,0{,}2\,5 \\ +\ 1\,3{,}6\,5 \\ \hline 2\,9{,}1\,5 \end{array}$$

Elle va payer 29,15 €pour l'ensemble.

$$\begin{array}{r|l} 2\,9\,1\,5 & 5\,0\,0 \\ \cline{2-2} 4\,1\,5\,0 & 5{,}8\,3 \\ 1\,5\,0\,0 & \\ 0 & \end{array}$$

$\boxed{\text{Chacune va payer 5,83 €}}$

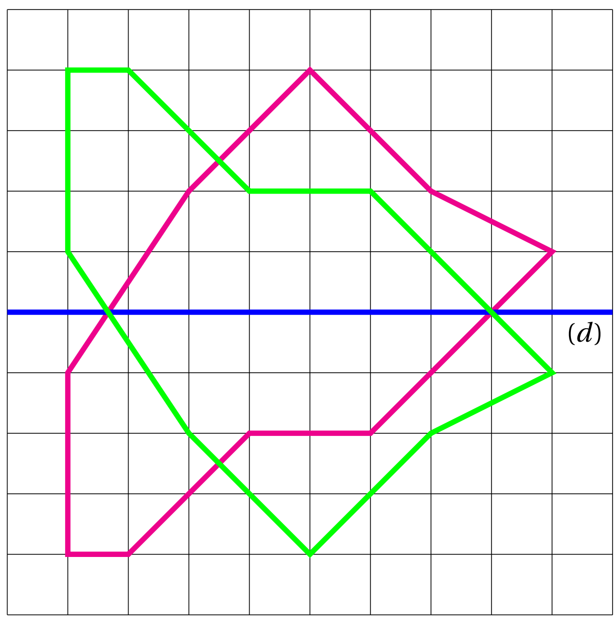
Problème n° 2

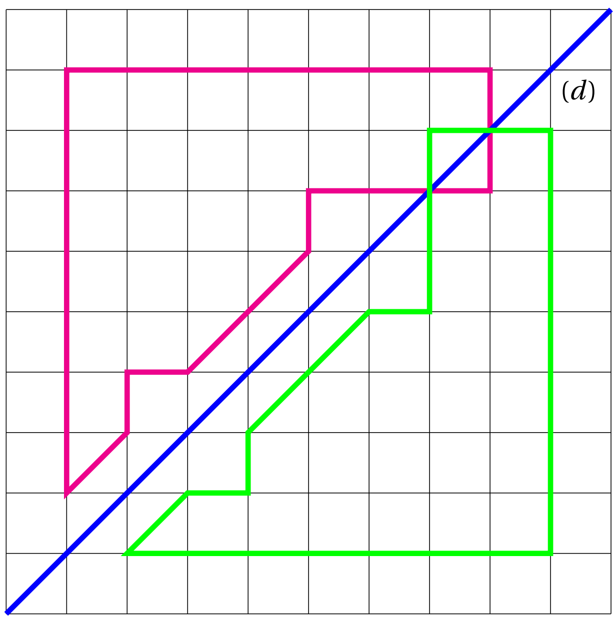
$$\begin{array}{r|l} 6\,3\,0 & 1\,2 \\ \cline{2-2} 3\,0 & 5\,2 \\ 6 & \end{array}$$

$\boxed{\text{Il faudra 53 accompagnateurs.}}$

Exercice n° 3 : Symétrie axiale CORRECTION

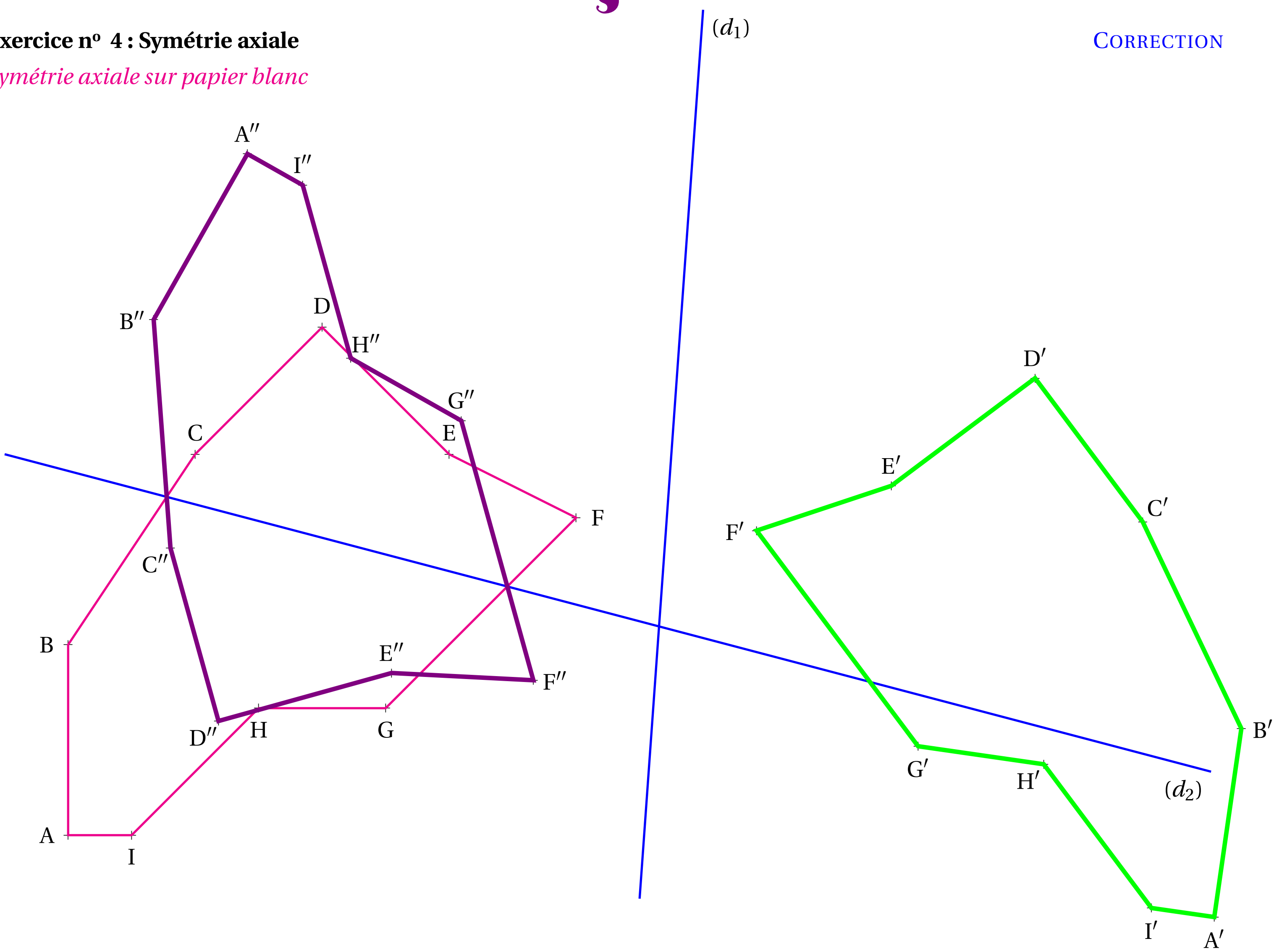
Symétrie axiale sur papier quadrillé





Exercice n° 4 : Symétrie axiale CORRECTION

Symétrie axiale sur papier blanc



CHAPITRE VII

La proportionnalité

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

— nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;

— somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

— utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;

— calculer avec des nombres relatifs ;

— effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

I — Grandeurs proportionnelles

❧ DÉFINITION 7.1 : Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand il existe un unique coefficient multiplicateur qui permet d'obtenir une des grandeurs en multipliant l'autre par ce nombre.

EXEMPLES :

1. Le pouce est une unité du système impérial britanique sont symbole est " ou in. Cette unité est souvent utilisé pour mesurer la diagonale des écrans des téléphones, tablettes et ordinateurs. On sait que 1" = $2,54\ cm$
Voici un tableau montrant quelques exemples :

Pouces	0	1	2	3	5	8	10	20	30	50	100
Centimètres	0	2,54	5,08	7,62	12,7	20,32	25,4	50,8	76,2	127	254

×2,54

Ces deux grandeurs sont bien proportionnelles puisqu'il existe un coefficient multiplicateur unique : 2,54 qui permet d'obtenir la mesure en centimètres en multipliant la mesure en pouces.
Dans une situation de proportionnalité comme celle-ci on peut aussi dire qu'il existe un coefficient unique qui permet de diviser la mesure en centimètres pour obtenir des pouces.

On peut faire de nombreuses remarques qui sont valables dans toutes situations de proportionnalité :

- si on divise deux nombres l'un par l'autre dans une même colonne, on obtient toujours le même résultat :
  - $50,8 \div 20 = 2,54$;
  - $254 \div 100 = 2,54$.
- on peut ajouter ou soustraire les colonnes entre elles :
  - $2+3=5$ et $5,08+7,62=12,7$;
  - $3+5=8$ et $7,62+12,7=20,32$;
  - $10+20=30$ et $25,4+50,8=76,2$.
- on peut multiplier une colonne par un nombre pour en obtenir une autre :
  - $2\times 4=8$ et $5,08\times 4=20,32$;
  - $10\times 5=50$ et $25,4\times 5=127$.
- pour la valeur 0 les deux grandeurs sont égales à 0. En effet $0\times 2,54=0$.

2. La température peut se mesurer dans des unités différentes :

- en degrés Celsius (°C) ;
  C'est l'unité de mesure habituelles de températures.[1]
- en degrés Kelvin (K) ;
  C'est l'unité de mesure des physiciens, il faut ajouter 273,15 aux températures en degré Celsius.[2]
- en degrés Fahrenheit (°F) ; C'est l'unité britannique. Il faut multiplier la température en degré Celsius par 1,8 et ajouter 32.[3]

Voici un tableau montrant quelques exemples :

Degré Celsius	-30	-20	-10	0	10	20	30	$37,8$	50	100
Degré Kelvin	$243,15$	$253,15$	$263,15$	$273,15$	$283,15$	$293,15$	$303,15$	$310,95$	$323,15$	$373,15$
Degré Fahrenheit	-22	-4	14	32	50	68	86	$100,04$	122	212

On constate que ces grandeurs ne sont pas proportionnelles entre elles :

- Observons les degrés Celsius et les degrés Kelvin :
  - Quand on divise les colonnes, on n'obtient pas le même nombre : $283,15 \div 10 = 28,315$ et $293,15 \div 20 = 14,6575$.
  - On ne peut pas ajouter les colonnes : $10 + 20 = 30$ et $283,15 + 293,15 = 576,3 \neq 303,15$.
  - On ne peut pas multiplier les colonnes par un nombre : $10 \times 5 = 50$ et $283,15 \times 5 = 1415,75 \neq 323,15$.
  - 0 degré Celsius ne correspond pas à 0 degré Kelvin mais $273,15$.
- Observons les degrés Celsius et les degrés Farenheit :
  - Quand on divise les colonnes, on n'obtient pas le même nombre : $50 \div 10 = 5$ et $212 \div 100 = 2,12$.
  - On ne peut pas ajouter les colonnes : $10 + 20 = 30$ et $50 + 68 = 118 \neq 86$.
  - On ne peut pas multiplier les colonnes par un nombre : $10 \times 5 = 50$ et $50 \times 5 = 250 \neq 122$.
  - 0 degré Celsius ne correspond pas à 0 degré Fahrenheit.

Ainsi les mesures en Celsius et en Kelvin ne sont pas proportionnelles. Les mesures en Celsius et en Fahrenheit ne le sont pas non plus.
Comme on le voit dans les formules données au départ, on ne passe pas des Celsius au Kelvin ou au Fahrenheit en multipliant par un nombre constant.

3. Ma taille et mon âge ne sont pas des grandeurs proportionnelles. Il y a plusieurs justifications :

- il n'existe aucun nombre qui permet d'obtenir ma taille en multipliant mon âge ;
- quand j'étais deux fois plus jeune je n'étais pas deux fois plus petit ;
- quand je serai deux fois plus vieux, je ne serai heureusement pas deux fois plus grand ;
- mon âge continue (malheureusement) à augmenter alors que ma taille commence (malheureusement) à diminuer ;
- quand j'avais 0 an, à ma naissance, je ne mesurais pas 0 cm !

II — Annexe

---

1 Situation initiale

DÉPART

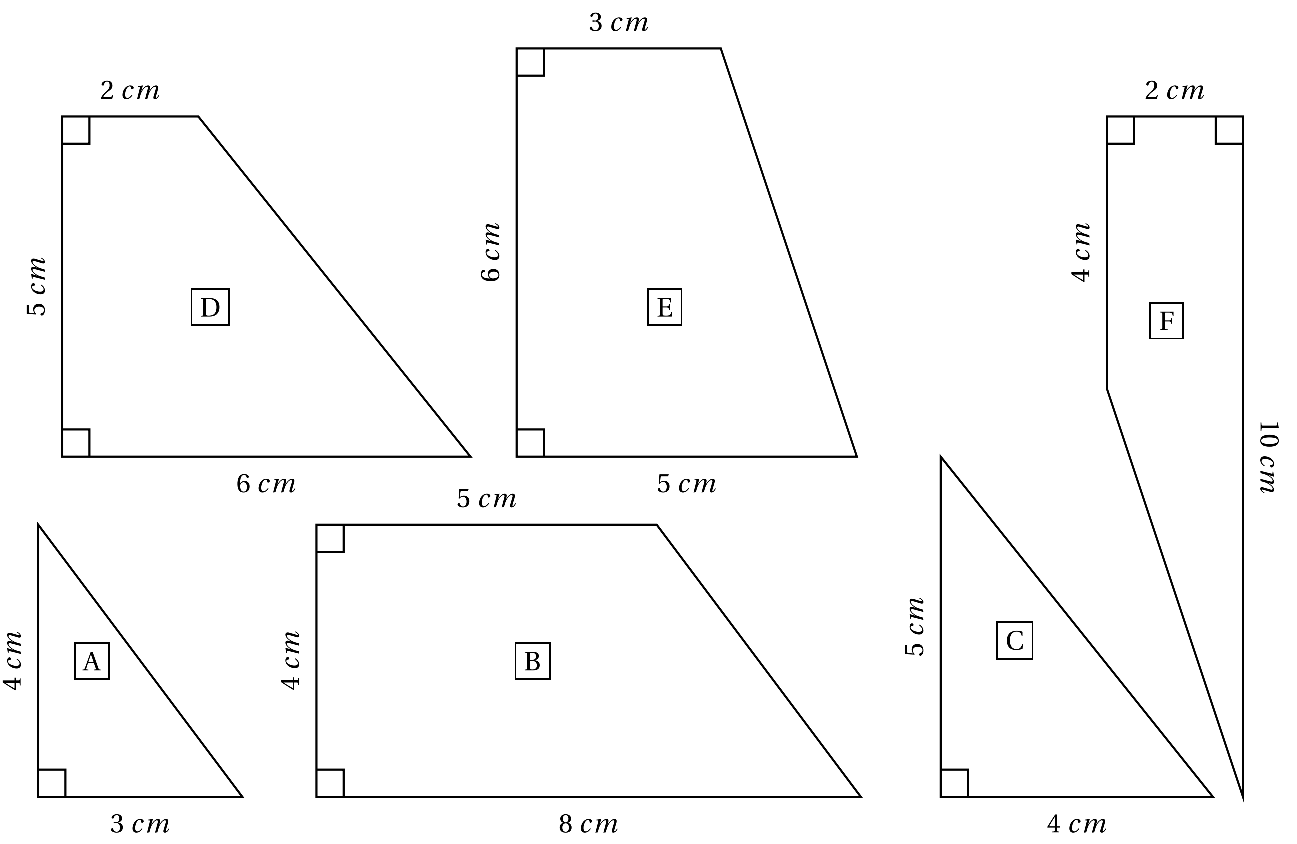
SITUATION INITIALE

LE PUZZLE DE BROUSSEAU

SIXIEME

Première partie : construction du puzzle

Voici six figures géométriques. Chacune d'elle constitue une pièce d'un puzzle. Sur ce document les figures n'ont pas été tracées en vraies grandeurs.



1. Construire ces figures **en vraies grandeurs**, vous pouvez ensuite les découper.

2. Assemblez ces pièces pour former un carré parfait.

Seconde partie : Un second puzzle

On veut modifier ce puzzle pour qu'il soit plus grand.

1. On souhaite que le côté qui mesure 2 cm sur le modèle original fasse 3 cm sur l'agrandissement. Modifier les autres mesures pour agrandir toutes les pièces. Écrire ces nouvelles mesures.

2. Construire ces nouvelles pièces agrandies, les découper et tenter de reconstruire le puzzle.

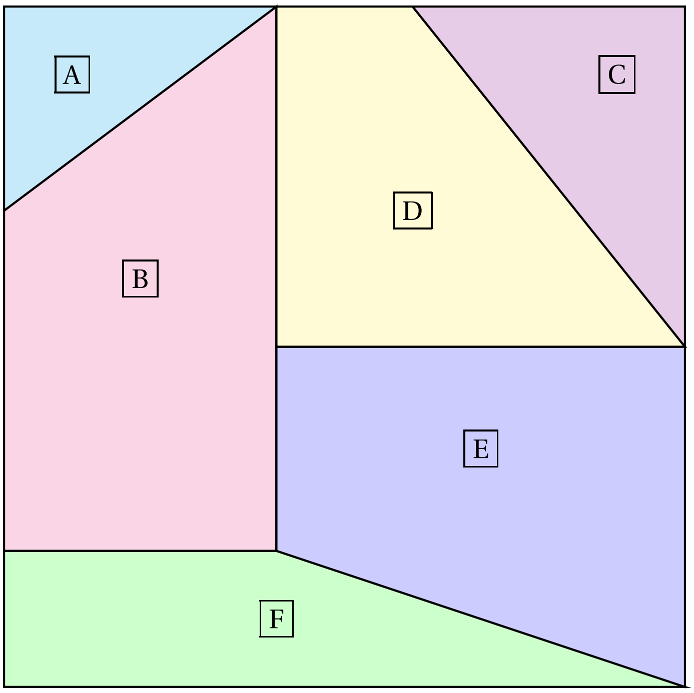
Troisième partie : Un dernier puzzle

Cette fois-ci, on souhaite que le côté qui mesure 12 cm sur le modèle original fasse 15 cm sur l'agrandissement. Modifier les autres mesures pour agrandir toutes les pièces puis écrire ces mesures. Construire enfin ce nouveau puzzle et tenter de le reconstruire.

SITUATION INITIALE

LE PUZZLE DE BROUSSEAU — Correction

Première partie



Deuxième partie

2 Exercices

Exercice n° 7.1 : **Proportionnelles ou pas?**

En justifiant votre réponse, indiquer dans chaque situation si les grandeurs sont proportionnelles :

1. La masse et la taille d'une personne.
2. Le prix payé à la station service et la quantité d'essence.
3. La durée d'un film et le prix de la place de cinéma.
4. Le nombre de baguettes et le prix payé à la boulangerie.
5. La distance parcourue en voiture et le temps de trajet.
6. La longueur d'un rectangle et son périmètre.
7. La longueur d'un rectangle et son aire.

Exercice n° 7.2 : **Proportionnelles ou pas — Épisode 2**

Voici des tableaux représentants des grandeurs. Indiquez dans chaque cas si ces grandeurs sont proportionnelles ou pas en justifiant votre réponse.

1.

Nombre de stylos	2	3	5	7
Prix payé	4,50 €	6,75 €	11,25 €	15,75 €

2.

Distance parcourue	10 km	30 km	50 km	100 km
Temps	7 min	21 min	30 min	1 h

3.

Masse farine	200 g	300 g	500 g	1 kg
Nombre de cookies	12	18	30	60

4.

Nombre de personne	3	4	6	10
Prix de la location de mobil home	350 €	450 €	550 €	700 €

Exercice n° 7.3 : **La recette des cannelés bordelais**

Voici les ingrédients pour faire 12 cannelés :

— 50 cL de lait;
— 25 g de beurre;
— 3 oeufs;
— 250 g de sucre;
— 125 g de farine;
— une demi gousse de vanille;
— 1,5 cL de rhum.

1. Quelles quantités d'ingrédients faut-il pour faire 36 cannelés? Expliquez votre démarche.
2. Quelles quantités pour 18 cannelés? Et pour 30 cannelés? Et 42 cannelés? Et 99 cannelés?
3. Vous pouvez manger les cannelés...

EXERCICE N° 7.1 : **Proportionnelles ou pas ?** CORRECTION

En justifiant votre réponse, indiquer dans chaque situation si les grandeurs sont proportionnelles :

1. La masse et la taille d'une personne.
Si la masse est la taille d'une personne étaient proportionnelles alors on pourrait dire que quand quelqu'un est deux fois plus lourd alors il est forcément deux fois plus grand !! Cette phrase est certainement fausse.
Par exemple mesurer $1,40\ m$ et faire $45\ kg$ est possible. Cet adolescent pourrait faire $90\ kg$ adulte mais ne mesurera jamais $2,80\ m$.
$\boxed{\text{Ces grandeurs ne sont donc pas proportionnelles.}}$

2. Le prix payé à la station service et la quantité d'essence.
Comme le prix d'un litre d'essence est un nombre fixé par la station service, on obtient bien le prix payé en multipliant la quantité d'essence par le prix d'un litre. $\boxed{\text{Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité}}$.

3. La durée d'un film et le prix de la place de cinéma.
On paye le même prix pour un film de $2h30$ que pour un film de $1h45$. Donc $\boxed{\text{ces grandeurs ne sont pas proportionnelles}}$.

4. Le nombre de baguettes et le prix payé à la boulangerie.
Comme pour l'essence, le prix d'une baguette est un nombre fixe. $\boxed{\text{Ces deux grandeurs sont bien proportionnelles.}}$

5. La distance parcourue en voiture et le temps de trajet.
Si on ne précise pas que la vitesse de la voiture est constante alors ces grandeurs sont proportionnelles.
Par exemple en une heure sur le périphérique toulousain à 17h00 on parcoure une distance qui n'est pas la même que sur une autoroute au milieu de la nuit.
$\boxed{\text{La distance parcourue n'est pas proportionnelles au temps de trajet.}}$

6. La longueur d'un rectangle et son périmètre.
Imaginons un rectangle qui mesure $5\ cm$ de long et $4\ cm$ de large. Le périmètre est égal à $2 \times (5\ cm + 4\ cm) = 2 \times 10\ cm = 20\ cm$.
Si on passe à une longueur de $10\ cm$, c'est à dire le double, sans modifier la largeur, alors le nouveau périmètre est $2 \times (10\ cm + 4\ cm) = 2 \times 14\ cm = 28\ cm$. Le périmètre n'a pas doublé !
$\boxed{\text{Ces grandeurs ne sont pas proportionnelles.}}$

7. La longueur d'un rectangle et son aire.
Imaginons à nouveau un rectangle qui mesure $5\ cm$ de long et $4\ cm$ de large. L'aire est égale à $5\ cm \times 4\ cm = 20\ cm^2$.
Si on passe à une longueur de $10\ cm$, c'est à dire le double, sans modifier la largeur, alors la nouvelle aire est $10\ cm \times 4\ cm = 40\ cm^2$ soit le double de l'aire précédente. Comme pour obtenir l'aire il faut multiplier par la valeur constante 4, $\boxed{\text{ces deux grandeur}}$

EXERCICE N° 7.2 : **Proportionnelles ou pas — Épisode 2** CORRECTION

Voici des tableaux représentants des grandeurs. Indiquez dans chaque cas si ces grandeurs sont proportionnelles ou pas en justifiant votre réponse.

1.

Nombre de stylos	2	3	5	7
Prix payé	4,50 €	6,75 €	11,25 €	15,75 €

Effectuons le quotient $4,50 \div 2 = 2,25$.
Vérifions : $6,75 \div 3 = 2,25$, $11,25 \div 5 = 2,25$ et $15,75 \div 7 = 2,25$
Il existe donc bien un unique coefficient multiplicateur qui permet de passe du nombre de stylos au prix payé.
$\boxed{\text{Ces grandeurs sont bien proportionnelles.}}$

2.

Distance parcourue	$10\ km$	$30\ km$	$50\ km$	$100\ km$
Temps	$7\ min$	$21\ min$	$30\ min$	$1\ h$

En observant la première colonne et la troisième on constate que $5 \times 10\ km = 50\ km$, par contre $7\ min \times 5 = 35\ min \neq 30\ min$.
$\boxed{\text{Ce ne sont pas deux grandeurs proportionnelles.}}$

3.

Masse farine	200 g	300 g	500 g	1 kg
Nombre de cookies	12	18	30	60

Effectuons le quotient $200 \div 12 \approx 16,67$. On peut effectuer tous les autres quotients et constater qu'ils ont égaux.
Il existe une méthode plus experte qui évite de passer par la valeur approchée. Il suffit de constater que le nombre de cookies et un multiple de 6.
Comme pour 200 g on fait 12 cookies, il faut proportionnelement 100 g pour 6 cookies.
Ensuite $6 \times 3 = 18$ et $100\ g \times 3 = 300\ g$, $6 \times 5 = 30$ et $5 times 100\ g = 500\ g$ et $10 \times 6 = 60$ et $100\ g \times 10 = 1\ kg$.
Les deux grandeurs sont proportionnelles.

4.

Nombre de personne	3	4	6	10
Prix de la location de mobil home	350 €	450 €	550 €	700 €

En observant la colonne 1 et la colonne 3 on constate que $3 \times 2 = 6$ et $2 \times 350 = 700 \neq 550$
Ces deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

Exercice n° 7.3 : La recette des cannelés bordelais

Correction

Voici les ingrédients pour faire 12 cannelés :

- 50 cL de lait ;
- 25 g de beurre ;
- 3 oeufs ;
- 250 g de sucre ;
- 125 g de farine ;
- une demi gousse de vanille ;
- 1,5 cL de rhum.

1. Quelles quantités d'ingrédients faut-il pour faire 36 cannelés ? Expliquez votre démarche.
Les quantités d'ingrédients doivent être proportionnelles au nombre de cannelés.
Comme $36 = 3 \times 12$, il faut multiplier les quantités par 3 soit :
150 cL de lait, 75 g de beurre, 9 oeufs, 750 g de sucre, 375 g de farine, une gousse et demi de vanille (3 demis gousse !) et 4,5 cL de Rhum.

2. Quelles quantités pour 18 cannelés ? Et pour 30 cannelés ? Et 42 cannelés ? Et 99 cannelés ?
Comme $36 \div 2 = 18$ il faut diviser les quantités pour 36 cannelés par 2 soit :
75 cL de lait, 37,5 g de beurre, 4,5 oeufs (5 oeufs), 350 g de sucre, 187,5 g de farine, la moitié de 3 moitiés de gousse de vanille soit trois quarts de gousse et 2,25 cL de Rhum.

Comme $30 = 12 + 18$ il faut ajouter les ingrédients pour 12 cannelés avec les ingrédients pour 18 cannelés soit :
125 cL de lait, 62,5 g de beurre, 7,5 oeufs (8 oeufs !), 600 g de sucre, 312,5 g de farine, une demi gousse et trois quarts de gousses soit une gousse et un quart (:-)) et enfin 3,75 cL de Rhum !

Comme $30 + 12 = 42$ on recommence soit :
175 cL de lait, 87,5 g de beurre, 10,5 oeufs (11 oeufs !), 850 g de sucre, 437,5 g de farine, une gousse et trois-quarts, 5,25 cL de Rhum !

Pour 99, il faut trouver une combinaison simple. Il y en a plusieurs. Comme $99 \div 18 = 5,5$ on peut diviser par 5,5 les quantités pour 18. On peut aussi diviser par 2 les quantités pour 18 pour obtenir pour 9 et ensuite multiplier par 11...
3. Vous pouvez manger les cannelés...

Notes

[1]Cette propriété s'appelle la commutativité de la multiplication. Une démonstration formelle de cette propriété sur les entiers s'obtient en démontrant par récurrence que $a \times n = n \times a$ pour a un entier fixé et n un entier quelconque. On montre que $a \times 1 = 1 \times a$ par définition de la multiplication entière. Puis en partant d'une hypothèse de récurrence selon laquelle cette propriété est vraie à l'ordre n, on montre que $a \times (n+1) = (n+1) \times a$ en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. En effet $a \times (n+1) = a \times n + a \times 1 = n \times a + 1 \times a = (n+1) \times a$.

[1]Le degré Celsius est l'unité de mesure des températures dans le système décimal métrique. Le 0ř est défini par la température de solidification de l'eau et 100ř par sa température de vaporisation.

[2]Le degré Kelvin est utilisé en science pour faire des calculs. Elle utilise le même degré (marche) que le degré Celsius mais le 0 est défini par la température la plus basse possible : le zéro absolu $-273,15$řC qui correspond à la température théorique où le mouvement atomique est nul...

[3]Le degré Fahrenheit a pour zéro la température la plus basse que Daniel Fahrenheit, un physicien allemand du XVIII ᵉsiècle, avait mesuré, environ -18řC. La température 100řF correspond à la température du corps humain.

Chapitre VIII

Les angles

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n^o 30 du 26-7-2018*) :

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

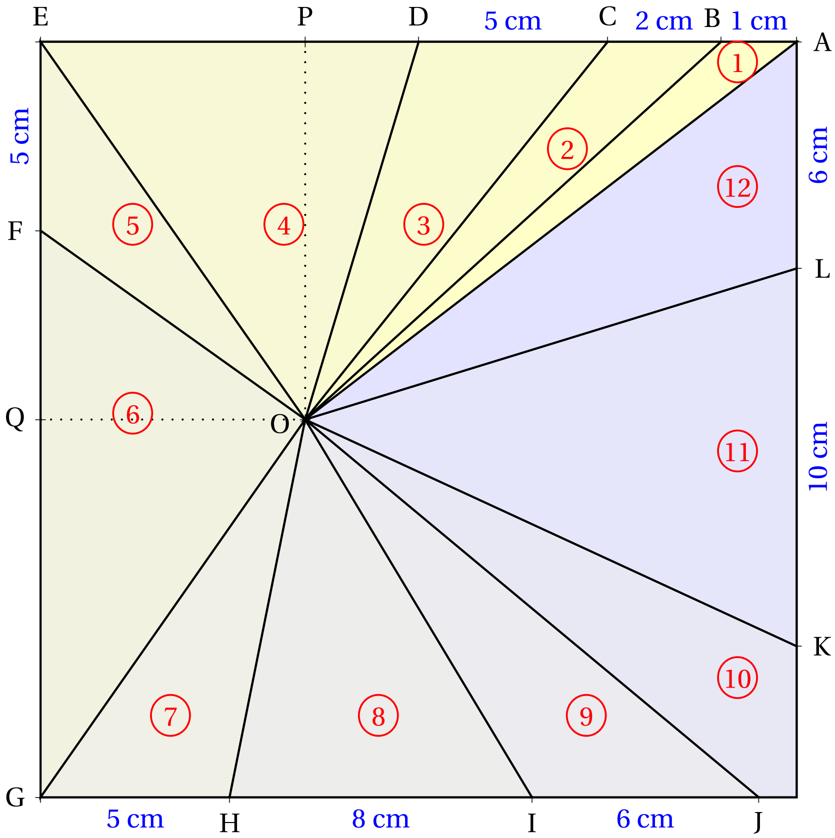
- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;
- calculer avec des nombres relatifs ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

SITUATION INITIALE : Comparer les angles en les superposant !

Nous allons dans cette activité nous demander comment comparer des angles entre eux.

Des angles à comparer

Voici un carré dont le côté mesure 20 cm.
Dans ce carré on place un point O tel que EPOQ soit un rectangle avec OQ = 7 cm et OP = 10 cm.
On place ensuites les points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K et L.



1. Reproduire cette figure sur une feuille blanche.
2. Découper chacun des angles numérotés de 1 à 12
3. En superposant ces angles, les classer dans l'ordre croissant de leur ouverture. Indiquer ce classement dans votre cahier.

Nommer les angles

L'angle 1 a pour sommet O. Il a deux côtés : les demi-droites [OA) et [OB).

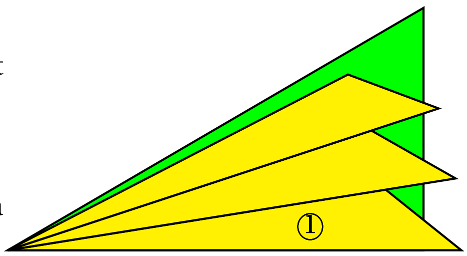
Cet angle se nomme en géométrie $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$. Le sommet doit être entre les deux autres lettres !

Indiquer sur votre cahier le nom géométrique des 11 autres angles.

Utilisation d'un gabarit

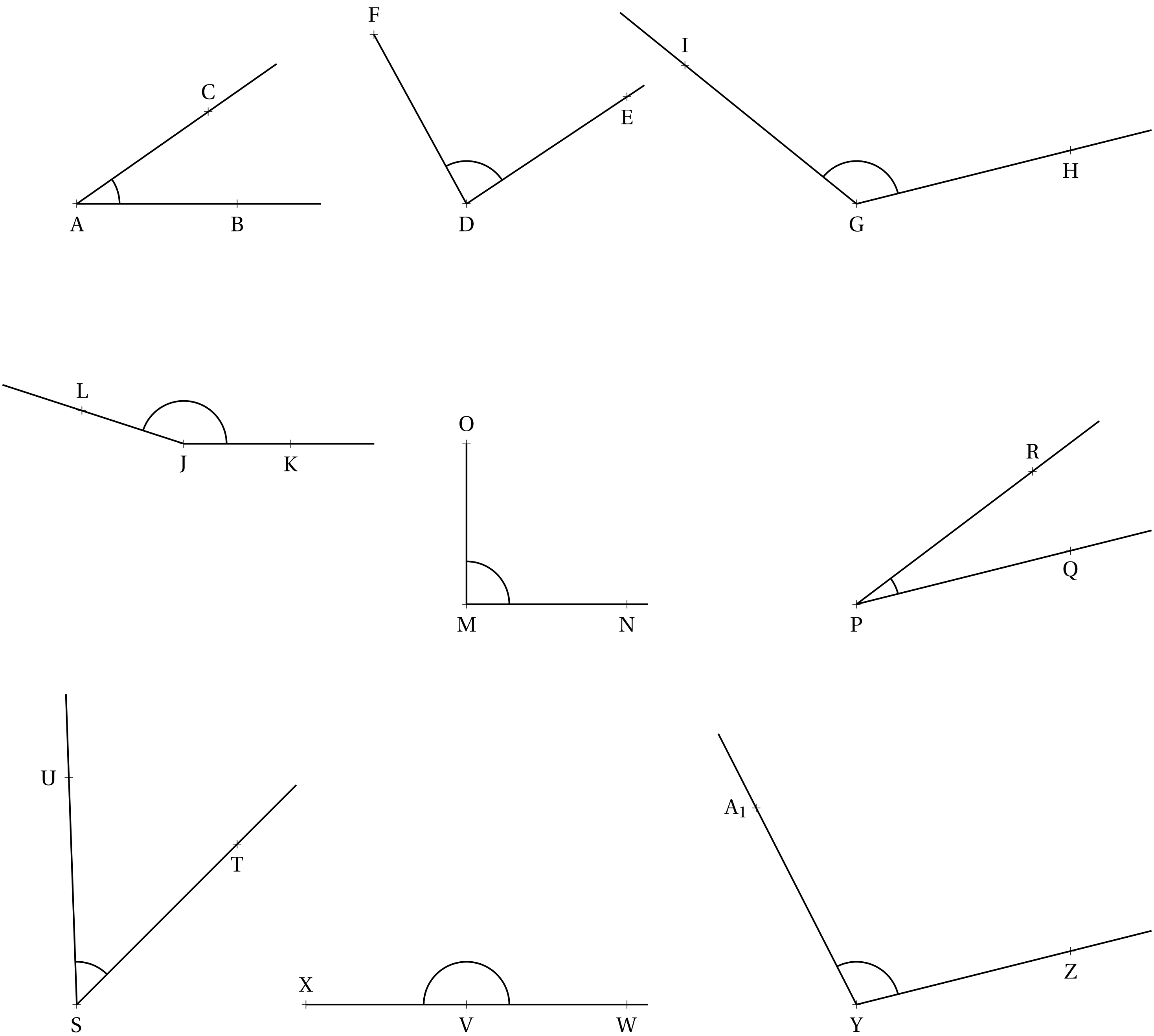
Pour mesurer l'ouverture de ces angles, on utilise l'angle 1 comme gabarit unité.
Ainsi $\widehat{AOB}$ mesure 1 unité.

En utilisant l'angle 1 comme gabarit, indiquer une valeur approchée de la mesure des 11 autres angles.
Par exemple sur la figure ci-après, l'angle vert mesure environ 3 unités.



NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 : Mesurer chacun des angles suivants :



Nom de l'angle									
Droit									
Plat									
Aigu									
Obtus									

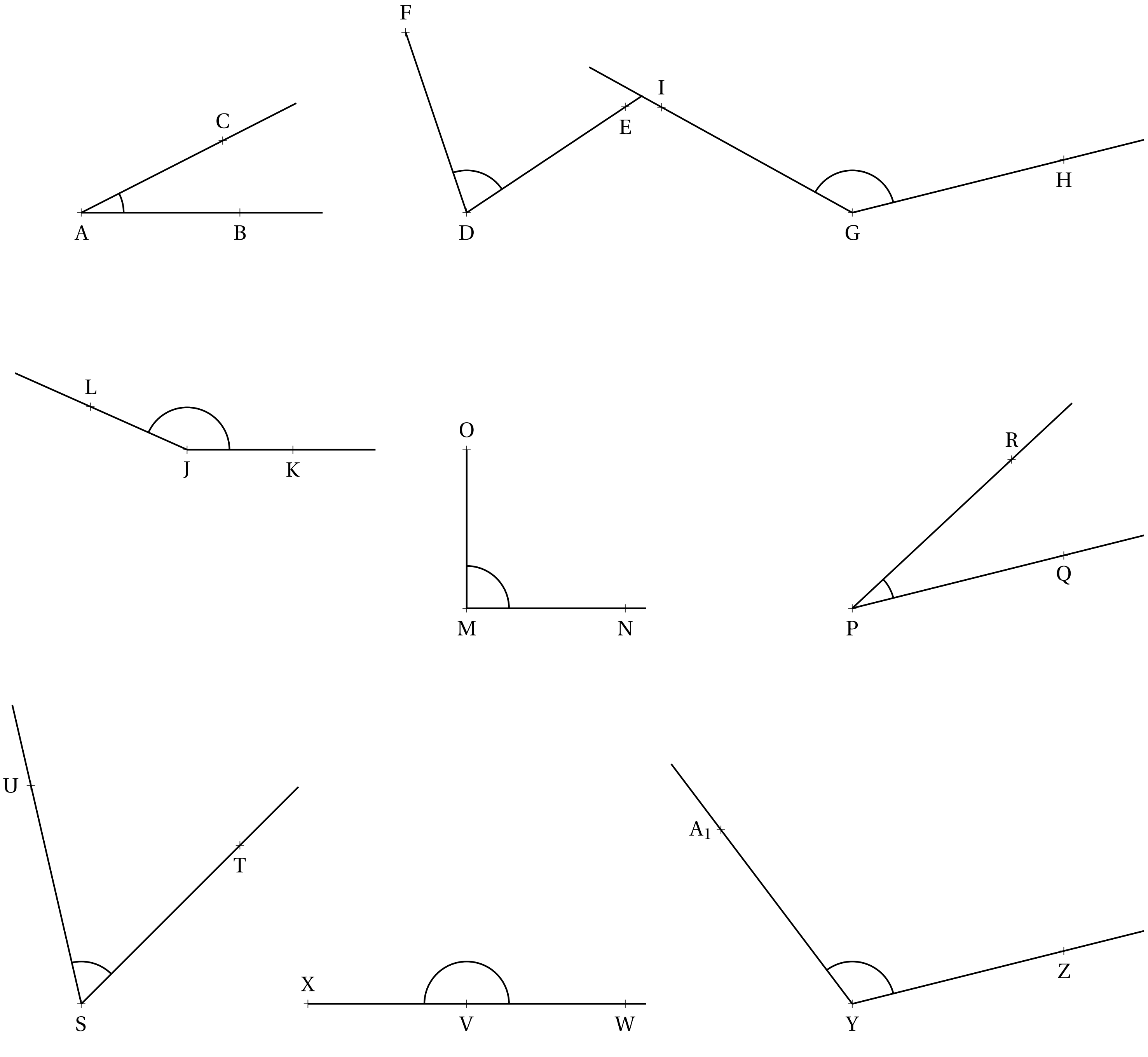
Exercice n° 2
1. Tracer un triangle ABC tel que AB = 7 cm, $\widehat{BAC} = 35°$ et $\widehat{ABC} = 65°$.
Mesurer l'angle $\widehat{ACB}$

2. Tracer un triangle DEF tel que DE = 4 cm, $\widehat{EDF} = 111°$ et $\widehat{DEF} = 18°$.
Mesurer l'angle $\widehat{DFE}$

3. Tracer un triangle XYZ de votre choix ayant un angle mesurant 123°. Mesurer ensuite les deux autres angles.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 : Mesurer chacun des angles suivants :



Nom de l'angle									
Droit									
Plat									
Aigu									
Obtus									

Exercice n° 2
1. Tracer un triangle ABC tel que AB = 7 cm, $\widehat{BAC} = 42°$ et $\widehat{ABC} = 68°$.
Mesurer l'angle $\widehat{ACB}$

2. Tracer un triangle DEF tel que DE = 4 cm, $\widehat{EDF} = 115°$ et $\widehat{DEF} = 16°$.
Mesurer l'angle $\widehat{DFE}$

3. Tracer un triangle XYZ de votre choix ayant un angle mesurant 118°. Mesurer ensuite les deux autres angles.

CHAPITRE IX

Périmètres et aires

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

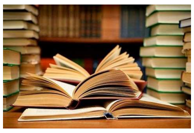
III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n^o 30 du 26-7-2018*) :

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;
- calculer avec des nombres relatifs ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

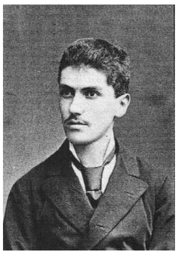


CULTURE

LE THÉORÈME DE PICK

SIXIEME

GEORGES ALEXANDER PICK (1859 - 1942)



Georg Alexander Pick (10 août 1859 – 26 juillet 1942) était un mathématicien autrichien, qui a donné son nom au théorème de Pick. En 1899, Georg Alexander Pick prouve son fameux théorème portant sur l'aire d'un polygone simple dont l'ensemble des sommets sont situés sur le réseau des points à coordonnées entières. Après l'annexion de la Pologne par l'Allemagne, Pick s'enfuit en Tchécoslovaquie mais il est déporté par les nazis au début de l'année 1942. Il meurt au cours de cette-même année dans le camp de concentration de Theresienstadt. Ce n'est que vingt-sept ans plus tard, en 1969, que le mathématicien polonais Hugo Steinhaus redécouvre le théorème de Pick et le rend célèbre.

DANS UN QUADRILLAGE 3X3

Sur un quadrillage pointé de trois colonnes et trois lignes on peut tracer exactement quatre rectangles tous différents.

1. Tracez ces quatre rectangles dans les cases ci-dessous.

Z Un carré est un rectangle particulier. Deux rectangles sont différents quand ils ne sont pas superposables !

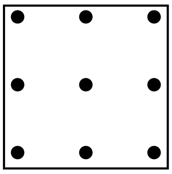


Figure nº 1

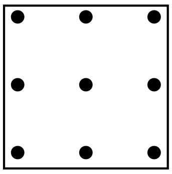


Figure nº 2

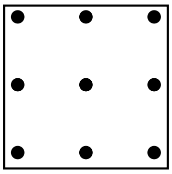


Figure nº 3

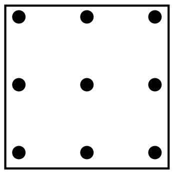
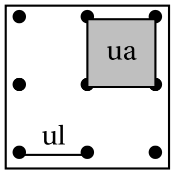


Figure nº 4

On souhaite mesurer le périmètre et l'aire de chacune des figures obtenues. On utilise pour cela les unités de mesures ci-contre.



Z Avec l'unité de longueur **ul** il n'est pas possible de mesurer la longueur d'un segment en diagonal à l'aide d'un nombre décimal ! Dans cette situation on ne calcule pas le périmètre de la figure.

2. Compléter le tableau suivant :

	Périmètre en **ul**	Aire en **ua**	Nombre de points à l'intérieur	Nombre de points sur le contour
Figure nº 1				
Figure nº 2				
Figure nº 3				
Figure nº 4				

DANS UN QUADRILLAGE 4X4

Sur un quadrillage pointé de quatre colonnes et quatre lignes on peut tracer exactement neuf rectangles tous différents.

3. Tracez ces neuf rectangles dans les cases ci-dessous.

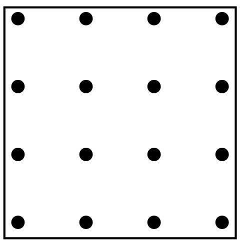


Figure nº 1

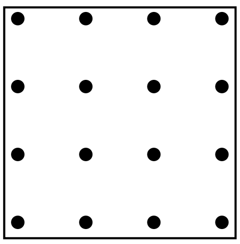


Figure nº 2

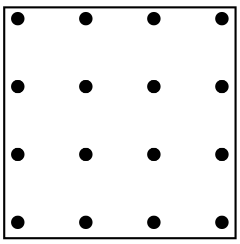


Figure nº 3

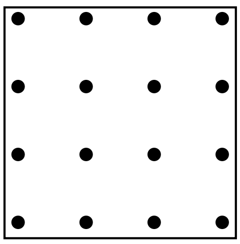


Figure nº 4

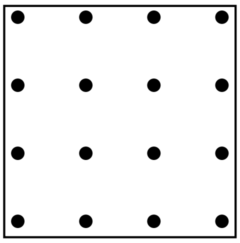


Figure n° 5

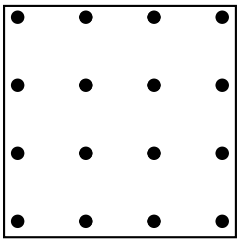


Figure n° 6

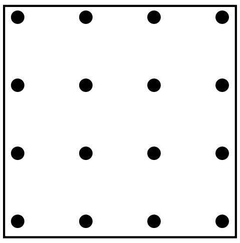


Figure n° 7

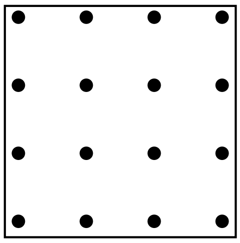


Figure n° 8

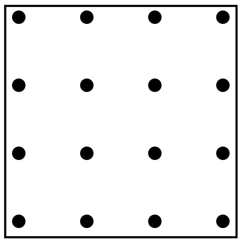


Figure n° 9

4. Compléter le tableau suivant :

	Périmètre en **ul**	Aire en **ua**	Nombre de points à l'intérieur	Nombre de points sur le contour
Figure n° 1				
Figure n° 2				
Figure n° 3				
Figure n° 4				
Figure n° 5				
Figure n° 6				
Figure n° 7				
Figure n° 8				
Figure n° 9				

Alexander Pick a découvert en 1899, qu'il était possible de calculer l'aire d'une figure polygonale tracée du papier pointé, en comptant le nombre de points sur le contour et le nombre de points à l'intérieur du polygone.
Quelle conjecture peut-on faire, en observant le tableau précédent, sur la relation entre le nombre de points intérieur, le nombre de points sur le contour et l'aire de chaque figure ?

Écrit ici ta conjecture :

THÉORÈME DE PICK

1899

On note :
- C le nombre de points sur le contour ;
- I le nombre de points à l'intérieur ;
- A l'aire du polygone.

A =

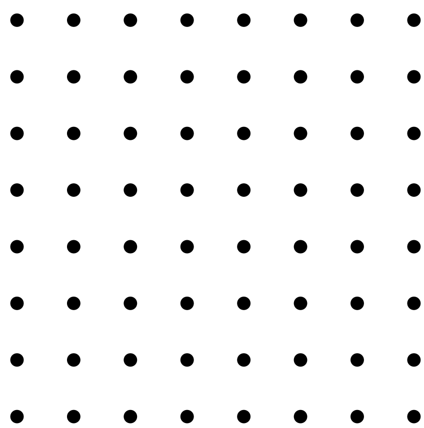
Dessine ci-dessous une figure polygonale de ton choix sur le papier pointé.
Calcule l'aire de cette figure en utilisant la méthode habituelle.
Vérifie ensuite avec le théorème de Pick.

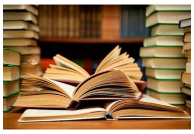
A =

C =

I =

A =





CULTURE

LE THÉORÈME DE PICK — Correction

DANS UN QUADRILLAGE 3X3

Sur un quadrillage pointé de trois colonnes et trois lignes on peut tracer exactement quatre rectangles tous différents.

1. Tracez ces quatre rectangles dans les cases ci-dessous.

Un carré est un rectangle particulier. Deux rectangles sont différents quand ils ne sont pas superposables !

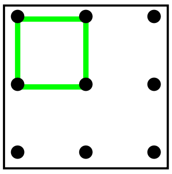


Figure n° 1

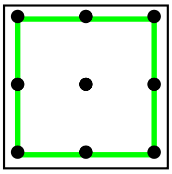


Figure n° 2

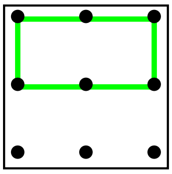


Figure n° 3

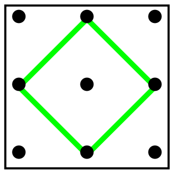


Figure n° 4

On a obtenu quatre rectangles dont trois carrés. On ne pourra pas estimer le périmètre de la dernière figure, les côtés de ce carré sont les diagonales du quadrillage. Cette dernière longueur n'est pas un nombre entier, ni même une fraction. Cette diagonale mesure environ $1,41\ ul$, exactement $\sqrt{2}\ ul$, ce qu'un élève de quatrième est capable de comprendre.

2. Compléter le tableau suivant :

	Périmètre en **ul**	Aire en **ua**	Nombre de points à l'intérieur	Nombre de points sur le contour
Figure n° 1	**4**	**1**	**0**	**4**
Figure n° 2	**8**	**4**	**1**	**8**
Figure n° 3	**6**	**2**	**0**	**6**
Figure n° 4	**X**	**2**	**1**	**4**

Pour la Figure n° 4, on peut déterminer l'aire en effectuant le découpage ci-contre
Chacun des quatre petits triangles rectangles correspond à la moitié d'un carré unité.
La Figure n° 4 a donc une aire de deux unités.

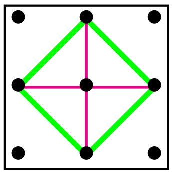


Figure n° 4

DANS UN QUADRILLAGE 4X4

Sur un quadrillage pointé de quatre colonnes et quatre lignes on peut tracer exactement neuf rectangles tous différents.

3. Tracez ces neuf rectangles dans les cases ci-dessous.

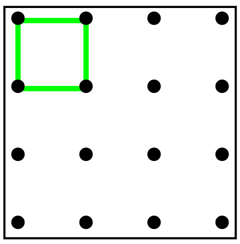


Figure n° 1

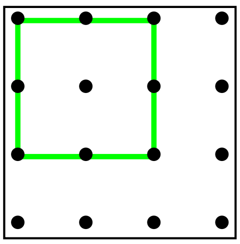


Figure n° 2

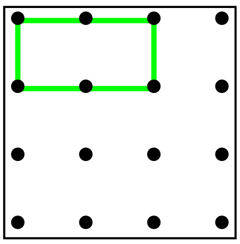


Figure n° 3

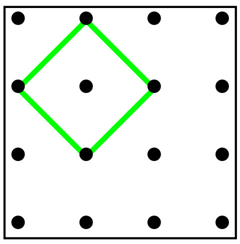


Figure n° 4

Il s'agit des quatre figures précédentes !

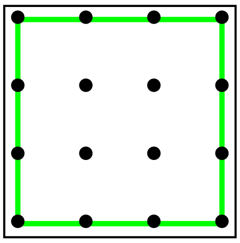


Figure n° 5

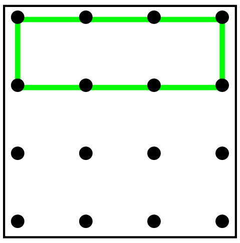


Figure n° 6

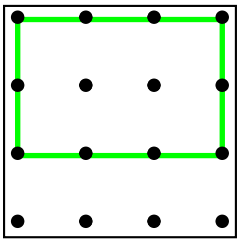


Figure n° 7

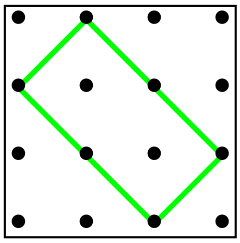


Figure n° 8

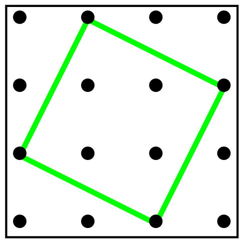


Figure n° 9

4. Compléter le tableau suivant :

	Périmètre en **ul**	Aire en **ua**	Nombre de points à l'intérieur	Nombre de points sur le contour
Figure n° 1	**4**	**1**	**0**	**4**
Figure n° 2	**8**	**4**	**1**	**8**
Figure n° 3	**6**	**2**	**0**	**6**
Figure n° 4	**X**	**2**	**1**	**4**
Figure n° 5	**12**	**9**	**4**	**12**
Figure n° 6	**8**	**3**	**0**	**8**
Figure n° 7	**10**	**6**	**2**	**10**
Figure n° 8	**X**	**4**	**2**	**6**
Figure n° 9	**X**	**5**	**4**	**4**

Pour la figure suivante, on peut utiliser la même méthode que la Figure n° 4. Sa surface vaut exactement le double de la Figure n° 4.

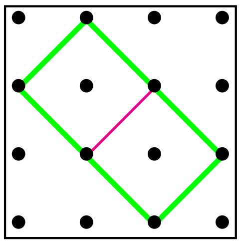


Figure n° 9

Pour la figure suivante, on peut utiliser un découpage comme ci-après.
On voit un carré central et quatre demi rectangle de longueur deux unités et de largeur une unité.

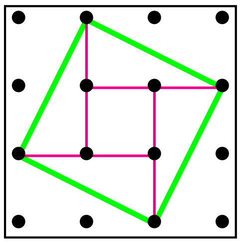


Figure n° 9

On peut tenter de nombreuses conjectures et vérifier sur les neuf figures précédentes leur réalité.
Notons A l'aire, C le nombre de points sur le contour et I le nombre de point intérieur.

Conjecture n° 1 : $\mathrm{A} = \mathrm{C} - 3 + \mathrm{I}$
Elle est vraie pour :

- La Figure n° 1 : $\mathrm{A} = 4 - 3 + 0 = 1$;
- La Figure n° 4 : $\mathrm{A} = 4 - 3 + 1 = 2$;

Elle est fausse pour les sept autres cas!

Conjecture n° 2 : $\mathrm{A} = \mathrm{C} \div 2 - 1$
Elle est vraie pour :

- La Figure n° 1 : $\mathrm{A} = 2 - 1 = 1$;
- La Figure n° 3 : $\mathrm{A} = 3 - 1 = 2$;
- La Figure n° 6 : $\mathrm{A} = 4 - 1 = 3$;

Elle est fausse pour les six autres cas!

Conjecture n° 1 : $\mathrm{A} = \mathrm{C} \div 2 - 1 + \mathrm{I}$
Elle est vraie pour :

- La Figure n° 1 : $\mathrm{A} = 2 - 1 + 0 = 1$;
- La Figure n° 2 : $\mathrm{A} = 4 - 1 + 1 = 4$;
- La Figure n° 3 : $\mathrm{A} = 3 - 1 + 0 = 2$;
- La Figure n° 4 : $\mathrm{A} = 2 - 1 + 1 = 2$;
- La Figure n° 5 : $\mathrm{A} = 6 - 1 + 4 = 9$;
- La Figure n° 6 : $\mathrm{A} = 4 - 1 + 0 = 3$;
- La Figure n° 7 : $\mathrm{A} = 5 - 1 + 2 = 6$;
- La Figure n° 8 : $\mathrm{A} = 3 - 1 + 2 = 4$;
- La Figure n° 9 : $\mathrm{A} = 2 - 1 + 4 = 5$;

Elle est vraie pour toutes les figures fournies. Cela ne démontre pas notre conjecture, cela la confirme un peu!
Alexander Pick a démontré que cette conjecture est vraie. La démonstration dépasse largement la cadre du collège. Voici quelques idées de cette démonstration :

- On démontre que cela est vrai pour tous les rectangles ayant des côtés « verticaux »ou « horizontaux ».
  - Le nombre de points sur le contour est égal au périmètre du rectangle, soit le double de la somme de la largeur et de la longeur;
  - la moitié du nombre de points sur le contour est donc égal à la somme de la largeur et de la longueur;
  - le nombre de points intérieurs est égal au produit de la longueur diminuée d'une unité par la largeur diminuée d'une unité;
  - en notant L la longueur, l la largeur et A l'aire du rectangle,
    on obtient : $(\mathrm{L} - 1) \times (l - 1) = \mathrm{L} \times l - \mathrm{L} - \mathrm{L} + 1 = \mathrm{A} - (l + \mathrm{L}) + 1$;
  - ainsi, si on ajoute le nombre de points sur le contour, $\mathrm{L} + l$ et qu'on retire 1, on obtient le résultat attendu.
- on en déduit la même égalité pour tous les triangles;
  - on commence par des triangles rectangles dont les côtés sont « verticaux »et « horizontaux »;
  - on montre que deux tels triangles forment un rectangle et on utilise le résultat précédent;
  - dans les autres cas on obtient un parallèlogramme, puis un rectange...
- on termine la démonstration par récurrence sur le nombre de points sur le contour.
  - la propriété est vraie pour les triangles;
  - si elle est vraie pour le polygone quelconque;
  - elle est vraie pour ce polygone auquel on ajoute un triangle quelconque;
  - tout polygone peut se construire de cette manière.

Théorème de Pick

1899

On note :

- C le nombre de points sur le contour ;
- I le nombre de points à l'intérieur ;
- A l'aire du polygone.

$$\mathrm{A} = \mathrm{C} \div 2 + \mathrm{I} - 1$$

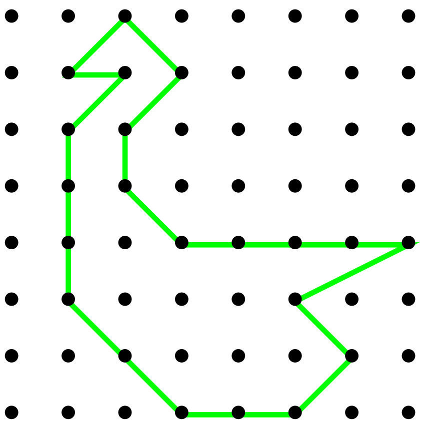
Dessine ci-dessous une figure polygonale de ton choix sur le papier pointé.
Calcule l'aire de cette figure en utilisant la méthode habituelle.
Vérifie ensuite avec le théorème de Pick.

$\mathrm{A} = 17,5$

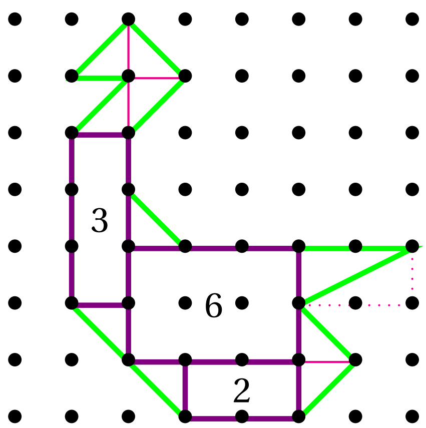
$\mathrm{C} = 21$

$\mathrm{I} = 7$

$\mathrm{A} = 21 \div 2 + 7 - 1$
$\mathrm{A} = 11,5 + 7 - 1$
$\mathrm{A} = 17,5$



Pour calculer avec la méthode classique, l'aire de ce polygone « canardesque », on peut utiliser le découpage suivant :



Aire et périmètre

Exercice n° 1 :

Indiquer le périmètre et l'aire des figures ci-dessous en utilisant les unités indiquées.

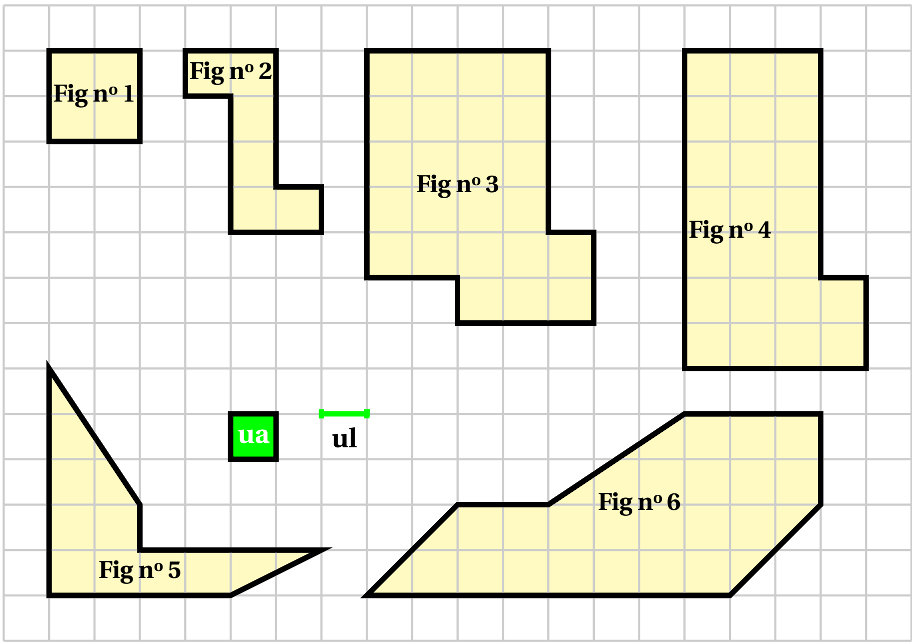
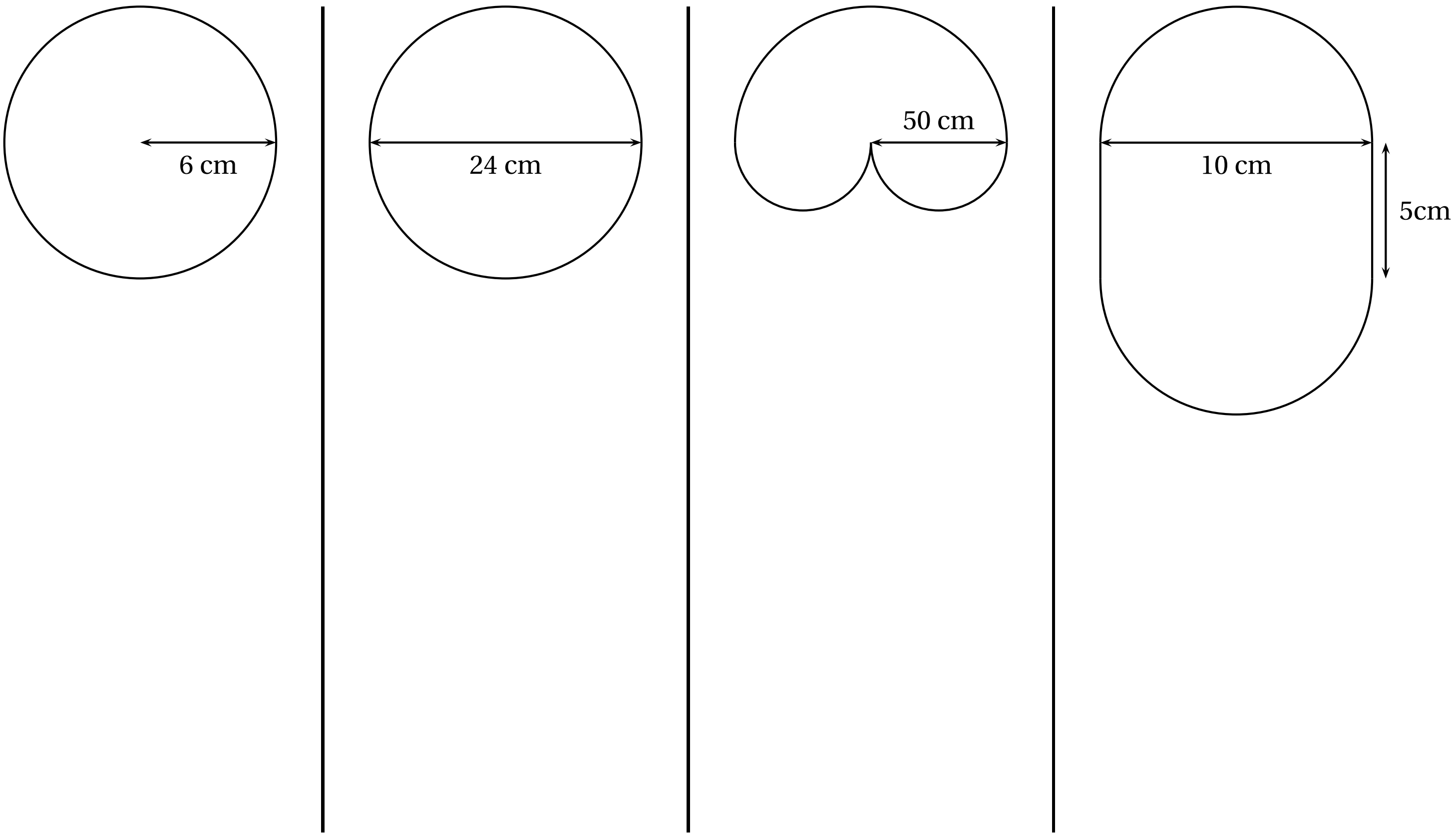


Figure	Périmètre en **ul**	Aire en **ua**
Fig n° 1		
Fig n° 2		
Fig n° 3		
Fig n° 4		
Fig n° 5		
Fig n° 6		

Exercice n° 2 :

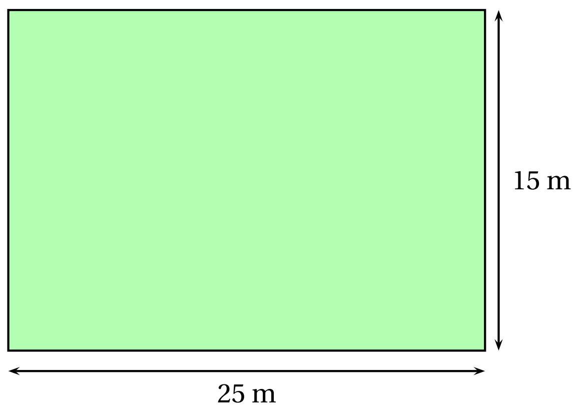
Calculer le périmètre et l'aire des figures ci-dessous en centimètre et en centimètre carré.
Chacune de ces figures est constitué d'arcs de cercle et de segments. Les mesures indiquées correspondent au rayon ou au diamètre des cercles.
Penser à indiquer la valeur exacte et une valeur approchée au dixième prés.



EXERCICE N° 3 :

Problème n° 1

Voici le plan de mon terrain rectangulaire :



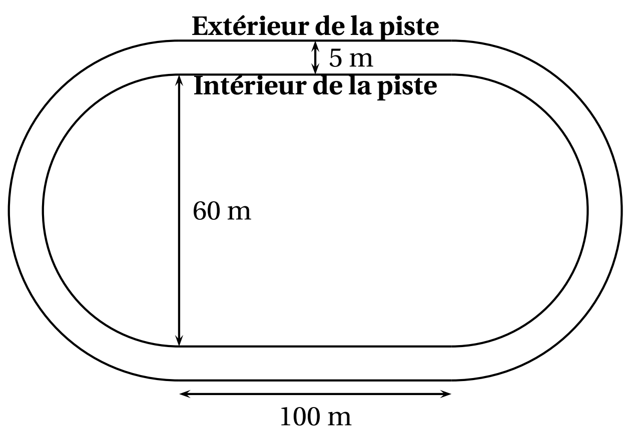
Je souhaite poser un grillage tout autour de mon terrain et planter du gazon.

- Prix du grillage : 7,50 € le mètre ;
- Prix du gazon : 13 € le mètre carré.

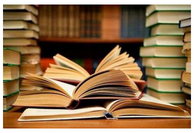
Combien vont me coûter ces achats ?

Problème n° 2

Voici une piste d'Athlétisme. Elle est constituée de deux demi-cercles et de deux lignes droites.



Calculer la longueur parcourue sur l'intérieur de la piste.
Calculer la longueur parcourue sur l'extérieur de la piste.
Calculer la différence entre ces deux longueurs.

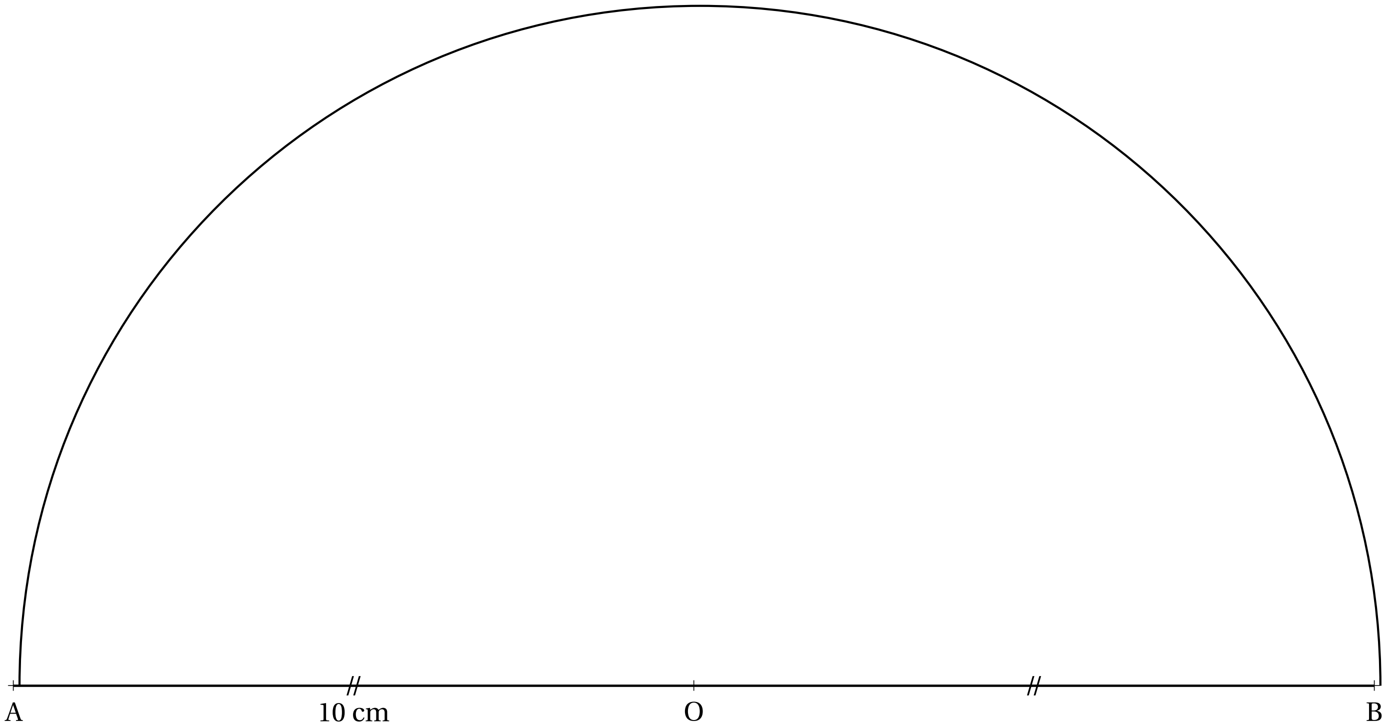


CULTURE

LA MÉTHODE D'ARCHIMÈDE

SIXIEME

Cette activité a pour objectif de s'approcher au plus près du périmètre d'un demi-cercle de rayon 10 cm en utilisant une méthode très ancienne. Il s'agit d'une découverte d'Archimède de Syracuse (-287 — -212) un grand scientifique grec de l'Antiquité, physicien, astronome, mathématicien et ingénieur.



	INTÉRIEUR		**EXTÉRIEUR**	
Nombre de côté	Longueur	Périmétre	Longueur	Périmètre
3				
6				
12				
24				
48				

La méthode d'Archimède — Correction

Chapitre X

Et le reste...

Plan du cours :

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

II — La demi-droite graduée

III — Somme, différence et produit

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- somme, différence, produit et quotient de nombres décimaux.

Compétences :

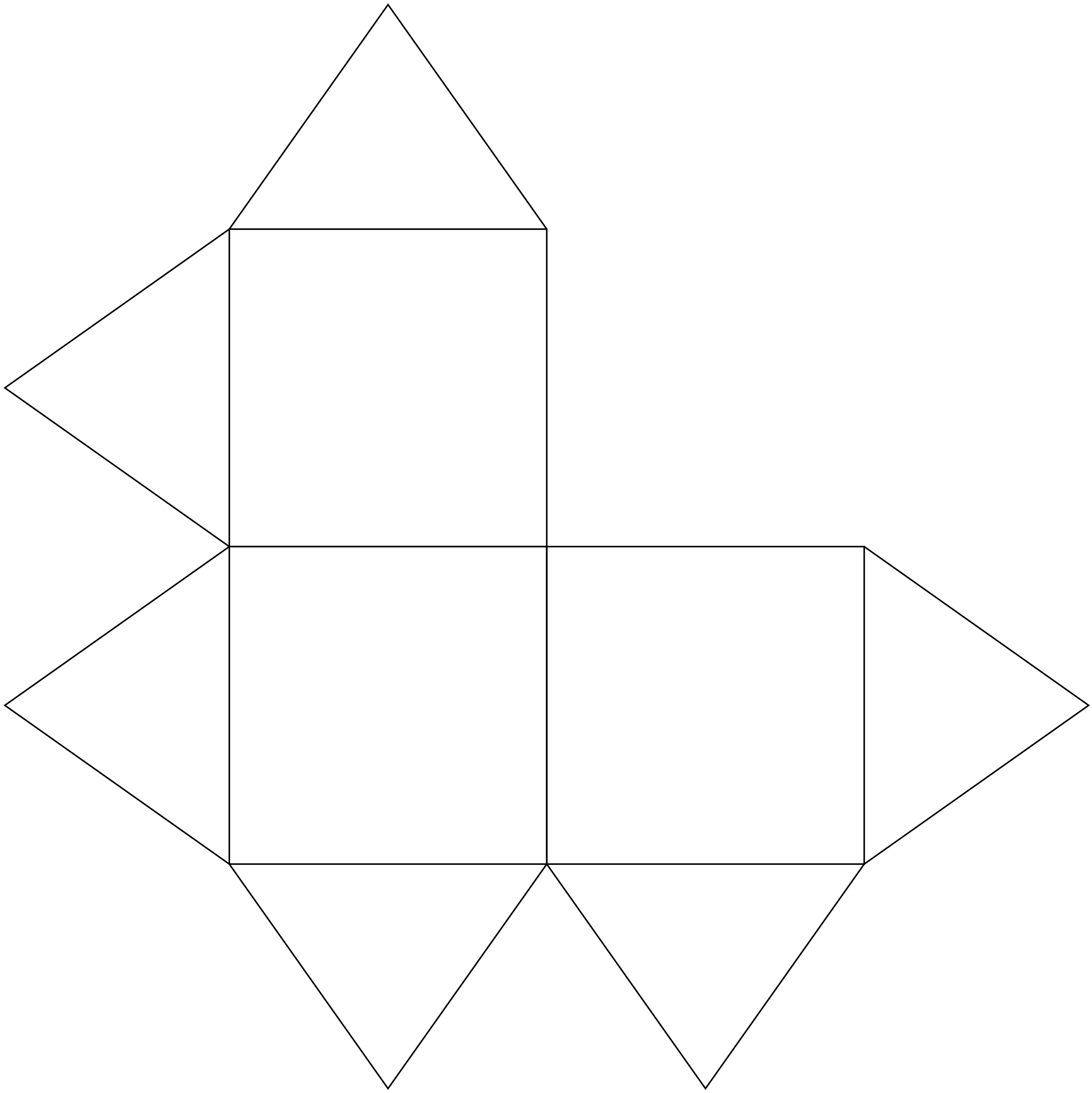
- utiliser diverses représentations d'un même nombre (repérage sur la droite graduée) ;
- calculer avec des nombres relatifs ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

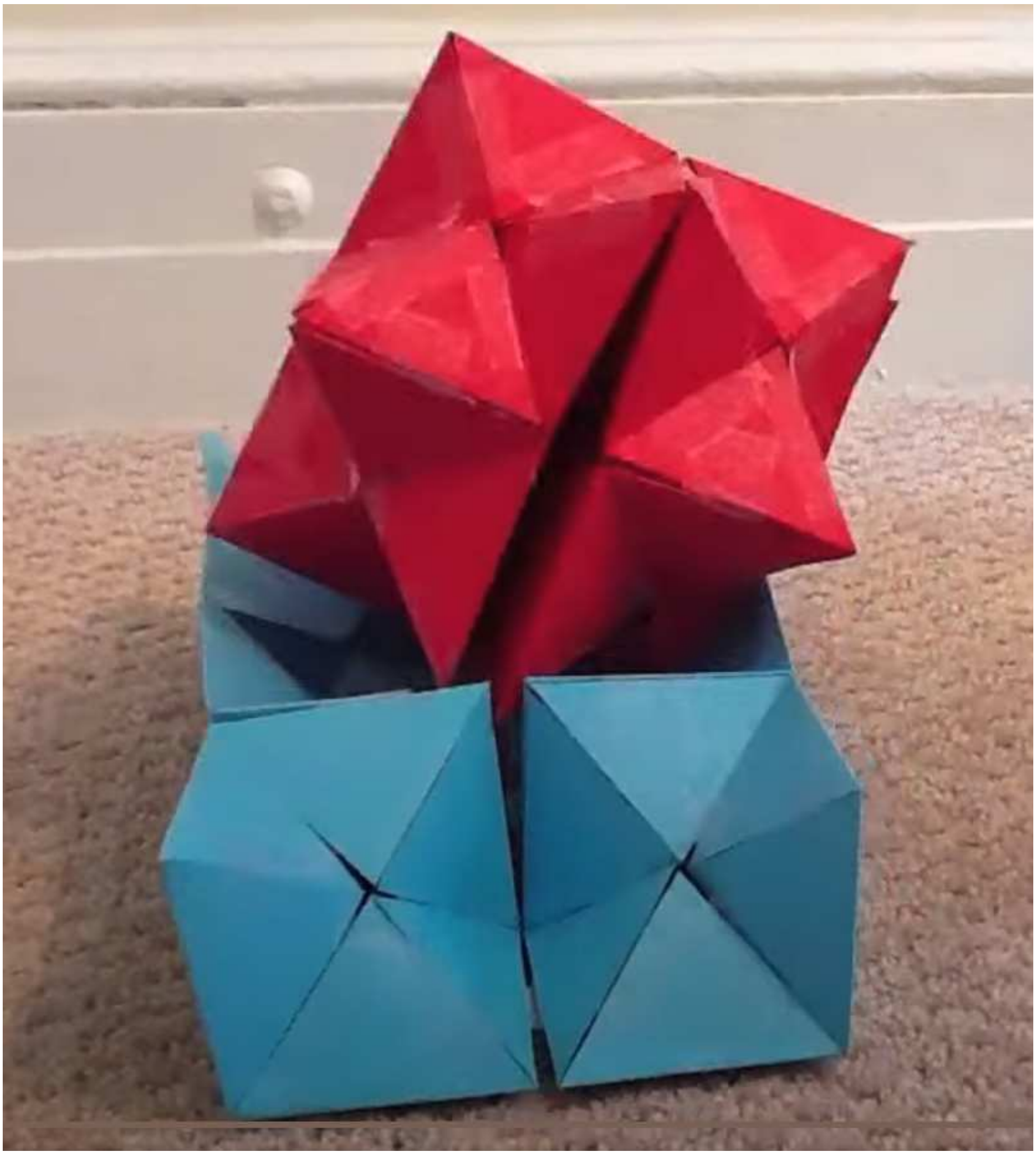
Le cube de Yoshimoto

Sixieme

Culture

Il faut construire 16 fois le polyèdres dont voici le patron :





IEF

VOYAGER 1

SIXIEME

Voyager 1 est une sonde spatiale de la NASA destinées à l'étude des planètes externes du Système solaire. Son lancement a eu lieu le 5 septembre 1977.
La sonde spatiale fait preuve d'une grande longévité et dispose toujours en 2022 d'instruments opérationnels qui collectent des données scientifiques sur le milieu traversé. Voyager 1 ne sera plus capable de transmettre de données au-delà de 2025.
Au 7 septembre 2022, la sonde est à environ 23 562 919 160 kilomètres du Soleil et à environ 23 558 175 505 kilomètres de la Terre, ce qui en fait l'objet d'origine humaine le plus éloigné de la Terre. Dans 42 000 ans, Voyager 1 s'approchera de l'étoile Gliese 445 située dans la constellation de la girafe. Dans 56 000 ans, elle sortira de la zone d'influence du Soleil pour se diriger vers le centre de la Voie Lactée.

1. Depuis combien de temps la sonde Voyager est-elle partie dans l'espace ?

2. Combien de kilomètres la sonde a-t-elle parcourue en moyenne chaque année depuis son départ ?

3. Emettre des hypothèses sur les sources et les formes d'énergie nécessaires à Voyager 1. Citer d'autres sources d'énergie et identifier celles qui sont renouvelables.

4. Depuis le 12 avril 1961, quand Youri Gagarine a été le premier être humain à effectuer un vol dans l'espace, 560 astronautes ont effectué cette expérience. Parmi eux, seulement 64 femmes soit 11 % des vols spaciaux. Comment expliquer cette proportion aussi faible de femmes dans ce métier ?

5. Classe les planètes du système solaire dans l'ordre croissant de leurs distances au Soleil.

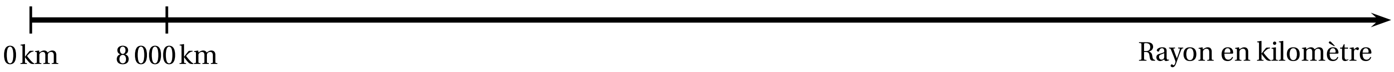
Nom	Nature	Distance au Soleil	Température	Rayon	Satellite	Période de révolution	Période de rotation
Jupiter	Gazeuse	778 340 000 km	−161°C	71 492 km	80	4 332 j	9 h 55 min 27 s
Mars	Tellurique	227 944 000 km	15°C	3 396 km	2	687 j	23 h 56 min 4 s
Mercure	Tellurique	57 909 050 km	167°C	2 440 km	0	88 j	58 j 15 h 12 min
Neptune	Glace	4 498 400 000 km	−218°C	24 764 km	14	60 217 j	16 h 6 min 36 s
Saturne	Gazeuse	1 426 700 000 km	−189°C	60 268 km	82	10 754 j	10 h 33 min
Terre	Tellurique	149 597 887 km	15°C	6 378 km	1	365 j 6 h 9 min 10 s	24 h
Uranus	Glace	2 870 700 000 km	−220°C	25 559 km	27	30 698 j	17 h 14 min 20 s
Vénus	Tellurique	108 209 500 km	464°C	6 052 km	0	225 j	243 j 30 min

6. Combien de temps met la planète Mars pour faire une révolution complète autour du Soleil? Même question pour la Terre? Expliquer la valeur précise indiquée dans le tableau.

7. Combien de temps dure un jour sur Mars? Sur Mercure? Sur Vénus?

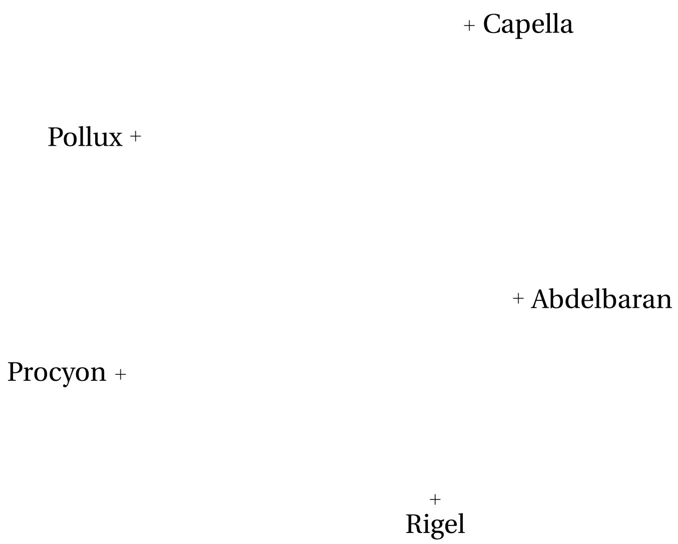
8. Combien d'années mets Neptune pour faire une révolution complète autour du Soleil?

9. Placer sur l'axe gradué ci-dessous les planètes en tenant compte de leur rayon.



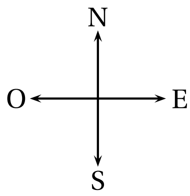
10. Citer le nom de deux étoiles et de deux galaxies.

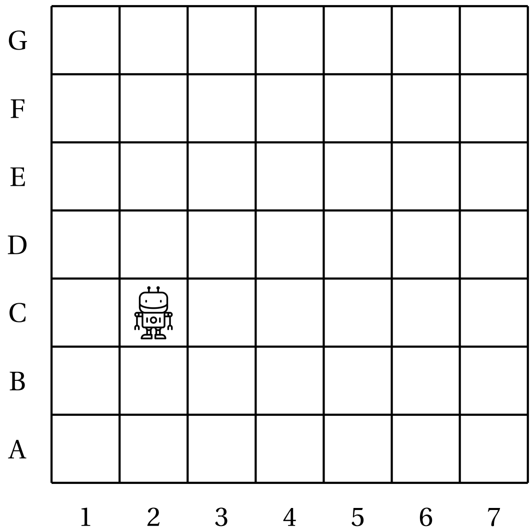
11. La constellation du Triangle est une petite constellation de l'hémisphère nord dont les trois étoiles principales forment justement un triangle allongé.
Elle est constituée de trois étoiles principales :



- Tracer la droite (d_1) passant par Capella et Procyon;
- Tracer la droite (d_2) passant par Capella et Aldebarran;
- Tracer le segment d'extrémités Rigel et Aldebarran;
- Tracer la demi-droite d'origine Polux passant par Procyon;
- Tracer (d_3), la droite parallèle à (d_1) passant par Pollux;
- Tracer (d_4), la droite perpendiculaire à (d_2) passant par Rigel;
- L'étoile Sirius est à l'intersection de la demi-droite d'origine Polux passant par Procyon et de la droite (d_4);
- Le triangle d'hiver est un triangle équilatéral dont deux sommets sont les étoiles Rigel et Procyon. Le troisième sommet est l'étoile Beltégeuse. Elle se situe entre Rigel et Pollux.

12. Un Robot a été déposé sur la Lune. Voici le programme qui lui a été injecté :

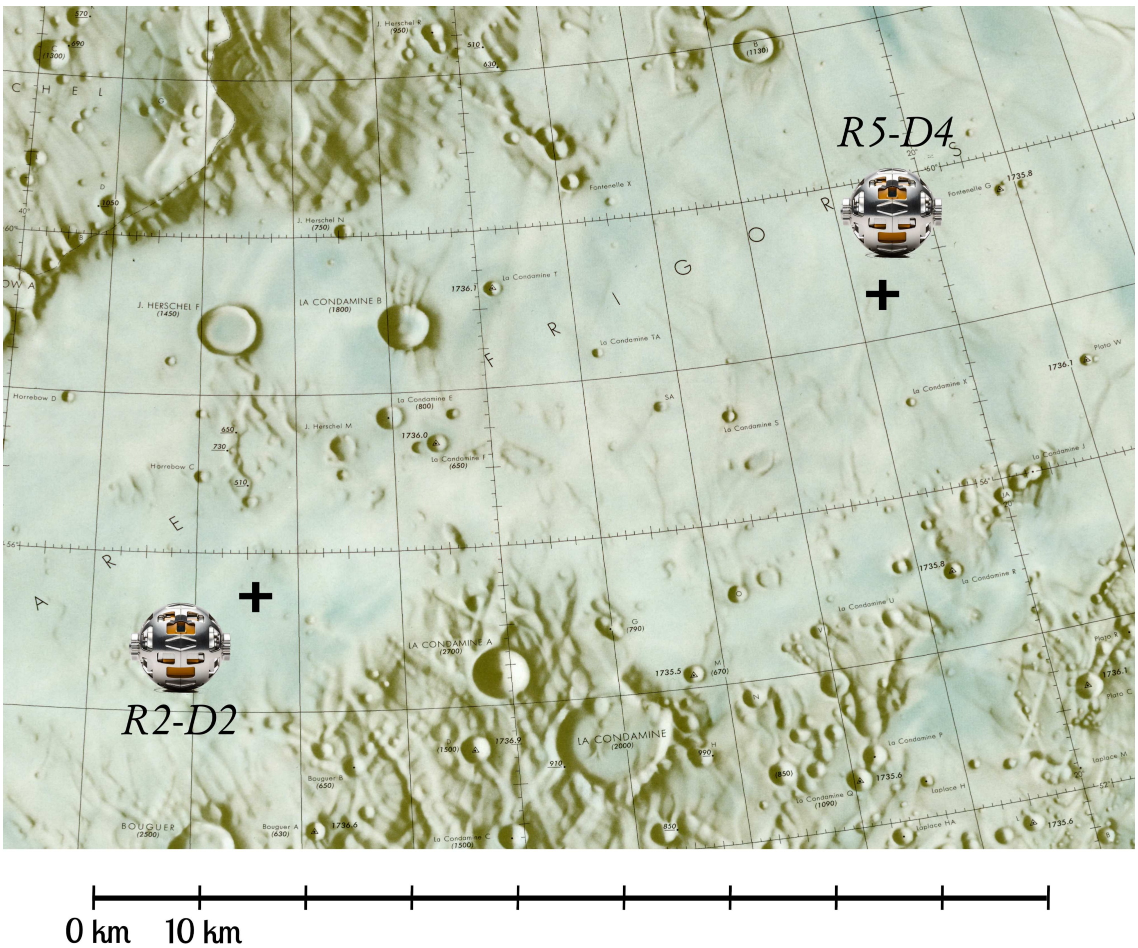




Indiquer les coordonnées de la case dans laquelle il va arriver.

Proposer un programme plus simple pour se rendre dans cette case.

13. Deux robots SoraQ ont été déposés sur la lune. R2-D2 a une autonomie de 50 km et R5-D4 une autonomie de seulement 25 km. Indiquer sur la carte ci-dessous la zone dans laquelle ils pourront se retrouver.



Bilan des compétences

D1.3 — Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques

Élément signifiant	**Exercice**	**Remarque**	**Maîtrise**
Utiliser les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions simples	**1.** **2.** **3.** **7.** **8.**	Calcul du temps en jour ou en année Sens des opérations Classer des nombres dans l'ordre croissant Division euclidienne Droite graduée	
Reconnaitre des solides usuels et des figures géométriques	**10.** **12.**	Tracé de droite, demi-droite et segment Tracé d'une perpendiculaire Tracé d'une parallèle Déterminer un point d'intersection Tracé d'un triangle équilatéral Distance et cercle	
Se repérer et se déplacer	**11.**		

D2 — Les méthodes et outils pour apprendre

Élément signifiant	**Exercice**	**Remarque**	**Maîtrise**
Se constituer des outils de travail personnel et mettre en place des stratégies pour comprendre et apprendre		En examinant quelles stratégies les élèves mettent en œuvre quand ils peinent à comprendre un texte, un énoncé, une tâche.	

D3 — La formation de la personne et du citoyen

Élément signifiant	**Exercice**	**Remarque**	**Maîtrise**
Exercer son esprit critique, faire preuve de réflexion et de discernement	**5.**	Dépasser des clichés et des stéréotypes.	

D4 — Les systèmes naturels et les systèmes techniques

Élément signifiant	**Exercice**	**Remarque**	**Maîtrise**
Mener une démarche scientifique ou technologique, résoudre des problèmes simples		Repérer les informations utiles pour chaque question Repérer les informations pouvant être mises en lien Les compétences de représentation peuvent être évaluées à travers l'utilisation et/ou la réalisation de dessins, de figures géométriques. Communiquer sur ses démarches, ses résultats	

Remarques :

VOYAGER 1 — Correction

1. Depuis combien de temps la sonde Voyager est-elle partie dans l'espace ?

La sonde est partie le 5 septembre 1977 et nous sommes en 2023. Cela fait donc plus de 46 ans qu'elle a quitté la Terre.
Plus précisément, il s'est écoulé $25\ j + 31\ j + 30\ j + 31\ j = 117\ j$ jusqu'à la fin 1977. Il s'est ensuite écoulé $22 + 23 = 45$ années entières soit $45 \times 365\ j = 16\,425\ j$. On peut ajouter les années bissextiles : 1980 - 1984 - 1988 - 1992 - 1996 - 2004 - 2008 - 2012 - 2016 - 2020 soit $11\ j$ en plus.
On arrive à $117\ j + 16\,425\ j + 11\ j = 16\,553\ j$. Il faut ajouter les jours qui nous séparent du premier janvier.

2. Combien de kilomètres la sonde a-t-elle parcourue en moyenne chaque année depuis son départ ?

La sonde a parcourue $np23558175505\ km$ en 46 ans. $23\,558\,175\,505\ km \div 46 \approx 512\,134\,250\ km$

3. Emettre des hypothèses sur les sources et les formes d'énergie nécessaires à Voyager 1. Citer d'autres sources d'énergie et identifier celles qui sont renouvelables.
Voyageur 1 utilise un générateur thermoélectrique à radioisotope, c'est à dire de l'énergie nucléaire pour produire de l'électricité.
Il ne peut pas utiliser l'énergie solaire, il s'éloigne beaucoup trop de cette source pour qu'elle puisse être utile.

Voici d'autres sources d'énergie :

- Énergies renouvelables :
  - Le Soleil (chaleur et lumière) ;
  - La Lune (les marées) ;
  - La Terre (géothermie) ;
  - Le vent (éolienne) ;
  - L'eau (barrage hydroélectrique) ;
  - La biomasse (décomposition de matière organique, combustion du bois) ;
- Énergie non renouvelables :
  - Nucléaire (centrales à fusion nucléaire) ;
  - Ressources fossiles (gaz, pétrole, charbon).

Voici les principales formes d'énergie :

- Énergie électrique ;
- Énergie de mouvement ;
- Énergie thermique ;
- Énergie lumineuse ;
- Énergie chimique ;
- Énergie nucléaire.

Voici quelques convertisseurs d'énergie :

- Panneau photovoltaïque (énergie lumineuse -> énergie électrique) ;
- Éolienne (energie de mouvement du vent -> énergie électrique) ;
- Barrage hydroélectrique (énergie de mouvement de l'eau -> énergie électrique) ;
- Moteur thermique (énergie thermique -> énergie de mouvement) ;
- Batterie (énergie chimique -> énergie électrique) ;
- Ampoule (énergie électrique -> énergie lumineuse).

5. Elles représentent 10 % des effectifs, mais aussi 10 % des candidates. Malgré la volonté de changer, le plafond de verre pour aller dans l'espace résiste. Retour sur une conquête inégale.

Bientôt soixante ans que le premier homme a été envoyé dans l'espace (1961), et presque autant pour la première femme (1963). Mais, sur 560 astronautes que le monde compte aujourd'hui, seulement 64 sont des femmes dont la moitié sont américaines, quatre russes et une française. Pourquoi sont-elles si peu nombreuses?

D'abord, la conquête de l'espace est une histoire d'hommes, écrite par les hommes et taillée pour les hommes. Si la première femme à voler dans l'espace, Valentina Terechkova, suit de deux ans seulement son compatriote russe, Iouri Gargarine, il a fallu attendre près de vingt ans pour envoyer une autre femme dans l'espace. Dans un contexte de Guerre froide, l'URSS vient de faire deux gros « coups ». Une fois le buzz consommé, l'intérêt disparaît.

Aux États-Unis, les femmes ne peuvent alors même pas y prétendre. Créée en 1958, la Nasa édicte une règle : pour devenir astronaute, il faut être pilote de chasse, et donc militaire – ce qui exclue de facto les femmes.

Ce n'est qu'au début des années 1980, lorsque l'appel à candidatures s'ouvre aux civils, que les Américaines, comme les Françaises, sont autorisées à y participer. En 1983, l'astrophysicienne Sally Ride est la première Américaine à quitter la Terre.

Après avoir été choisie parmi 8 000 candidats, elle n'est pourtant pas au bout de ses peines. Alors qu'elle se prépare, les ingénieurs de la Nasa lui suggèrent par exemple de prendre 100 tampons pour sa mission qui ne dure pourtant qu'une semaine. Pour l'occasion, l'agence spatiale créé aussi un kit de maquillage à emporter dans l'espace. Elle ne l'emportera pas. Les médias s'en donnent également à coeur joie.

Pourtant, les Américains auraient pu être avant-gardistes. En 1959, le docteur William R. Lovelace, responsable de la science de la vie à la Nasa, avait décide de tester l'aptitude des femmes à réaliser des vols spatiaux via un programme financé par le secteur privé appelé « Mercury 13 ». Ses tests révèlent que les 13 candidates sur 25 remplissent tout à fait les conditions physiques et physiologiques pour suivre les mêmes entraînements que leurs collègues masculins – voire mieux pour certaines.

« Les femmes résistent mieux et plus longtemps que les hommes à la souffrance, à la chaleur, au froid, à la monotonie et à la solitude [...] elles pèsent moins lourd, mangent moins et consomment moins d'oxygène », explique l'une d'entre elles, Jerrie Cobb, à la télévision en 1963.

Mais, les mentalités sont encore trop étroites pour imaginer des femmes dans l'espace. La même année, le magazine Life s'en fait l'échos. Coup sur coup, le journal sort deux Unes, la première montre les sept astronautes américains, la seconde leurs épouses. Le message est clair : les hommes dans les espaces, les femmes à la maison.

Les raisons sont donc politiques – ou plutôt résultent d'un manque de volonté politique. L'arrivée de ces jeunes femmes dans les corps d'astronautes modernes a effectivement pu générer des angoisses chez les hommes déjà bien installés dans les couloirs des agences spatiales.

« C'est un milieu ultra-compétitif, au départ les hommes ont vu les femmes comme une menace », nous confie l'astronaute français Jean-François Clervoy, recruté dans les années 1980, aujourd'hui à la retraite. « “Elles vont nous piquer des vols” s'inquiétaient certains. »

Ensuite, de manière très pragmatique, le vivier de sélection des astronautes provient de métiers à dominante masculine : les mathématiques, la physique, la chimie, l'astronomie, la biologie, l'ingénierie, la médecine, etc. Pour postuler, il faut au minimum avoir un doctorat dans une de ces « sciences dures ».

En France, 45 % des élèves des terminales scientifiques et techniques sont des filles, mais elles ne représentent plus que 25 % des élèves en licence, master ou doctorat de sciences fondamentales d'après une étude de l'institut Gender Scan publiée en 2017.

En résulte le cercle vicieux classique engendrant une autocensure : il y a peu ou prou de femmes astronautes, les petites filles n'ont donc pas de modèles auxquels s'accrocher et n'embrassent finalement pas ce genre de carrière.

Outre-Atlantique, les choses ont bien changé. Sur les 38 astronautes américains aptes à voler, 12 sont aujourd'hui des femmes. Les dernières promotions ont même été paritaires : quatre femmes et quatre hommes en 2013, cinq femmes et sept hommes en 2017. Actuellement dans la station spatiale internationale (ISS), on dénombre quatre Américains, dont une femme, Kathleen Rubin et trois Russes. Cette dernière, biologiste de formation, est la première de tous les astronautes à avoir réussi un séquençage d'ADN dans l'espace. Et d'autres femmes devraient réaliser de nouvelles prouesses d'ici peu. En 2024, la Nasa prévoit que « la prochaine personne sur la Lune soit une femme et la première sur Mars aussi », a affirmé son administrateur Jim Bridenstine en mars 2019.

Au final, il y a peu de femmes dans l'espace parce qu'elles n'ont été invitées que tardivement – quitte à être malmenées. Désormais, elles sont très recherchées par les agences spatiales pour constituer des équipages mixtes. La volonté d'inverser la vapeur est là, mais les modèles féminins manquent encore. Un fait « regrettable » pour Claudie Haigneré, qui a fait de la promotion de la diversité dans l'espace sa principale mission.

Pour elle, « aujourd'hui, il n'y a vraiment aucune raison objective pour que les petites filles se disent “ce n'est pas pour moi”. »

- 1963 : Valentina Terechkova vole pendant 70 heures et 41 minutes en orbite autour de la Terre, deux ans après le premier homme.
- 1982 : Svetlana Savitskaïa est la deuxième femme à être envoyée dans l'espace, elle reste pendant huit jours dans la station spatiale MIR.
- 1983 : Sally Ride est la première Américaine à voyager dans l'espace pendant une semaine.
- 1984 : Lors de sa deuxième expédition, Svetlana Savitskaïa fait une première sortie extra-véhiculaire, dix-neuf ans après le premier homme.
- 1984 – 1991 : Neuf Américaines embarquent tour à tour dans la navette spatiale américaine.
- 1991 : L'Anglaise Helen Sharman est la première Européenne dans l'espace, elle reste pendant plus de sept jours.
- 1992 : Mae Jemison devient la première femme afro-américaine dans l'espace. Jan Davis et son mari Mark Lee deviennent le premier couple marié à voler dans l'espace en même temps.
- 1994 : Chiaki Mukai devient la première femme japonaise dans l'espace.
- 1996 : Première expédition de Claudie Haigneré, seule Française astronaute, dans la station spatiale MIR. En simultané, Shannon Lucid y reste six mois, c'est la première fois qu'une femme reste aussi longtemps.
- 1999 : Eileen Collins devient la première femme à commander la navette spatiale américaine.
- 2001 : Claudie Haigneré part une deuxième fois, cette fois sur l'ISS.
- 2006 : Anousheh Ansara, à bord d'un Soyouz, devient la première Iranienne dans l'espace et la première femme touriste de l'espace.
- 2012 : Liu Yang, première chinoise taïkonaute, fait son premier voyage
- 2014 : Samantha Cristoforetti devient la première femme italienne dans l'espace et la première femme italienne sur l'ISS.
- 2019 : Première sortie extra-véhiculaire 100 % féminine des Américaines Cristina Kloch et Jessica Meir.

4. Classe les planètes du système solaire dans l'ordre croissant de leurs distances au Soleil.

Nom	Nature	Distance au Soleil	Température	Rayon	Satellite	Période de révolution	Période de rotation
Jupiter	Gazeuse	778 340 000 km	−161°C	71 492 km	80	4 332 j	9 h 55 min 27 s
Mars	Tellurique	227 944 000 km	15°C	3 396 km	2	687 j	23 h 56 min 4 s
Mercure	Tellurique	57 909 050 km	167°C	2 440 km	0	88 j	58 j 15 h 12 min
Neptune	Glace	4 498 400 000 km	−218°C	24 764 km	14	60 217 j	16 h 6 min 36 s
Saturne	Gazeuse	1 426 700 000 km	−189°C	60 268 km	82	10 754 j	10 h 33 min
Terre	Tellurique	149 597 887 km	15°C	6 378 km	1	365 j 6 h 9 min 10 s	24 h
Uranus	Glace	2 870 700 000 km	−220°C	25 559 km	27	30 698 j	17 h 14 min 20 s
Vénus	Tellurique	108 209 500 km	464°C	6 052 km	0	225 j	243 j 30 min

Mercure — Venus — Terre — Mars — Jupiter — Saturne — Uranus — Neptune

5. Combien de temps met la planète Mars pour faire une révolution complète autour du Soleil ? Même question pour la Terre ? Expliquer la valeur précise indiquée dans le tableau.

Mars met 687 j.
La Terre met 365 j 6 h 9 min 10 s.
Ce n'est pas exactement 365 j, mais environ un quart en plus d'où l'existence d'années bissextiles.
Toutes les années multiples de 4 sont bissextiles comme 2020 (calendrier Julien).
La dernière année de chaque siècle n'est pas bissextile, sauf si c'est un multiple de 400. (2000 est bissextile mais pas 2100 — Calendrier Grégorien).

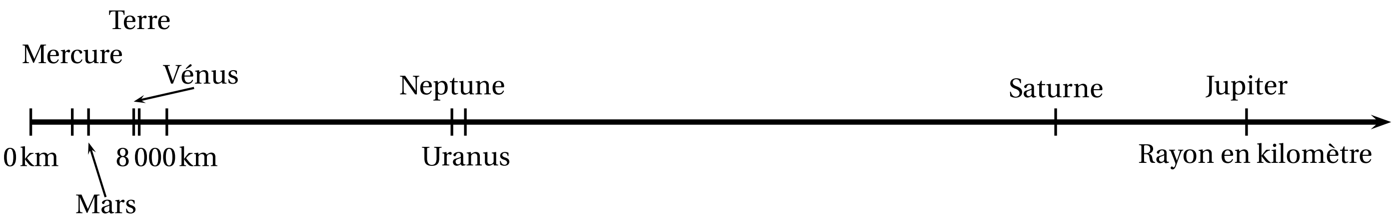
6. Combien de temps dure un jour sur Mars ? Sur Mercure ? Sur Vénus ?

Sur Mars un jour dure 23 h 56 min 4 s.
Sur Mercure, 58 j 15 h 12 min.
Sur Vénus, 243 j 30 min.

7. Combien d'années mets Neptune pour faire une révolution complète autour du Soleil ?

Neptune met 60 217 j pour faire le tour du Soleil.
Comme Neptune 60 217 $j = 365 \times 164 + 357$ soit environ 165 ans. On attend une division euclidienne !

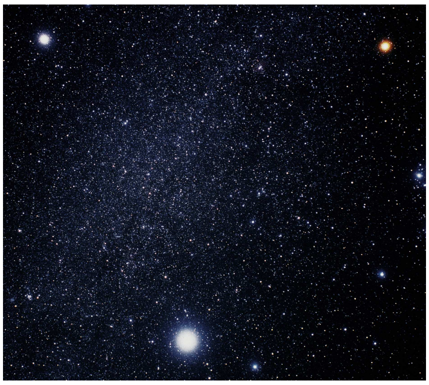
8. Placer sur l'axe gradué ci-dessous les planètes en tenant compte de leur rayon.



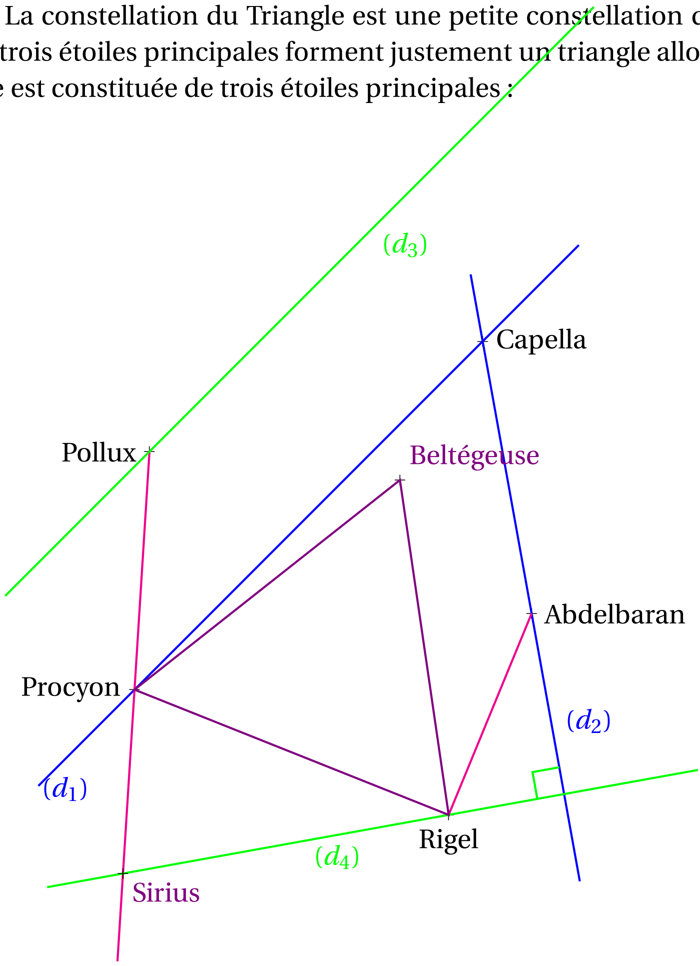
9. Citer le nom de deux étoiles et de deux galaxies.

Le Soleil est une étoile.
On peut citer les étoiles ci-dessous ou encore Proxima du Centaure qui est l'étoile la plus proche du système solaire.
Attention, l'étoile du Berger est une planète, c'est Venus.
L'étoile Polaire est un autre exemple même si ce n'est pas la même étoile dans l'hémisphère nord et dans l'hémisphère sud.

Notre galaxie est la Voie Lactée. Andromède est une galaxie connue, c'est la plus proche de la Voie Lactée.

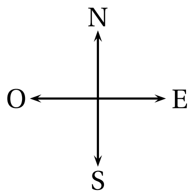


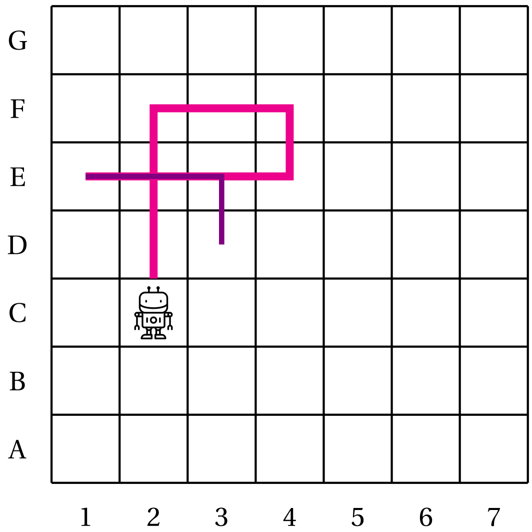
10. La constellation du Triangle est une petite constellation de l'hémisphère nord dont les trois étoiles principales forment justement un triangle allongé.
Elle est constituée de trois étoiles principales :



— Tracer la droite (d_1) passant par Capella et Procyon ;
— Tracer la droite (d_2) passant par Capella et Aldebarran ;
— Tracer le segment d'extrémités Rigel et Aldebarran ;
— Tracer la demi-droite d'origine Polux passant par Procyon ;
— Tracer (d_3), la droite parallèle à (d_1) passant par Pollux ;
— Tracer (d_4), la droite perpendiculaire à (d_2) passant par Rigel ;
— L'étoile Sirius est à l'intersection de la demi-droite d'origine Polux passant par Procyon et de la droite (d_4) ;
— Le triangle d'hiver est un triangle équilatéral dont deux sommets sont les étoiles Rigel et Procyon. Le troisième sommet est l'étoile Beltégeuse. Elle se situe entre Rigel et Pollux.

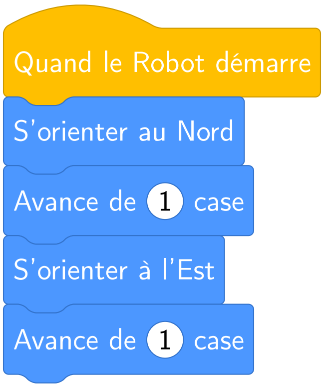
11. Un Robot a été déposé sur la Lune. Voici le programme qui lui a été injecté :



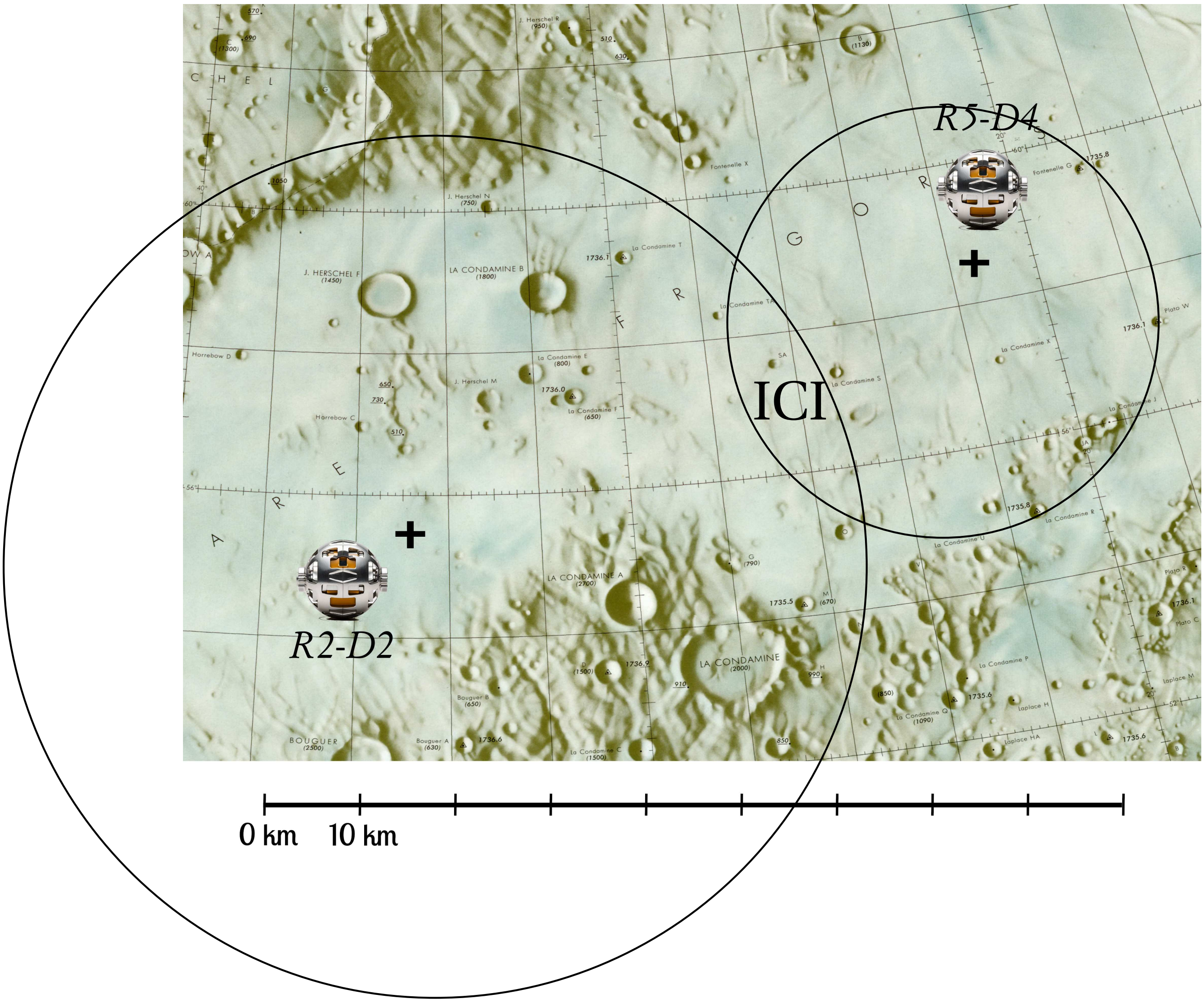


Indiquer les coordonnées de la case dans laquelle il va arriver. Il arrive en D3

Proposer un programme plus simple pour se rendre dans cette case.



12. Deux robots SoraQ ont été déposés sur la lune. R2-D2 a une autonomie de 50 km et R5-D4 une autonomie de seulement 25 km. Indiquer sur la carte ci-dessous la zone dans laquelle ils pourront se retrouver.



IEF

Exploration lunaire
Cinquième

✦✦

L'exploration de la Lune commence avec le lancement des premiers programmes spatiaux dans les années 1950. Cette phase culmine avec le premier pas de l'homme sur la Lune par l'Américain Neil Armstrong le 21 juillet 1969.
Avec la fin du programme Apollo, l'exploration spatiale se détourne de la Lune pour se porter vers les planètes, plus lointaines et associées à des enjeux scientifiques plus importants. Le dernier alunissage a eu lieu avec Apollo 17 le 14 décembre 1972.
En 2017, la NASA décide de développer une station spatiale autour de la Lune, la Lunar Orbital Platform-Gateway, qui doit servir de relais pour des missions plus ambitieuses, d'abord vers la surface de la Lune puis vers Mars.
Début 2019, la Chine effectue le premier atterrissage en douceur sur la face cachée de la Lune. L'Inde devait également faire atterrir un véhicule à la surface de la Lune.

1. Depuis combien de temps aucun humain n'a mit un pied sur la Lune. Répondre en années puis en jours.

2. Pour tester l'ordinateur de la station spatiale, on lui propose le programme de calcul suivant :

```
Quand l'ordinateur lance le programme
Demander un nombre à l'utilisateur
Mettre Nombre à Réponse
Mettre Première étape à 4 + Nombre
Mettre Deuxième étape à 3 × Première étape
Mettre œTroisième étape à 7 + Deuxième étape
Mettre Réponse à Troisième étape − 2 × Nombre
Afficher Réponse
```

1.a. Quel nombre sera affiché à la fin du programme quand le nombre de départ est 5, 10 puis 0.

1.b Parmi les expressions suivantes, laquelle correspond aux calculs à effectuer quand le nombre de départ est 17.

$7+3\times9+17-2\times17$ $\quad$ $7+3(9+17)-2\times17$ $\quad$ $(7+3)\times9+17-2\times18$ $\quad$ $17+9\times3+7-2\times17$

2. Pour économiser son énergie, la station Lunar Orbital reduit sa consomation pendant les $\frac{3}{4}$ de la journée. En cas de difficulté, elle peut même réduire l'énergie durant un temps supplémentaire qui correspond aux $\frac{3}{16}$ de la journée.
Combien de temps, en heure, la station Lunar Orbital peut-elle se mettre en veille en cas de difficultés.

3. Emettre des hypothèses sur les sources et les formes d'énergie nécessaires à la station Lunar Orbital. Citer d'autres sources d'énergie et identifier celles qui sont renouvelables.

4. Depuis le 12 avril 1961, quand Youri Gagarine a été le premier être humain à effectuer un vol dans l'espace, 560 astronautes ont effectué cette expérience. Parmi eux, seulement 64 femmes soit 11 % des vols spaciaux. Comment expliquer cette proportion aussi faible de femmes dans ce métier?

EXPLORATION LUNAIRE — Correction

✧✧

Semaine des mathématiques

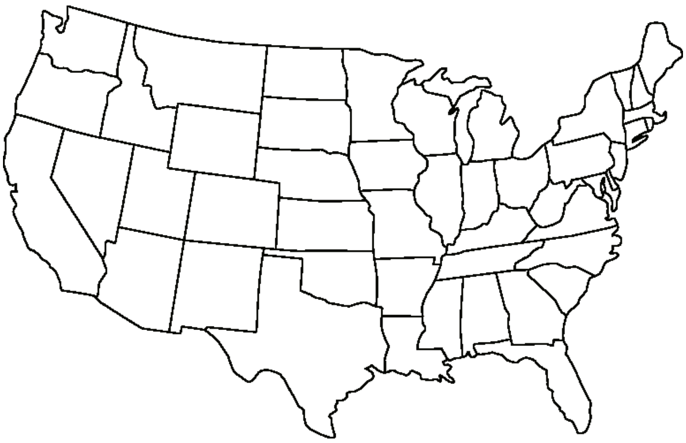
Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N° 1 : le coloriage des cartes de géographie

Pour réussir ce défi, vous devrez colorier une ou plusieurs cartes de géographie en utilisant le moins possible de couleurs. Pour cela vous devez respecter la règle habituelle : deux régions voisines ayant une frontière commune ne doivent pas être coloriées de la même couleur.

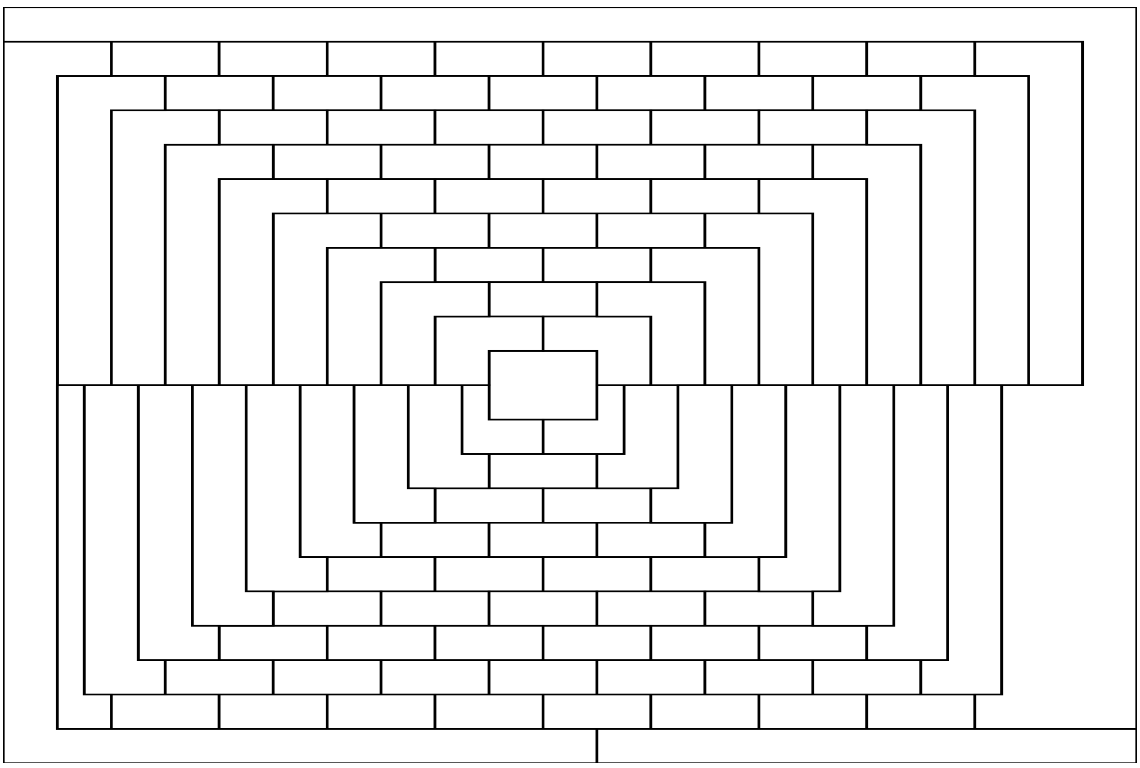
Voici trois cartes de niveaux de difficulté croissants. À vous de les colorier en utilisant le moins possible de couleur.

Carte des États-Unis ★



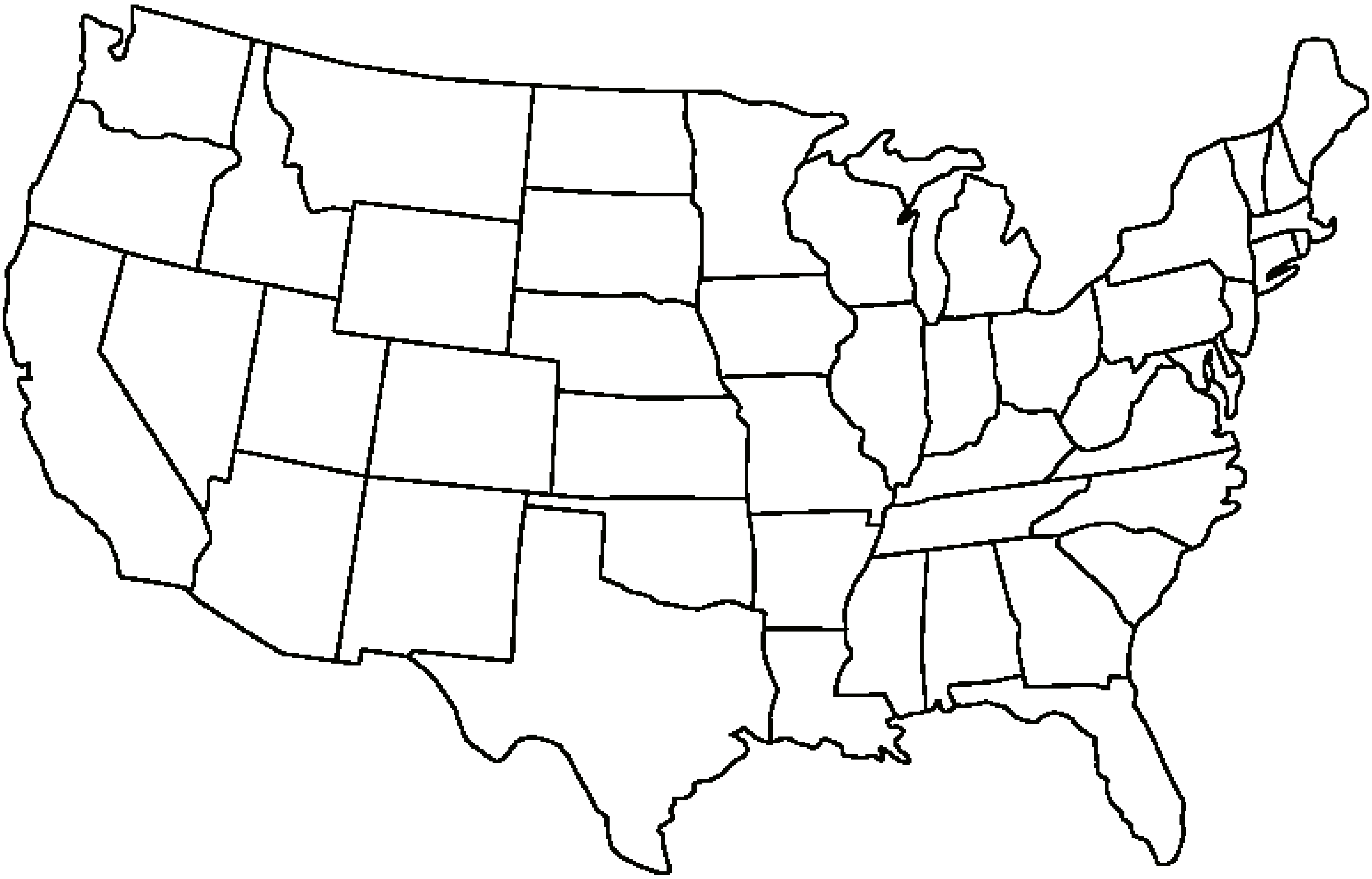
Carte des départements français ★★

Carte du GardnerLand ★★★



Carte des États-Unis ⭐

Vous devez colorier cette carte en utilisant le moins possible de couleurs. Attention, deux états ayant une frontière commune ne doivent pas être coloriés de la même couleur. Il ne faut pas colorier les parties extérieures à la carte (Canada, Mexique, Océan Atlantique et Océan Pacifique). Il manque l'Alaska... tant pis!



La carte a été coloriée avec   couleurs!

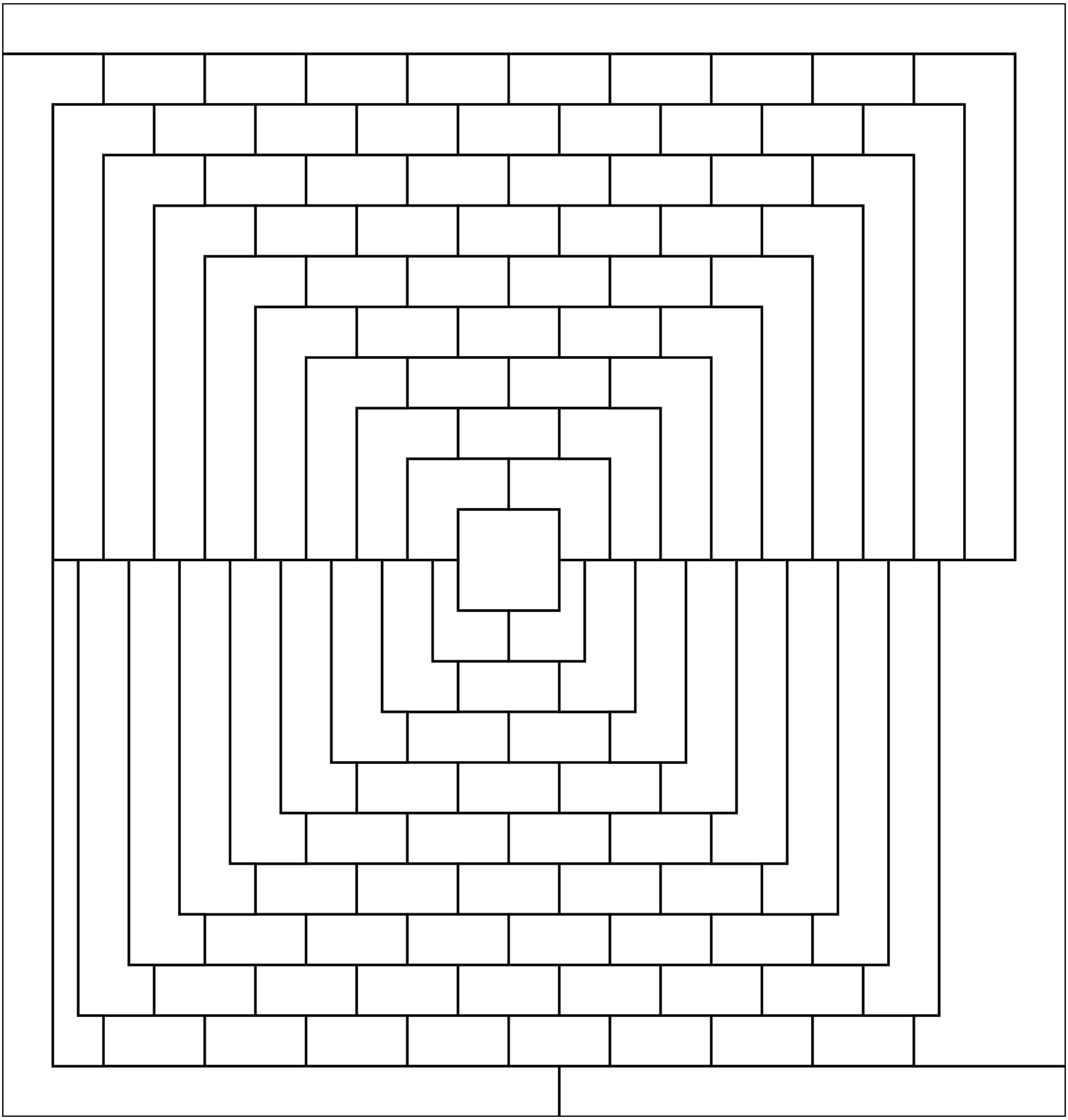
Carte des départements français ⭐⭐

Vous devez colorier cette carte en utilisant le moins possible de couleurs. Attention, deux départements ayant une frontière commune ne doivent pas être coloriés de la même couleur. Il ne faut pas colorier les parties extérieures à la carte (Mer du Nord, La Manche, Océan Atlantique, Mer Méditerranée, Espagne, Monaco, Italie, Suisse, Luxembourg, Belgique). Vous pouvez colorier les départements d'Ile de France et de Corse… même si cela ne pose aucune difficulté!

La carte a été coloriée avec   couleurs!

Carte du GardnerLand

Vous devez colorier cette carte en utilisant le moins possible de couleurs. Attention, deux régions ayant une frontière commune ne doivent pas être coloriés de la même couleur. Il ne faut pas colorier les parties extérieures de cette carte imaginaire.



La carte a été coloriée avec   couleurs!

Semaine des mathématiques

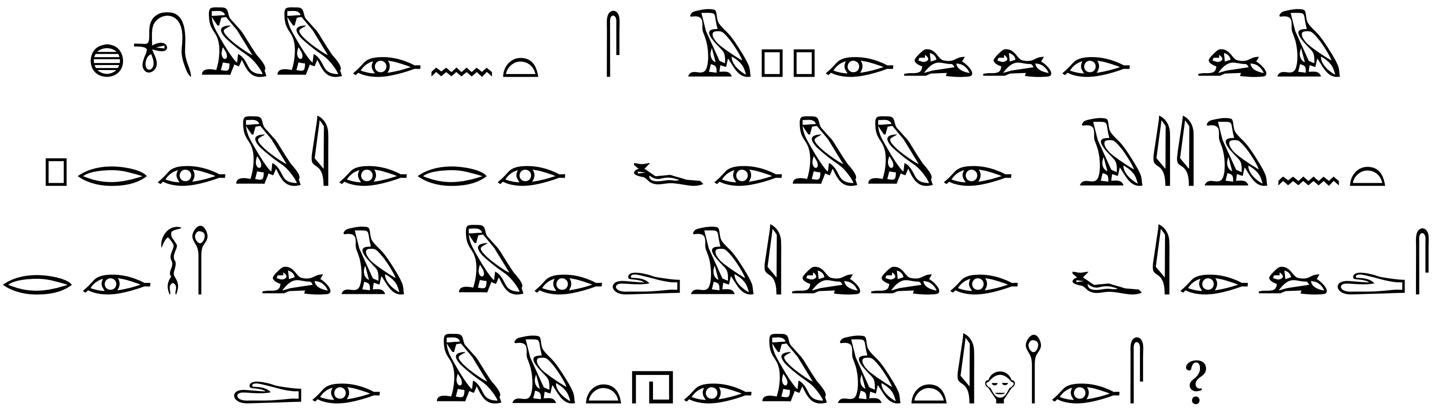
Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N° 2 : cryptanalyse

Pour réussir ce défi, vous devez répondre à une ou plusieurs questions chiffrées.
Pour vous aider à déchiffrer, utilisez les indices fournis.

LE CODE ÉGYPTIEN ★

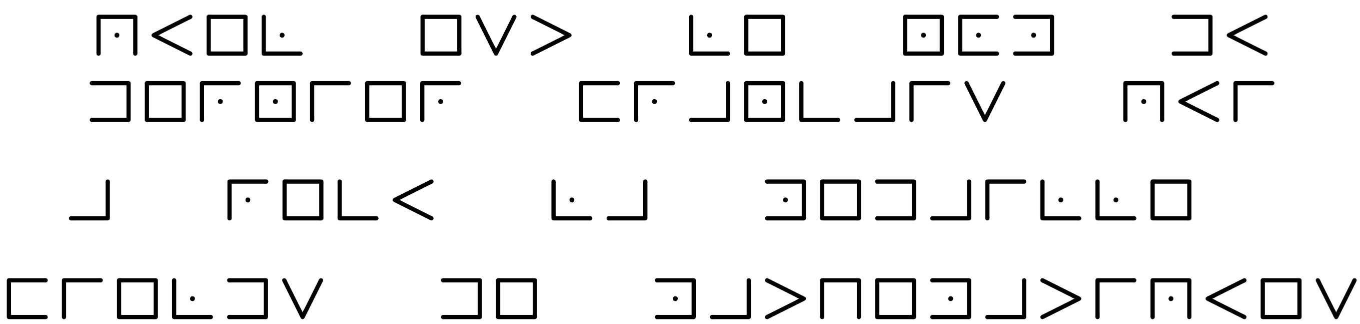
Le mot le plus long de cette question est MATHEMATIQUES.



La réponse à cette question est

LE CODE MYSTÉRIEUX ★★

Cette question aurait un rapport avec les cochons. Surprenant !



La réponse à cette question est

LE CODE DE VIGENÈRE ★★★

La clé de ce code est la réponse du code egyptien

CCVKLO LSG TM VRSIYUAYQFM UD LK KEHFUMDD FOTMR IKIES OLAEAC XI DDDKPLYM RQVCS NL MNBTMDZTSXURA ?

La réponse à cette question est

Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N° 3 : millésime

Pour réussir ce défi, vous devez répondre à une ou plusieurs questions correspondant au millésime

LE MOINS CHER ★★

Vous devez trouver une expression numérique dont le résultat vaut 2023 en respectant les règles suivantes :

- Vous ne pouvez pas utiliser les chiffres du nombre 2023 : 2, 0 et 3 ;
- Vous pouvez utiliser les autres chiffres, les opérations habituelles (addition, soustraction, multiplication, division), des parenthèses, la barre de fraction, le passage à la puissance, la racine carrée et même la factorielle (par exemple 6! se dit 6 factorielle et $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$.

Une expression numérique a un prix :

- Chaque chiffre coûte son prix : 1 vaut 1 €, 3 vaut 3 €... ;
- chaque opération coûte 1 € ;
- une parenthèse ouvrante coûte 1 € et une parenthèse fermante 1 € ;
- idem pour la racine carrée, la barre de fraction, le passage à la puissance ou la factorielle.

Je viens de trouver l'expressions suivantes :

$$1\,999 + 9 + 9 + 5 = 2\,023$$

Cette formule coûte 1 € +9 € +9 € +9 € +1 € +9 € +1 € +9 € +1 € +5 € = 54 €.

La gagnant sera celui ou celle qui trouvera l'expression numérique la moins chère égale à 2 023.

AVEC UN SEUL CHIFFRE ★★★

On peut écrire une expression numérique égale à 2023 qui n'utilise que le chiffre 1.

Il y a bien sûr, $\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{\text{2023 fois}}$. Mais on n'autorise pas ce type de formule.

En revanche on peut trouver :

$$(1+1)^{11} - ((1+1) \times (1+11)) - 1 = 2023$$

En effet :
$(1+1)^{11} - ((1+1) \times (1+11)) - 1 = 2^{11} - 2 \times 12 - 1 = 2048 - 24 - 1 = 2023$

Pour gagner ce défi, il faut trouver un maximum d'expressions numériques égales à 2023 et qui n'utilisent qu'un seul chiffre et les mêmes opérations que pour la première énigme.
Il est possible de proposer d'autres solutions utilisant le chiffre 1.

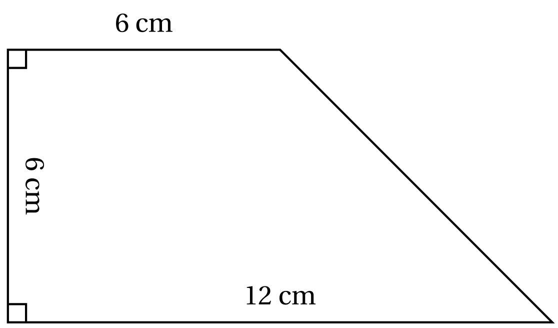
Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N^{O} 4 : pour les géomètres

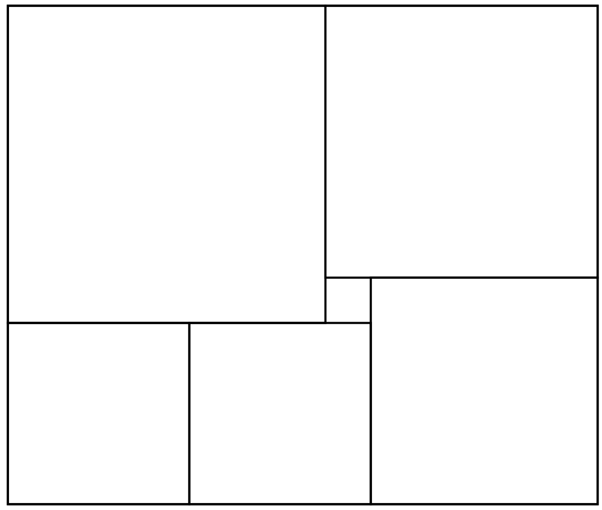
Pour réussir ce défi, vous devez répondre à une ou plusieurs énigmes géométriques

LE TRAPÈZE



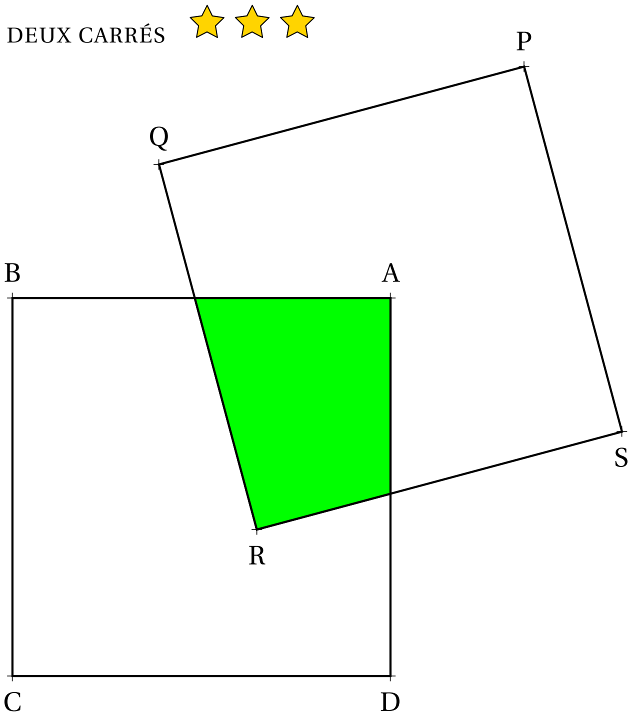
Partager le trapèze rectangle ci-dessus en quatre figures géométriques superposables.

LE RECTANGLE ET LES CARRÉS



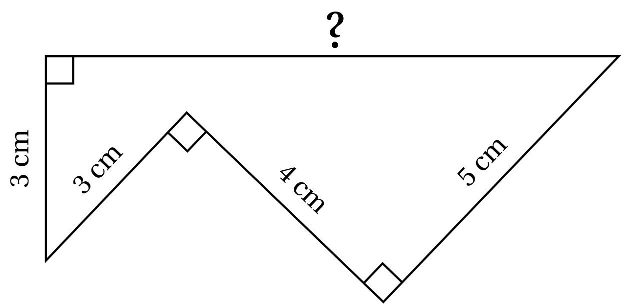
Le rectangle ci-dessus est partagé en six carrés.
Sachant que le plus petit carré a un côté de 2 cm, pourrez-vous déterminer l'aire du rectangle ?

LES DEUX CARRÉS



Les deux carrés ci-dessus ont leurs côtés qui mesurent 10 cm. Le carré PQRS est centré sur le point A.
Pouvez-vous déterminer l'aire du quadrilatère coloré ?

GÉNIAL !



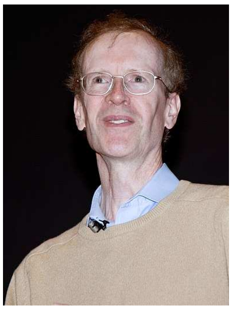
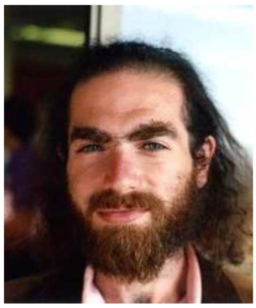
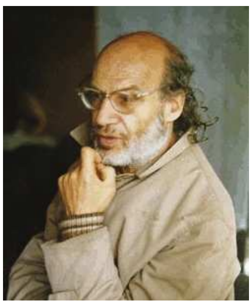
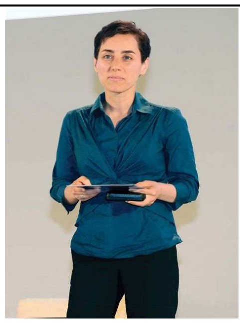
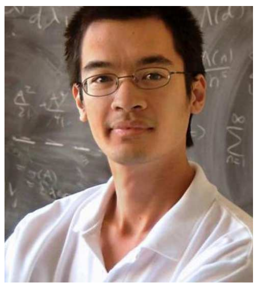
Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N° 5 : Qui est-ce ?

Pour réussir ce défi, vous devez trouver le nom des mathématiciens et mathématiciennes célèbres présentés ci-dessous.

QUI EST-CE ? ★ ★ ★

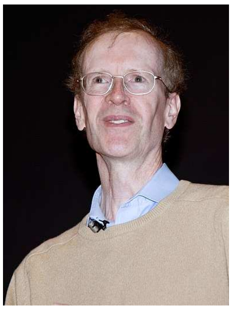
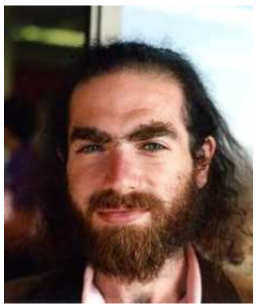
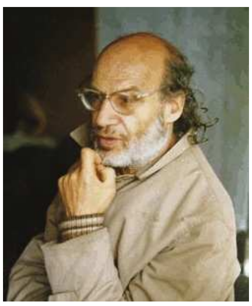
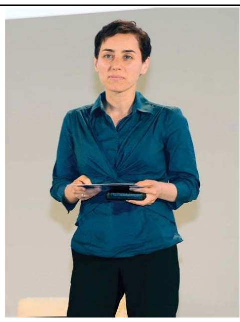
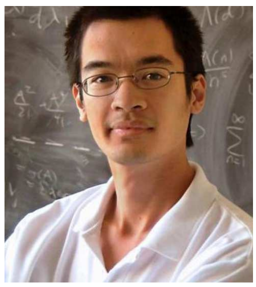
Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI Nº 5 : Qui est-ce ?

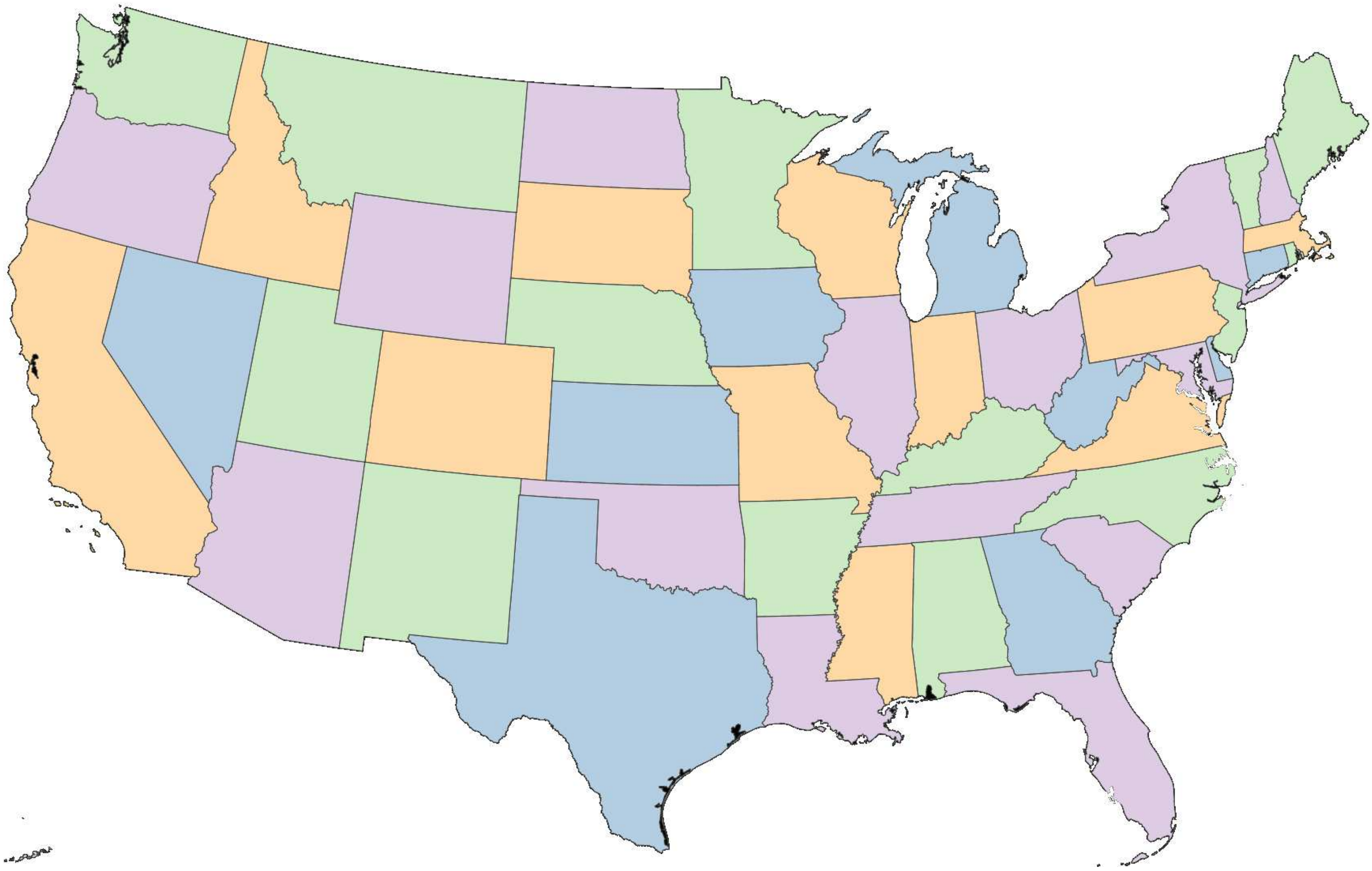
Pour réussir ce défi, vous devez trouver le nom des mathématiciens et mathématiciennes célèbres présentés ci-dessous.

QUI EST-CE ? ★★★

Carte des États-Unis — Corrigé ☆

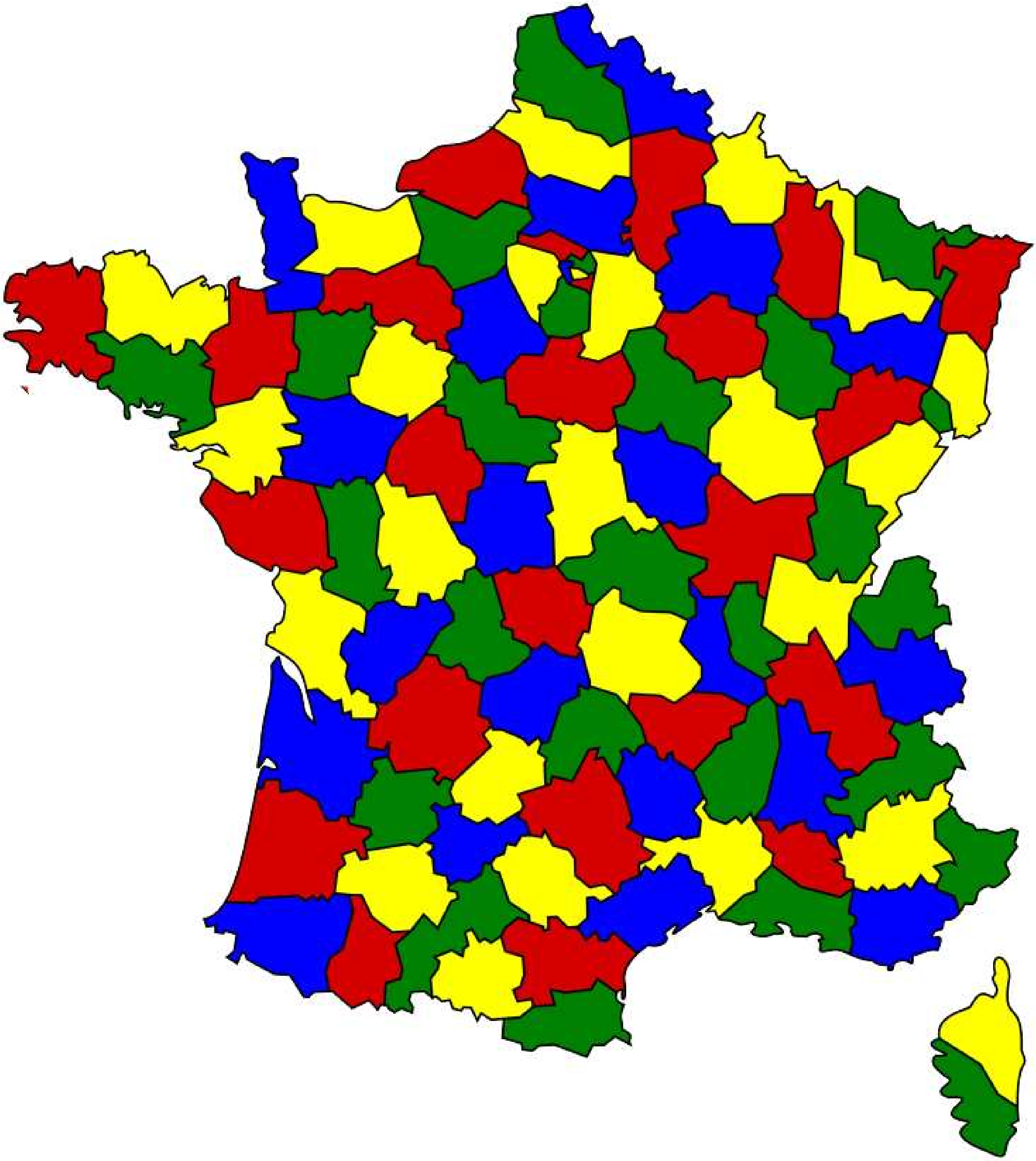
Vous devez colorier cette carte en utilisant le moins possible de couleurs. Attention, deux états ayant une frontière commune ne doivent pas être coloriés de la même couleur. Il ne faut pas colorier les parties extérieures à la carte (Canada, Mexique, Océan Atlantique et Océan Pacifique). Il manque l'Alaska... tant pis !



La carte a été coloriée avec 4 couleurs !

Carte des départements français — Corrigé ⭐⭐

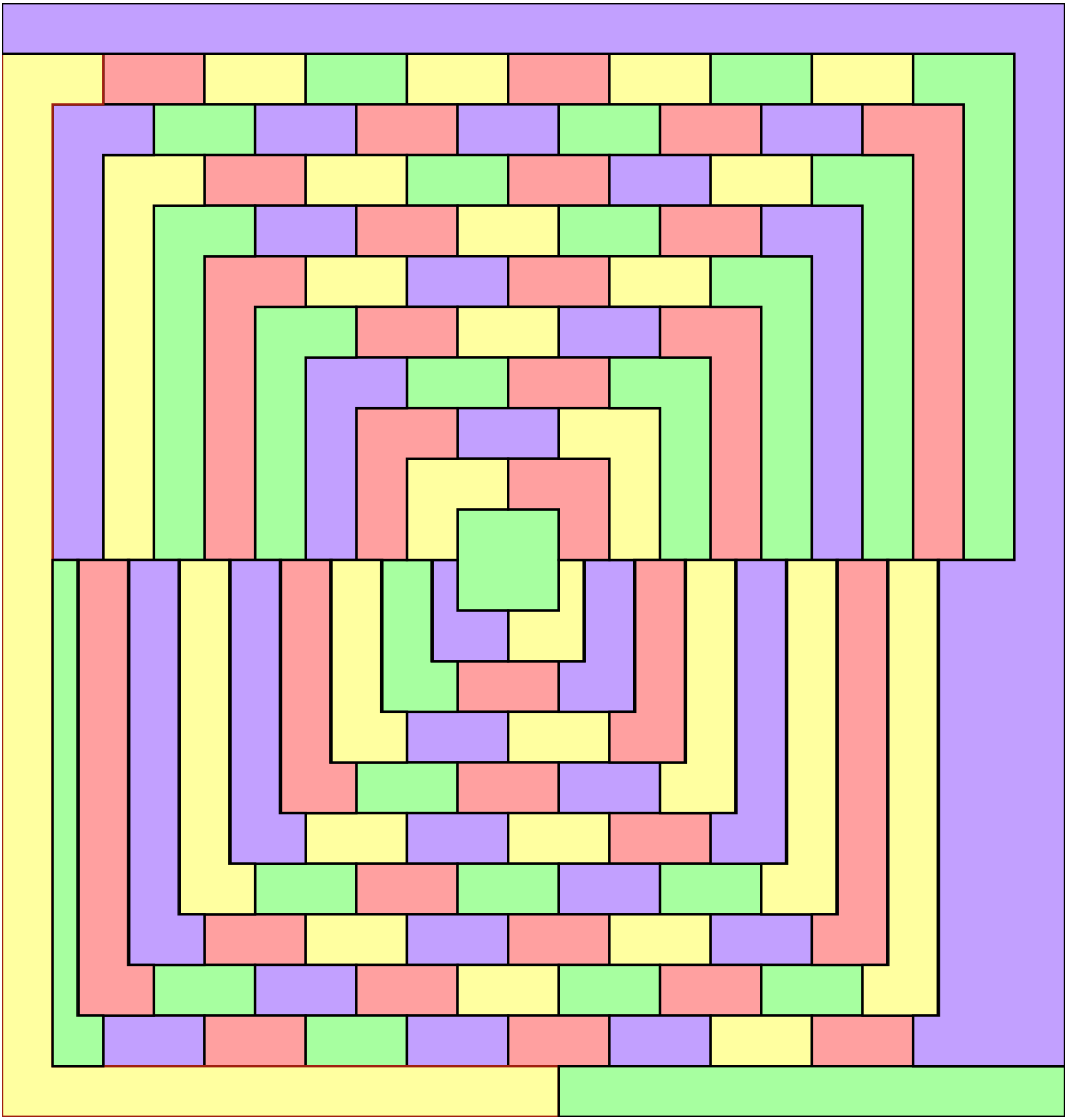
Vous devez colorier cette carte en utilisant le moins possible de couleurs. Attention, deux départements ayant une frontière commune ne doivent pas être coloriés de la même couleur. Il ne faut pas colorier les parties extérieures à la carte (Mer du Nord, La Manche, Océan Atlantique, Mer Méditerranée, Espagne, Monaco, Italie, Suisse, Luxembourg, Belgique). Vous pouvez colorier les départements d'Ile de France et de Corse… même si cela ne pose aucune difficulté!



La carte a été coloriée avec 4 couleurs!

Carte du GardnerLand — Corrigé ☆☆☆

Vous devez colorier cette carte en utilisant le moins possible de couleurs. Attention, deux régions ayant une frontière commune ne doivent pas être coloriés de la même couleur. Il ne faut pas colorier les parties extérieures de cette carte imaginaire.



La carte a été coloriée avec 4 couleurs !

Semaine des mathématiques

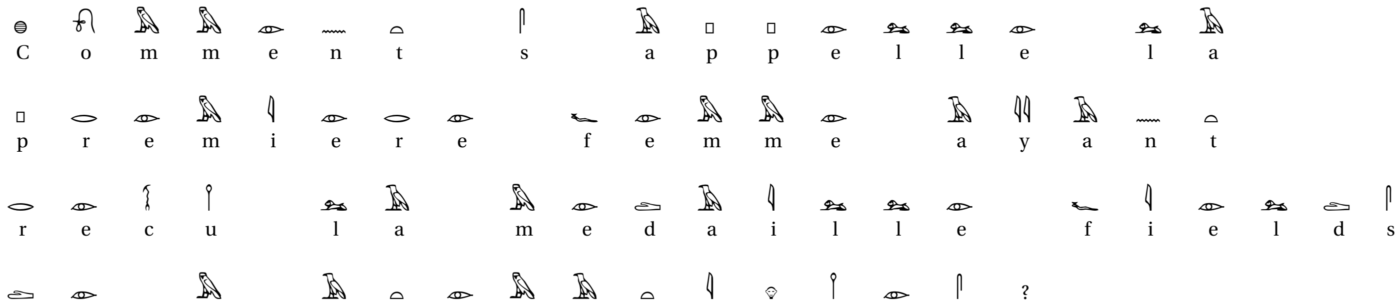
Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N^{O} 2 : cryptanalyse

Pour réussir ce défi, vous devez répondre à une ou plusieurs questions chiffrées.
Pour vous aider à déchiffrer, utilisez les indices fournis.

LE CODE ÉGYPTIEN — CORRECTION

Le mot le plus long de cette question est MATHEMATIQUES.

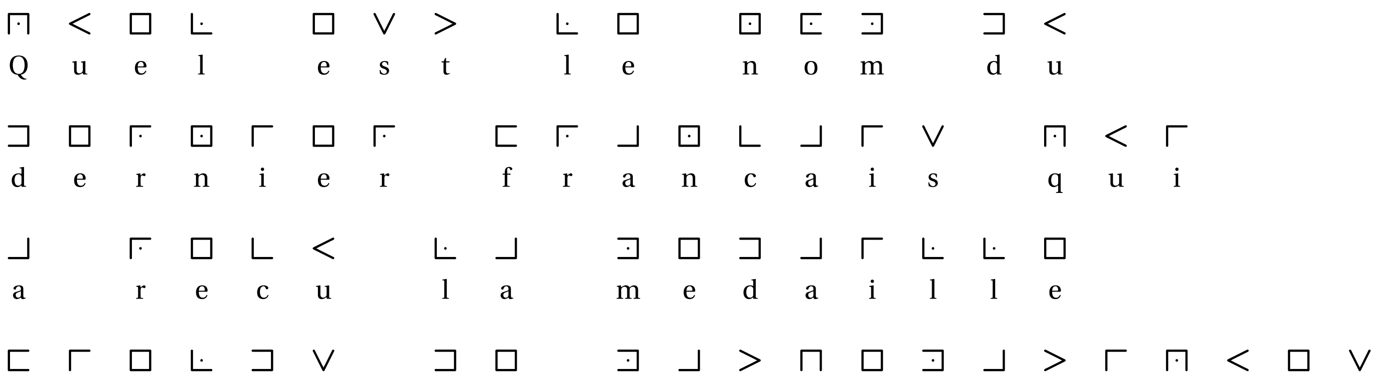


C o m m e n t s a p p e l l e l a
p r e m i e r e f e m m e a y a n t
r e c u l a m e d a i l l e f i e l d s
d e m a t h e m a t i q u e s ? ?

La réponse à cette question est Mirzakhani, Myriam Mirzakhani

LE CODE MYSTÉRIEUX

Cette question aurait un rapport avec les cochons. Surprenant !



Q u e l e s t l e n o m d u
d e r n i e r f r a n c a i s q u i
a r e c u l a m e d a i l l e
f i e l d s d e m a t h e m a t i q u e s?

La réponse à cette question est Hugo Duminil-Copin

LE CODE DE VIGENÈRE

La clé de ce code est la réponse du code egyptien

CCVKLO LSG TM VRSIYUAYQFM UD LK KEHFUMDD FOTMR IKIES OLAEAC XI DDDKPLYM RQVCS NL MNBTMDZTSXURA ?

QUELLE EST LA NATIONALITE DE LA DEUXIEME FEMME AYANT OBTENU LA MEDAILLE FIEDS DE MATHEMATIQUES ?

La réponse à cette question est l'ukrainienne Marina Viazovska

Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N$^{\text{O}}$ 3 : millésime

LE MOINS CHER

$$2\,023 = 7 \times 17 \times 17$$

Cette formule coûte 7 € +1 € +1 € +7 € +1 € +1 € +7 € = 25 €.

AVEC UN SEUL CHIFFRE

$$(1+1)^{11} - ((1+1) \times (1+11)) - 1 = 2\,023$$

$$\left(2 \times 22 + \frac{2}{2}\right)^2 - 2 = 2\,023$$

$$(3+3) \times (333+3) + 3 + 3 + \frac{3}{3} = 2\,023$$

$$(4^4 - 4) \times (4+4) + 4 + 4 - \frac{4}{4} = 2\,023$$

$$\left(\frac{5+5}{5}\right)^{\frac{55}{5}} - 5 \times 5 = 2\,023$$

$$66 \times (6 \times 6 - 6) + 6 \times 6 + 6 + \frac{6}{6} = 2\,023$$

$$7 \times (7 \times (7 \times 7 - 7) - 7) + 7 + 7 = 2\,023$$

$$\left(\frac{888}{8} + 8\right) \times \left(8 + 8 + \frac{8}{8}\right) = 2\,023$$

$$\left(\frac{9+9}{9}\right)^{9+\frac{9}{9}} + 999 = 2\,023$$

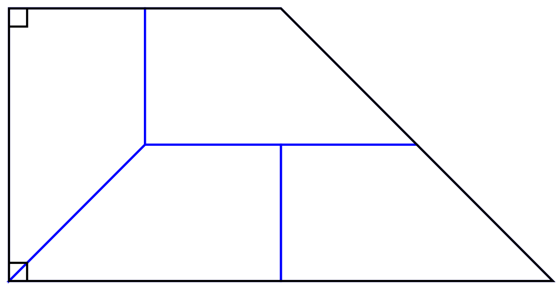
Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI N^O 4 : pour les géomètres

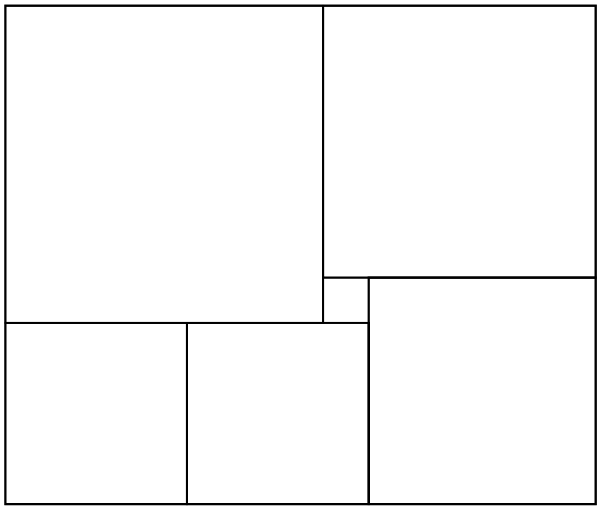
Pour réussir ce défi, vous devez répondre à une ou plusieurs énigmes géométriques

LE TRAPÈZE — CORRECTION ★



Partager le trapèze rectangle ci-dessus en quatre figures géométriques superposables.

LE RECTANGLE ET LES CARRÉS — CORRECTION ★★



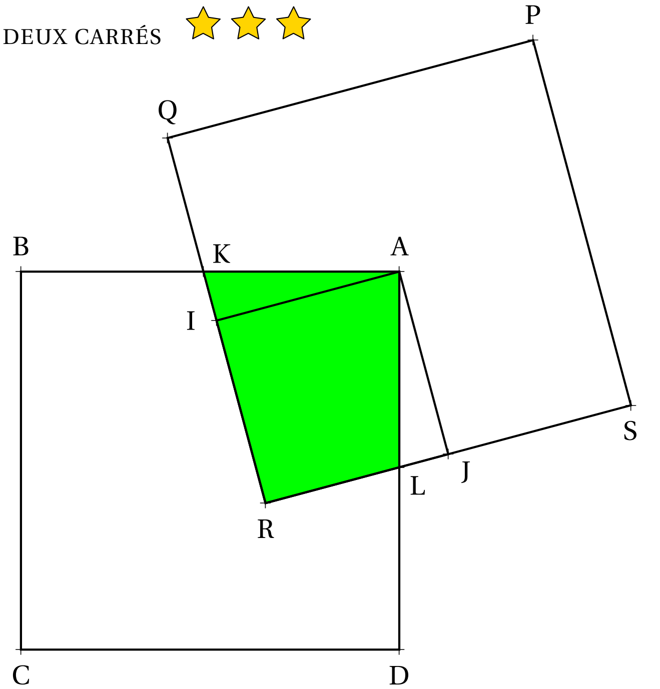
Le rectangle ci-dessus est partagé en six carrés.
Sachant que le plus petit carré a un côté de 2 cm, pourrez-vous déterminer l'aire du rectangle ?

Il y a le tout petit carré de 2 cm, deux petits carrés, une carré de taille moyenne, un grand et un très grand.
Le carré de taille moyenne fait 2 cm de plus que les petit carrés.
Le grand carré fait 2 cm de plus que le carré de taille moyenne et donc 4 cm de plus que le petit.
Le très grand carré fait 2 cm de plus que le grand carré, soit 6 cm de plus que le petit.

Horizontalement,en bas, pour faire la longueur du côté, il faut deux petits carrés et un carré moyen, c'est à dire trois petits carrés et 2 cm.
Horizontalement, en haut, il faut un très grand carré et un grand soit deux petits carrés et 10 cm.
Comme ces deux grandeurs sont égales à la longueur du carré initiale, on en déduit que trois côtés de petits carrés et 2 cm revient à la longueur de deux petits carrés et 10 cm.
On arrive à une longueur de petit carré vaut 8 cm.

Filament, ce rectangle à une longueur de $8\ cm + 8\ cm + 10\ cm = 26\ cm$ et une largeur de $8\ cm + 14\ cm = 22\ cm$.
Son aire est de $26\ cm \times 22\ cm = 572\ cm^2$.

LES DEUX CARRÉS ★★★



Les deux carrés ci-dessus ont leurs côtés qui mesurent 10 cm. Le carré PQRS est centré sur le point A.
Pouvez-vous déterminer l'aire du quadrilatère coloré ?

On peut tracer, dans le carré QPSR, les perpendiculaires à (QR) et (RS) passant par A. Ces perpendiculaires coupent les segments [QR] et [RS] en leurs millieux I et J.

Il est facile de constater que les angles $\widehat{KAI}$ et $\widehat{LAJ}$ sont égaux. Ils sont en effet l'un et l'autre complémentaires de $\widehat{IAL}$.
(Il faut observer les angles droits $\widehat{KAL}$ et $\widehat{IAJ}$ dans les carrés ABCD et PQRS.)

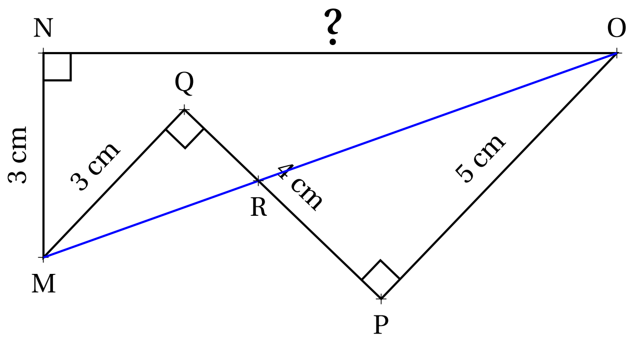
Les triangles KAI et LAJ sont rectangles, ils ont un angle commun. Ils sont donc égaux.

On en déduit que :
Aire(verte)=Aire(KAI)+Aire(IALR)
Aire(verte)=Aire(JAL)+Aire(IALR)
Aire(verte)=Aire(IAJR)

Par construction, IAJR est un carré de côté 5 cm.

Aire(verte)$= 5\ cm \times 5\ cm = 25\ cm^2 = \dfrac{1}{4}$Aire(ABCD)

GÉNIAL ! ★ ★ ★



Les triangles MQR et RPO sont rectangles, respectivement en Q et P.
Nous allons utiliser le théorème de Pythagore :
Dans le triangle MQR rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QM^2 + QR^2 = MR^2$$
$$3^2 + 1,5^2 = MR^2$$
$$9 + 2,25 = MR^2$$
$$MR^2 = 11,25$$
$$MR = \sqrt{11,25}$$

Les droites (MO) et (QP) sont sécantes en R.
Comme les angles $\widehat{MQP}$ et $\widehat{OPQ}$ sont droits, les droites (MQ) et (PO) sont perpendiculaires à la droite (QP).
Ces deux droites sont donc parallèles. On peut utiliser le théorème de Thalès.

Les droites (QP) et (MO) sont sécantes en R, les droites (MQ) et (PO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{RQ}{RP} = \frac{RM}{RO} = \frac{QM}{PO}$$

$$\frac{RQ}{RP} = \frac{RM}{RO} = \frac{3}{5}$$

En écrivant l'égalité des produits en croix on arrive à : $3 \times RP = 5 \times RQ$.
Comme $RQ + RP = 4$ on peut écrire que $RQ = 4 - RP$.
On arrive à $3 \times RP = 5 \times (4 - RP)$. Il faut résoudre cette équation :

$$3RP = 5(4 - RP)$$
$$3RP = 20 - 5RP$$
$$3RP + 5RP = 20 - 5RP + 5RP$$
$$8RP = 20$$
$$RP = \frac{20}{8}$$
$$RP = 2,5$$

Ainsi $RP = 2,5\ cm$ et $RQ = 4\ cm - 2,5\ cm = 1,5 cm$.

Dans le triangle RPO rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

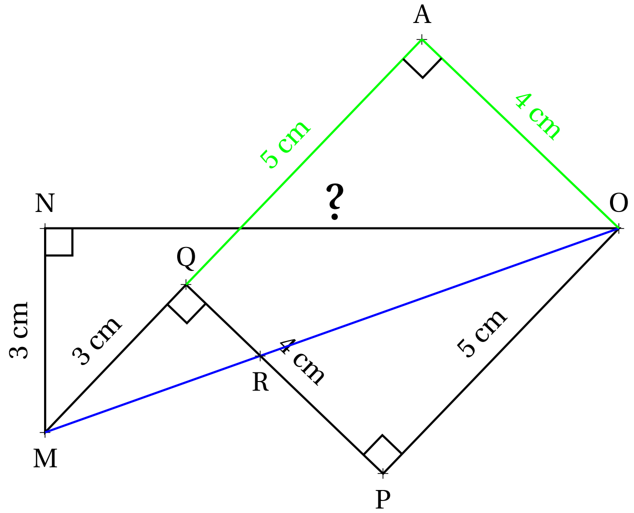
$$PR^2 + PO^2 = RO^2$$
$$2,5^2 + 5^2 = RO^2$$
$$6,25 + 25 = RO^2$$
$$RO^2 = 31,25$$
$$RO = \sqrt{31,25}$$

Ainsi $MO = \sqrt{11,25} + \sqrt{31,25} \approx 8,94$.
Remarquons au passage que la calculatrice nous donne $MO = \sqrt{80}$! !
On a en effet $11,25 = 3^2 + 1,5^2 = 3^2 + (\frac{3}{2})^2 = 3^2 + \frac{3^2}{4} = \frac{5}{4} \times 3^2$ et $31,25 = \frac{5}{4} \times 5^2$.
Ainsi $sqrt 11,25 = \frac{3}{2}\sqrt{5}$ et $\sqrt{31,25} = \frac{5}{2}\sqrt{5}$. La somme vaut donc $4\sqrt{5} = \sqrt{80}$.

On termine en utilisant Pythagore une dernière fois :
Dans le triangle MNO rectangle en N,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$NM^2 + NO^2 = MO^2$$
$$3^2 + NO^2 = 80$$
$$9 + NO^2 = 80$$
$$NO^2 = 80 - 9$$
$$NO^2 = 71$$
$$NO = \sqrt{71}$$

GÉNIAL ! CORRECTION PLUS ÉLÉGANTE



Une idée géniale consiste à placer le point A tel que QAOP soit un rectangle.
Dans ce cas, les triangles rectangles MNO et MAO ont le même hypoténuse [MO].
En appliquant le théorème de Pythagore dans ces deux triangles rectangles on arrive à :

$$\text{MO}^2 = \text{NM}^2 + \text{NO}^2 \text{ et } \text{MO}^2 = \text{AM}^2 + \text{AO}^2$$

$$\text{NM}^2 + \text{NO}^2 = \text{AM}^2 + \text{AO}^2$$

$$3^2 + \text{NO}^2 = (3+5)^2 + 4^2$$

$$\text{NO}^2 = 8^2 + 4^2 - 3^2$$

$$\text{NO}^2 = 64 + 16 - 9$$

$$\text{NO}^2 = 71$$

$$\text{NO} = \sqrt{71}$$

Pas mal !

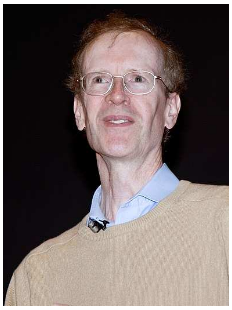
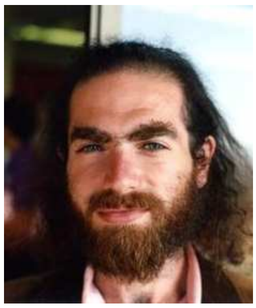
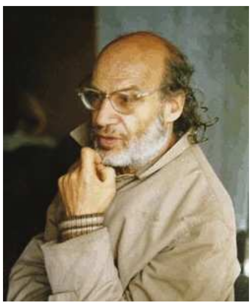
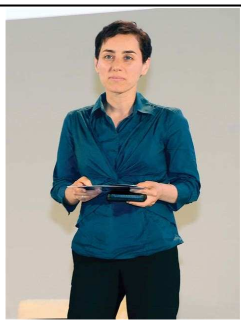
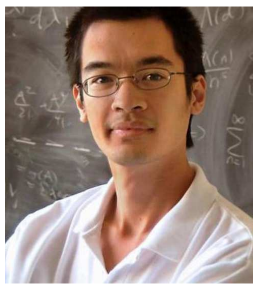
Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

Défi n° 5 : Qui est-ce ?

Pour réussir ce défi, vous devez trouver le nom des mathématiciens et mathématiciennes célèbres présentés ci-dessous.

Qui est-ce ? — Correction

 Aline Bonami	 Alain Connes	 Claire Voisin	 Ngo Bau Chau	 Katherine Johnson
 Andrew Wiles	 Karen Uhlenbeck	 Cédric Villani	 Valérie Berthé	 Un inconnu !
 Ingrid Debauchies	 Artur Avila	 Maryna Viazovska	 Grigory Perelman	 Sylvie Benzoni
 Alexandre Grothendieck	 Myriam Mirzakhani	 Hugo Duminil-Copin	 Alice Guionnet	 Terence Tao

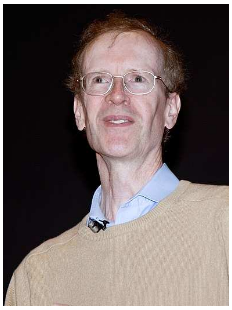
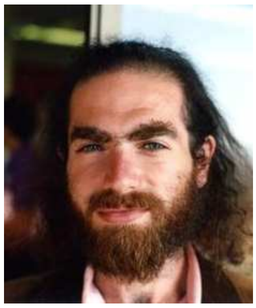
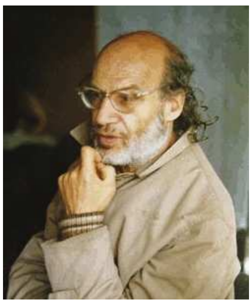
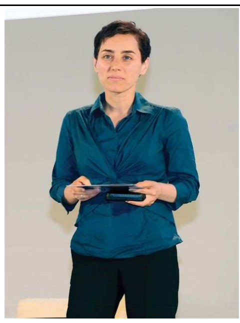
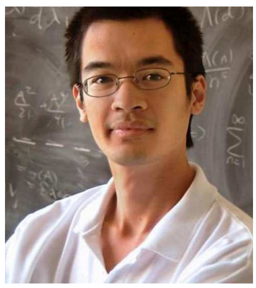
Semaine des mathématiques

Du 6 au 15 mars 2023

DÉFI Nº 5 : Qui est-ce ?

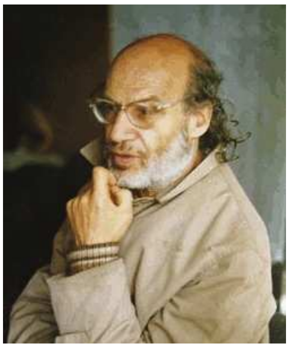
Pour réussir ce défi, vous devez trouver le nom des mathématiciens et mathématiciennes célèbres présentés ci-dessous.

QUI EST-CE ? — CORRECTION ★★★

 Aline Bonami	 Alain Connes	 Claire Voisin	 Ngo Bau Chau	 Katherine Johnson
 Andrew Wiles	 Karen Uhlenbeck	 Cédric Villani	 Valérie Berthé	 Une inconnue !
 Ingrid Debauchies	 Artur Avila	 Maryna Viazovska	 Grigory Perelman	 Sylvie Benzoni
 Alexandre Grothendieck	 Myriam Mirzakhani	 Hugo Duminil-Copin	 Alice Guionnet	 Terence Tao

Alexandre Grothendieck

(1946 - 2010)



— Français

— Mathématicien, professeur d'université

— Institut des hautes études scientifiques
Nicolas Bourbaki.

— Médaille Fields 1966
Prix Crafoord 1988, refusé

Alexandre Grothendieck, né Alexander Grothendieck, est un mathématicien français, né le 28 mars 1928 à Berlin et mort le 13 novembre 2014 à Saint-Lizier, près de Saint-Girons (Ariège). Il est resté longtemps apatride tout en vivant principalement en France ; il a acquis la nationalité française en 19713.
Il est considéré comme le refondateur de la géométrie algébrique et, à ce titre, comme l'un des plus grands mathématiciens du xxe siècle. Il était connu pour son intuition extraordinaire et sa capacité de travail exceptionnelle. La médaille Fields lui a été décernée en 1966.

Alice Guionnet

(1969)

— Française

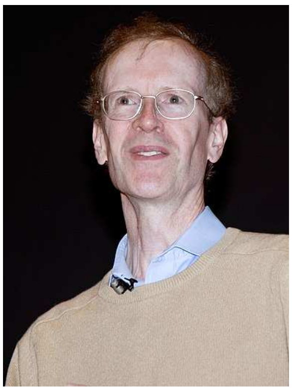
— Mathématicienne

— Academia Europaea
Institut de statistique mathématique
Académie américaine des arts et des sciences

Alice Guionnet est connue pour ses travaux sur les grandes matrices aléatoires. Dans ce cadre, elle a établi des principes de grandes déviations pour les mesures empiriques des valeurs propres de grandes matrices aléatoires.
Alice Guionnet a également démontré des résultats importants en probabilités libres en comparant les entropies de Voiculescu.

Andrew Wiles

(1953)



— Britannique

— Mathématicien et professeur d'université

— Chaire royale de mathématiques
Royal Society
Académie américaine des arts et des sciences
Académie américaine des sciences
Société américaine de philosophie
Academia Europaea
Académie des sciences

— Prix Abel 2016

Andrew John Wiles (né le 11 avril 1953 à Cambridge, Angleterre) est un mathématicien britannique, professeur à l'université d'Oxford, en Angleterre. Il est célèbre pour avoir démontré le grand théorème de Fermat (1994).

Artur Ávila

(1979)

— Brésilien, Français

— Mathématicien, professeur d'université, enseignant-chercheur

— Académie américaine des sciences
Académie brésilienne des sciences

— Médaille Fields 2014

Artur Ávila Cordeiro de Melo (né le 29 juin 1979 à Rio de Janeiro) est un mathématicien franco-brésilien travaillant principalement dans les domaines des systèmes dynamiques et de la théorie spectrale. En 2014, il est lauréat de la médaille Fields.

Cédric Villani

(1973)

— Français

— Mathématicien, homme politique

— Prix Henri-Poincaré 2009
Chevalier de l'ordre national du Mérite 2009
Médaille Fields 2010
Chevalier de la Légion d'honneur 2011

Cédric Villani a travaillé sur la théorie des équations aux dérivées partielles de la physique statistique, en particulier sur l'équation de Boltzmann.
Cédric Villani travaille également sur la théorie du transport optimal ; il a écrit les deux traités de référence sur le sujet. Ses travaux incluent en particulier des applications à la géométrie différentielle, liant la courbure de Ricci, le transport optimal et l'entropie.

Claire Voisin

(1962)

— Française

— Mathématicienne, professeure d'université

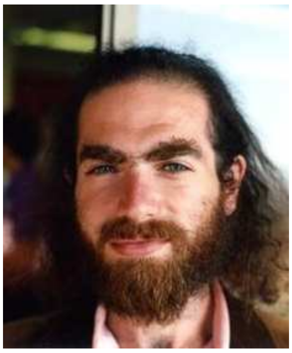
— Academia Europaea, Académie américaine des sciences, Royal Society
Académie Léopoldine, Collège de France, Académie des sciences
Académie américaine des arts et des sciences

— Médaille d'or du CNRS
Prix Shaw
Prix l'Oréal-Unesco
Clay Research Award

Ses recherches portent sur la géométrie algébrique, notamment à l'aide de la théorie de Hodge, dans la lignée d'Alexandre Grothendieck, la géométrie complexe kählérienne et la symétrie miroir.
Son résultat le plus célèbre est la construction en 1996 d'un contre-exemple à la conjecture de Kodaira en dimension 4.
Dans une autre direction davantage en lien avec la physique, Claire Voisin a beaucoup étudié la symétrie miroir, point essentiel de la correspondance entre la géométrie algébrique et la géométrie symplectique créé par la théorie de Mikhaïl Gromov et Edward Witten avec notamment des constructions explicites à partir de surfaces K3 et des calculs d'invariants.

GRIGORI PERELMAN

(1966)



— Russe

— Mathématicien

— Prix du millénaire de l'Institut de mathématiques Clay 2010, refusé
Médaille Fields 2006, refusée
Prix de la Société mathématique européenne 1996, refusé

Grigori Perelman est un mathématicien russe né le 13 juin 1966 à Léningrad. Il a travaillé sur le flot de Ricci, ce qui l'a conduit à établir en 2002 une démonstration de la conjecture de Poincaré du programme de Hamilton, un des problèmes fondamentaux des mathématiques contemporaines. Son approche lui permit également de démontrer en 2003 la conjecture de géométrisation de Thurston, formulée en 1976, et plus générale que la conjecture de Poincaré.
Perelman a refusé la médaille Fields et le prix Clay. Il avait déjà refusé le prix de la Société mathématique européenne en 1996.

HUGO DUMINIL-COPIN

(1985)

— Français

— Mathématicien et professeur d'université

— Médaille Fields 2022

Hugo Duminil-Copin se consacre à l'étude des courbes formées par la frontière entre deux phases d'un même système, des phénomènes qui sont aléatoires. En particulier, il aborde la question des « marches aléatoires auto-évitantes », des cheminements aléatoires ne se recoupant pas sur un maillage6.
Il reçoit en 2022 la médaille Fields pour ses travaux sur des modèles de particules en interaction et principalement ses travaux sur des phénomènes aléatoires en dimensions 3 et 4, notamment sur le modèle d'Ising dans la perspective de construire une théorie des champs quantiques applicable aux particules.

INGRID DAUBECHIES

(1954)

— Belge, Américaine

— Mathématicienne, physicienne et professeure d'université

— Académie américaine des sciences
Society for Industrial and Applied Mathematics
American Mathematical Society
Academia Europaea
Association for Women in Mathematics
Académie américaine des arts et des sciences
Académie royale néerlandaise des arts et des sciences
Koninklijke Vlaamse Academie van België voor Wetenschappen en Kunsten
Académie Léopoldine

— Prix Princesse des Asturies de la recherche scientifique et technique 2020

Son domaine d'études porte principalement sur la transformée en ondelettes avec des applications comme l'imagerie médicale, la détection des ondes gravitationnelles, le cinéma numérique, le codage numérique.
Son travail le plus connu est la construction d'ondelettes à support compact en 1988, propriété essentielle pour l'utilisation numérique pratique de ce type d'outil. Son nom a été donné aux ondelettes de Daubechies, utilisées dans le standard JPEG 2000.

VALÉRIE BERTHÉ

(1968)

- Française
- Mathématicienne
- Société mathématique de France
  Centre national de la recherche scientifique
- Chevalier de la légion d'honneur 2013

Valérie Berthé est une mathématicienne et informaticienne théoricienne française, directrice de recherche au Centre national de la recherche scientifique (CNRS) ; elle travaille à l'Institut de Recherche en Informatique Fondamentale (IRIF), une unité mixte entre le CNRS et l'Université Paris-Diderot.
Ses recherches portent sur la dynamique symbolique, la combinatoire des mots, la géométrie discrète, les systèmes de numération, les pavages et les fractales.

KAREN UHLENBECK

(1942)

- Américaine
- Mathématicienne et professeure d'université
- Académie américaine des sciences
  American Mathematical Society
  Association for Women in Mathematics
  Académie américaine des arts et des sciences
- Prix Abel 2019

Karen Uhlenbeck, née le 24 août 1942 à Cleveland, est une mathématicienne américaine, spécialiste des équations aux dérivées partielles.
En 2019, elle devient la première femme lauréate du Prix Abel pour ses avancées dans le domaine des équations aux dérivées partielles géométriques, la théorie de jauge et les systèmes intégrables, ainsi que pour l'impact fondamental de ses travaux sur l'analyse, la géométrie et la physique mathématique.

KATHERINE JOHNSON

(1918 - 2020)

- Américaine
- Mathématicienne, informaticienne, ingénieure en aérospatiale
  physicienne, enseignante
- National Aeronautics and Space Administration (NASA)
- Alpha Kappa Alpha
  Médaille présidentielle de la liberté 2015
  Médaille d'or du congrès 2019

Katherine Coleman Goble Johnson est une physicienne, mathématicienne et ingénieure spatiale américaine.
Réputée pour la fiabilité de ses calculs en navigation astronomique, elle conduit des travaux techniques à la NASA qui s'étalent sur des décennies. Durant cette période, elle calcule et vérifie les trajectoires, les fenêtres de lancement et les plans d'urgence de nombreux vols du programme Mercury, dont les premières missions de John Glenn et Alan Shepard, et des procédures de rendez-vous spatial pour Apollo 11 en 1969 jusqu'au programme de la navette spatiale américaine. Ses calculs furent essentiels à la conduite effective de ces missions. Elle travaille enfin sur une mission pour Mars.
En 2015, elle reçoit la médaille présidentielle de la Liberté et, en 2019, le Congrès des États-Unis lui décerne la médaille d'or du Congrès.

MARYNA VIAZOVSKA

(1984)

- Ukrainienne
- Mathématicienne, professeure d'université
- Université Humboldt de Berlin
  École polytechnique fédérale de Lausanne
  Institut de mathématiques de l'Académie nationale des sciences d'Ukraine
  École mathématique de Berlin
- Médaille Fields 2022

Maryna Serhiïvna Viazovska, née le 2 décembre 1984 à Kiev, est une mathématicienne ukrainienne enseignante à l'École polytechnique fédérale de Lausanne depuis 2018.
Connue pour avoir résolu en 2016 le problème d'empilement compact en dimension 8 puis 24, elle est notamment récipiendaire de la médaille Fields, qui lui est décernée en 2022.

ALINE BONAMI

(1947)

- Française
- Mathématicienne
- Université d'Orléans
- Prix Petit d'Ormoy, Carrière, Thébault 2001
  Docteur honoris causa de l'université de Göteborg 2002
  Prix Stefan-Bergman 2020

Aline Bonami est une mathématicienne française connue pour son expertise en analyse mathématique.
Elle préside la Société mathématique de France en 2012-2013.
Aline Bonami travaille en analyse harmonique réelle et complexe ainsi que ses applications.Ses travaux notables concernent en particulier les inégalités d'hypercontractivité , le processus brownien fractionnaire, les opérateurs de Hankel, les projection de Bergman et de Szegö, et le principe d'incertitude

MARYAM MIRZAKHANI

(1977 - 2017)

- Iranienne, Américaine
- Mathématicienne, professeure d'université, topologue
- Académie américaine des sciences
  Académie américaine des arts et des sciences
  Société américaine de philosophie
  Académie des sciences
- Médaille Fields 2014

Maryam Mirzakhani, née le 12 mai 1977 à Téhéran et morte le 14 juillet 2017 à Stanford (Californie), est une mathématicienne iranienne, professeur à l'université Stanford, connue pour ses travaux en topologie et en géométrie (notamment en géométrie des surfaces de Riemann) et la première femme récipiendaire de la médaille Fields.

Ngô Bao Châu

(1972)

- Vietnamien, Français
- Mathématicien, professeur d'université
- American Mathematical Society
  Académie des sciences
  Académie américaine des arts et des sciences
- Médaille Fields 2010

Ngô Bao Châu, né le 28 juin 1972 à Hanoï, est le premier mathématicien vietnamien (naturalisé français au début de l'année 20102) à avoir reçu le Clay Research Award, en 2004. Ses travaux portent sur le programme de Langlands. Il est également récipiendaire de la Médaille Fields depuis 2010.

Sylvie Benzoni

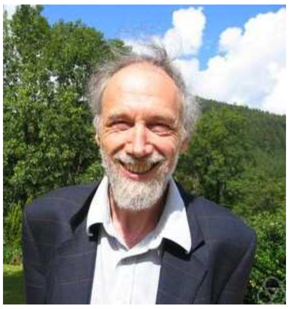
(1967)

- Française
- Mathématicienne, professeure d'université
- Directrice de l'institut Henri Poincaré

Sylvie Benzoni, née Gavage en 1967, est une mathématicienne française. Elle est connue pour ses travaux sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles en lien avec la modélisation de fluides complexes, comme ceux présentant des transitions de phase. Elle est directrice de l'Institut Henri-Poincaré depuis le 1er janvier 2018.

Alain Connes

(1947)

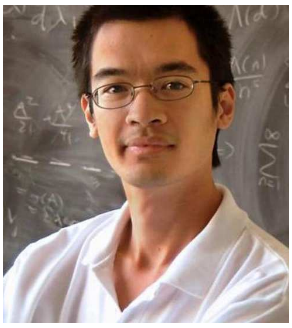


- Français
- Mathématicien, professeur d'université
- Académie américaine des sciences, Académie des sciences
  Société royale du Canada
  Académie royale danoise des sciences et des lettres
  Académie des sciences de Russie,Académie norvégienne des sciences et des lettres
  Académie américaine des arts et des sciences
- Médaille Fields 1982
  Médaille d'or du CNRS 2004

Alain Connes est un mathématicien et physicien théoricien français né le 1er avril 1947 à Draguignan, dans le Var. Il a révolutionné la théorie des algèbres de von Neumann et résolu la plupart des problèmes posés dans ce domaine, notamment la classification des facteurs de type III. Pour ces travaux, il a reçu la médaille Fields en 1982.

TERENCE TAO

(1975)



— Australien, Américain

— Mathématicien, professeur d'université

— Packard Fellowship for Science and Engineering, Royal Society, Académie américaine des sciences
American Mathematical Society, Académie royale des sciences de Suède
Académie américaine des arts et des sciences, Académie australienne des sciences

— Prix Salem 2000, Prix Bôcher 2002, Clay Research Award 2003
Médaille de la société mathématique australienne 2005,Prix Ostrowski 2005
Prix Levi L. Conant 2005,Prix SASTRA Ramanujan 2006
Médaille Fields 2006
Australien de l'année 2007, Prix MacArthur 2007
Alan T. Waterman Award 2008,Prix du roi Fayçal 2010
Prix Nemmers en mathématiques 2010,Prix Crafoord 2012
Breakthrough Prize in Mathematics 2015,Riemann Prize 2019

Terence Chi-Shen Tao, né le 17 juillet 1975 à Adélaïde en Australie, est un mathématicien australien médaillé Fields qui travaille principalement dans les domaines de l'analyse harmonique, des équations aux dérivées partielles, de la combinatoire, de la théorie analytique des nombres et de la théorie des représentations.
Terence Tao est reconnu pour ses travaux en analyse harmonique, en combinatoire, en théorie des nombres, en théorie des représentations, et sur les équations aux dérivées partielles et est souvent décrit comme un génie des mathématiques par ses pairs.

Julien Maria

(1915-3145)

— Français, Sélénite

— Mathématicien de compétition

— Académie du Rhum Ambrée de Pointe-à-Pitre

— Garolou au huitième festival de Méribel 2019
Vice champion olympique du lancer de pièce de deux euros 2021

Julien Maria est né le 14 mars 1915 à 9 h 26 min 53 s, ce qui en fait le seul être humain avoir le nombre π dans sa date de naissance. Très tôt il se montre passionné par le temps et les montres. Il obtient 18 fois consécutives le grand prix internationnal 801, réservé à l'élite des enseignants capables d'arriver exactement à 8 h 01 tous les matins des mois impairs.

Sur sa lancée, il développe une théorie des cordes quantiques dans laquelle il démontre l'existence d'une base infinie de vecteurs impropres permettant, en partant à 8 h 02 de chez soi d'arriver exactement à 8 h 01 en salle 203. Il obtient la montre d'Or du CNRS pour cet exploit.

Brisé par tant d'effort, il abandonne sans prévenir son poste prestigieux à l'institut Vauquelin de Toulouse, pour se consacrer au développement de canon à neige pour le Sahara Occidental.

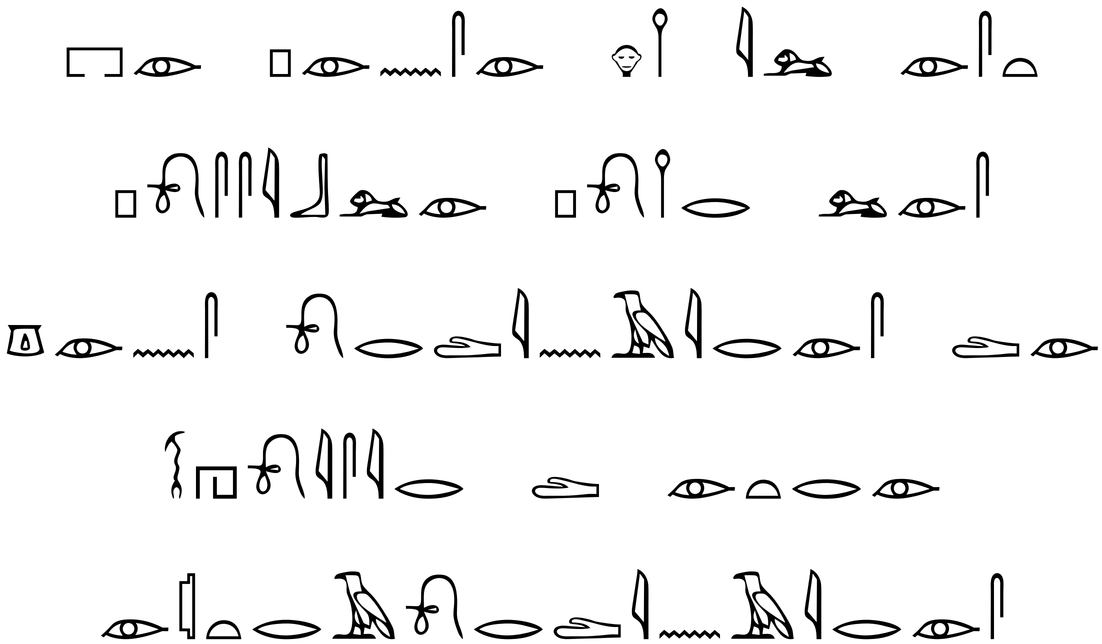
À ce jour, plus personne n'a de ses nouvelles, il vit retiré au sommet d'une Pic du Midi où il compte obstinément les étoiles filantes. Ne reste de lui que sa biographie de près de 10 000 pages, « Oui-Oui fait du vélo avec Martine », dont la profondeur du propos occupe à ce jour une centaine de mathématiciens professionnels à plein temps.

Certains prétendent qu'il serait arrivé à l'heure un soir de pleine lune un 29 février d'une année multiple de 317. Cette information n'étant toujours pas vérifiée, elle reste à ce jour une des dernières grandes conjectures mathématiques du XXI^{e}siècle.

Défi n° 1 : déchiffrez ce message d'Elon Musk! ✧

— Dans ce code un symbole représente une lettre unique de l'alphabet ;

— le dernier mot de ce cryptogramme est « EXTRAORDINAIRES ».



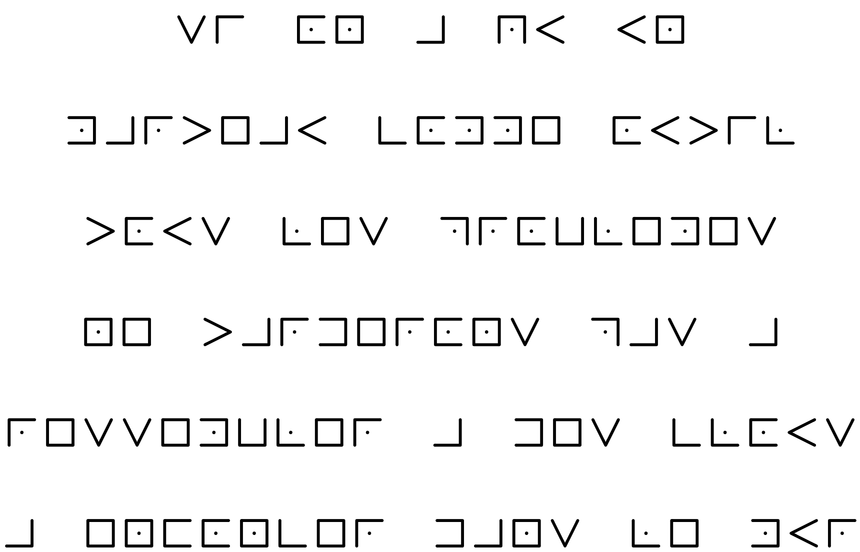
BONUS : Quelle race de chien sert de logo à la crypto-monnaie créée par Elon Musk en 2013 ?

Défi n° 2 : déchiffrez ce message de Bill Gates ✧✧

— Dans ce code un symbole représente une lettre unique de l'alphabet ;

— comme seul indice vous avez le tableau des lettres les plus fréquentes en français.

E	A	I	S	T	N	R	U	L	O	D	M	P	C	V	Q	G
16%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	1%	1%



BONUS : Quel est le nom du premier jeu informatique programmé par Bill Gates alors qu'il n'avait même pas 13 ans ?

Défi n° 3 : les tables de multiplication ✧

Vous devez « dessiner »les tables de multiplication par 8 et par 7 comme nous l'avons fait pour la table de 2.
Voici la méthode :

— Comme $1 \times 2 = 2$, on relie les nombres 1 et 2 ;

— Comme $2 \times 2 = 4$, on relie les nombres 2 et 4 ;

— Quand le résultat dépasse 11, on fait comme sur les horloges, on repart de zéro ;

— Comme $8 \times 2 = 16$ et que $16 = 12 + 4$ on relie 8 et 4 ;

— On fait cela pour tous les nombres de 1 à 11.

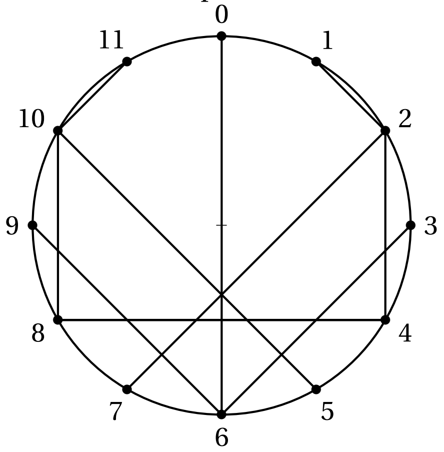


Table de 2

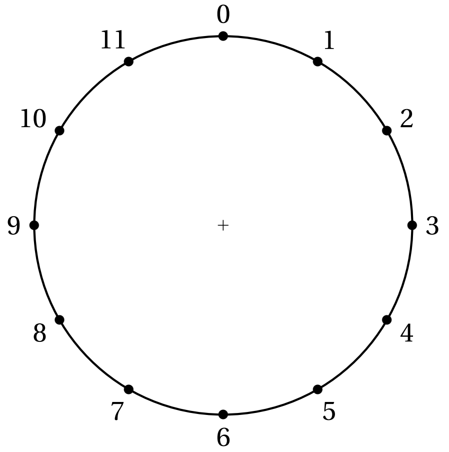


Table de 8

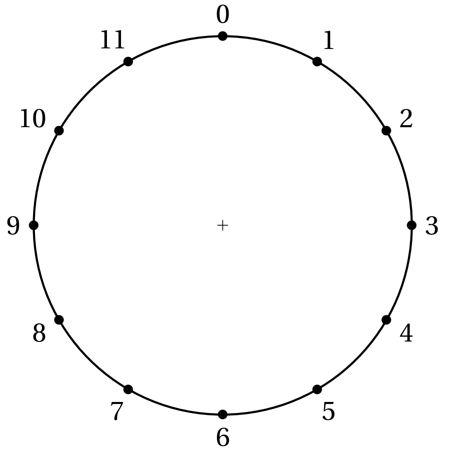
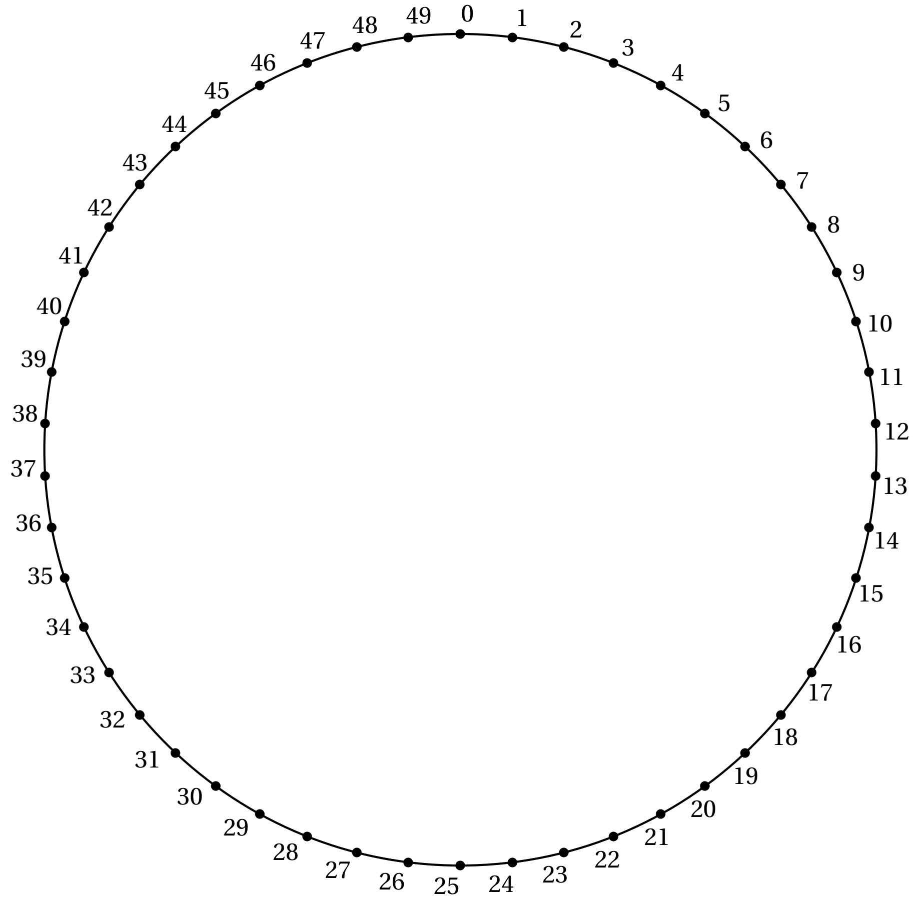


Table de 7

Défi n° 4 : les tables de multiplication ✧✧

Vous devez « dessiner »la table de multiplication par 2 comme dans le défi n° 3.
Attention, cette fois-ci le cercle est partagé en 50 parts !



BONUS : Quel est le nom de la courbe géométrique que vous venez d'obtenir ?

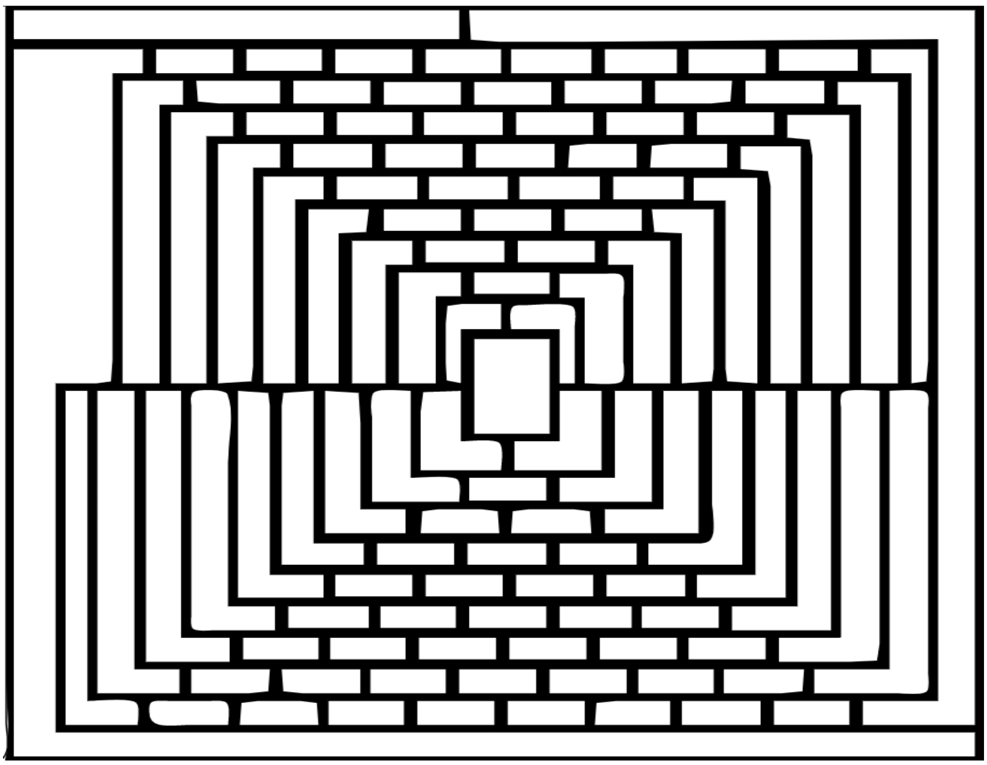
Défi n° 5 : le coloriage de cartes ✧

Vous devez colorier la carte de l'Occitanie en utilisant le moins de couleurs possible et en respectant la règle habituelle : deux pays ayant une frontière en commun ne peuvent pas être coloriés de la même couleur.

BONUS : Placer précisément sur la carte la ville où a terminé sa vie un grand mathématicien décédé en 2014.

Défi n° 6 : le coloriage de cartes ✧✧

Vous devez colorier la carte imaginaire du royaume de Martin Gardner en utilisant le moins de couleurs possible et en respectant la règle habituelle : deux pays ayant une frontière en commun ne peuvent pas être coloriés de la même couleur.



Défi n° 1 : déchiffrez ce message d'Elon Musk!

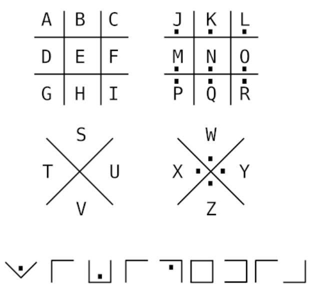
Je pense qu'il est possible pour les gens ordinaires de choisir d'être extraordinaires.

BONUS : Le Shiba Inu est le logo du Dogecoin.

Défi n° 2 : déchiffrez ce message de Bill Gates

Si on a qu'un marteau comme outil, tous les problèmes ne tarderons pas à ressembler à des clous.

Le chiffre des francs-maçons, aussi appelé chiffre pigpen ou chiffre du parc à cochons, est un chiffrement élémentaire par substitution monoalphabétique qui s'appuie sur une construction géométrique mnémotechnique. Possédant de nombreuses variantes et étant simple à utiliser, il possède surtout une valeur pédagogique, artistique et, dans une certaine mesure, historique. Comme toutes les substitutions du même type, ce chiffrement n'oppose aucune difficulté à la cryptanalyse et n'a donc plus d'application industrielle, commerciale ou militaire. Utilisé sporadiquement par quelques sociétés secrètes ou occultistes, le chiffre des francs-maçons reste l'une des substitutions simples les plus connues.



La Disparition est un roman en lipogramme de Georges Perec publié en 1969. Son originalité est que, sur près de 300 pages, il ne comporte pas une seule fois la lettre e, pourtant la plus utilisée dans la langue française.
Partant de sa propre contrainte, le roman décrit les événements tragiques qui suivent la disparition d'Anton Voyl (voyelle). Les personnages se heurtent sans cesse aux limitations provenant du symbole manquant, et finissent par mourir dès qu'ils s'approchent trop de la vérité.

> *« Anton Voyl n'arrivait pas à dormir. Il alluma. Son Jaz marquait minuit vingt. Il poussa un profond soupir, s'assit dans son lit, s'appuyant sur son polochon. Il prit un roman, il l'ouvrit, il lut; mais il n'y saisissait qu'un imbroglio confus, il butait à tout instant sur un mot dont il ignorait la signification. Il abandonna son roman sur son lit. Il alla à son lavabo; il mouilla un gant qu'il passa sur son front, sur son cou. Son pouls battait trop fort. Il avait chaud. Il ouvrit son vasistas, scruta la nuit. Il faisait doux. Un bruit indistinct montait du faubourg. Un carillon, plus lourd qu'un glas, plus sourd qu'un tocsin, plus profond qu'un bourdon, non loin, sonna trois coups. Du canal Saint-Martin, un clapotis plaintif signalait un chaland qui passait. Sur l'abattant du vasistas, un animal au thorax indigo, à l'aiguillon safran, ni un cafard, ni un charançon, mais plutôt un artison, s'avançait, traînant un brin d'alfa. Il s'approcha, voulant l'aplatir d'un coup vif, mais l'animal prit son vol, disparaissant dans la nuit avant qu'il ait pu l'assaillir. »*

BONUS : Un Tic Tac Toe

Défi n° 3 : les tables de multiplication ✧

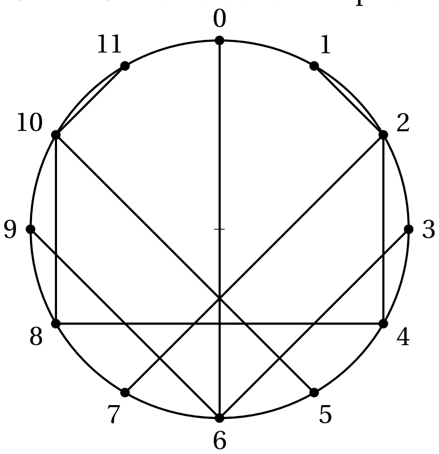


Table de 2

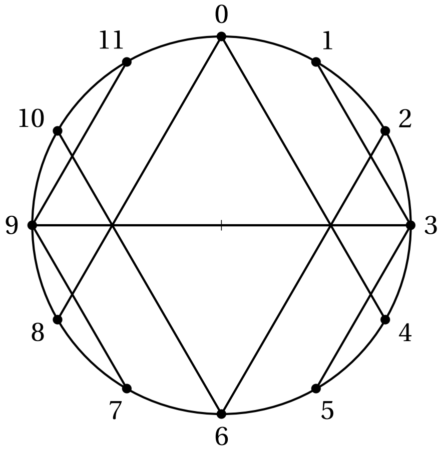


Table de 3

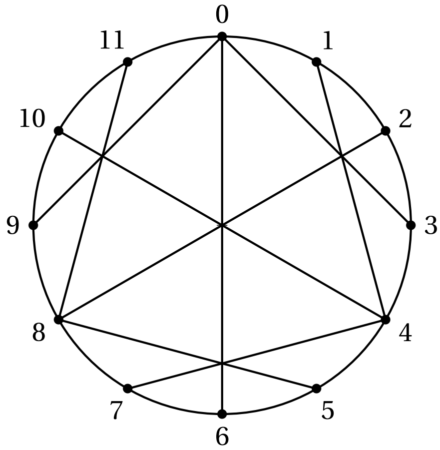


Table de 4

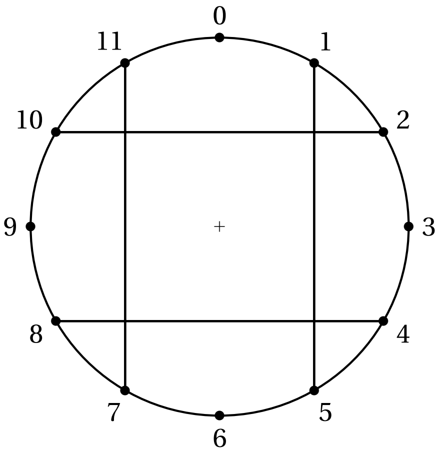


Table de 5

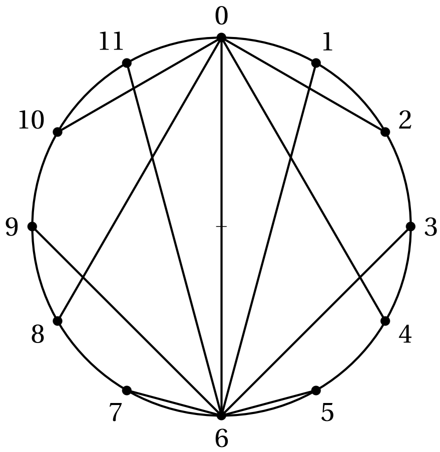


Table de 6

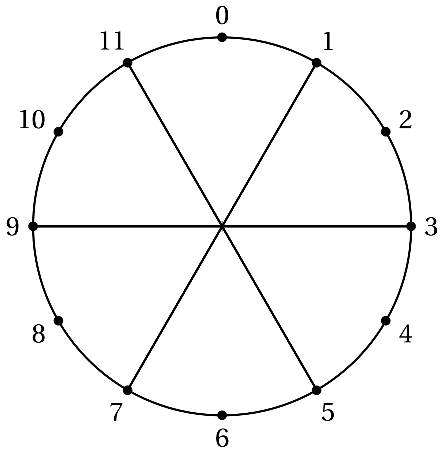


Table de 7

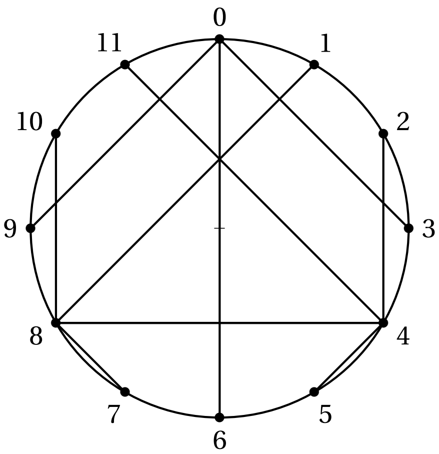


Table de 8

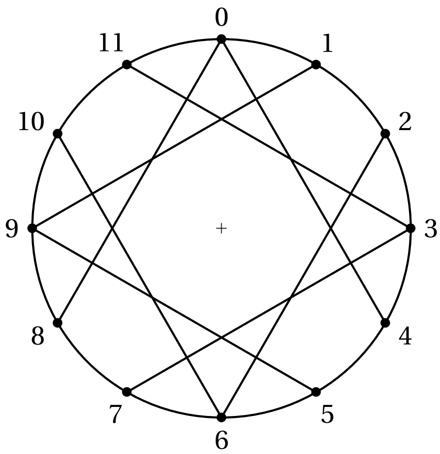


Table de 9

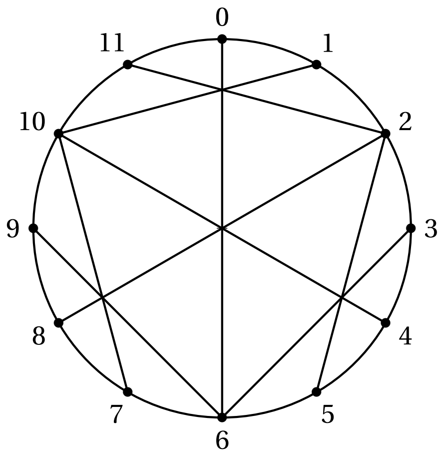
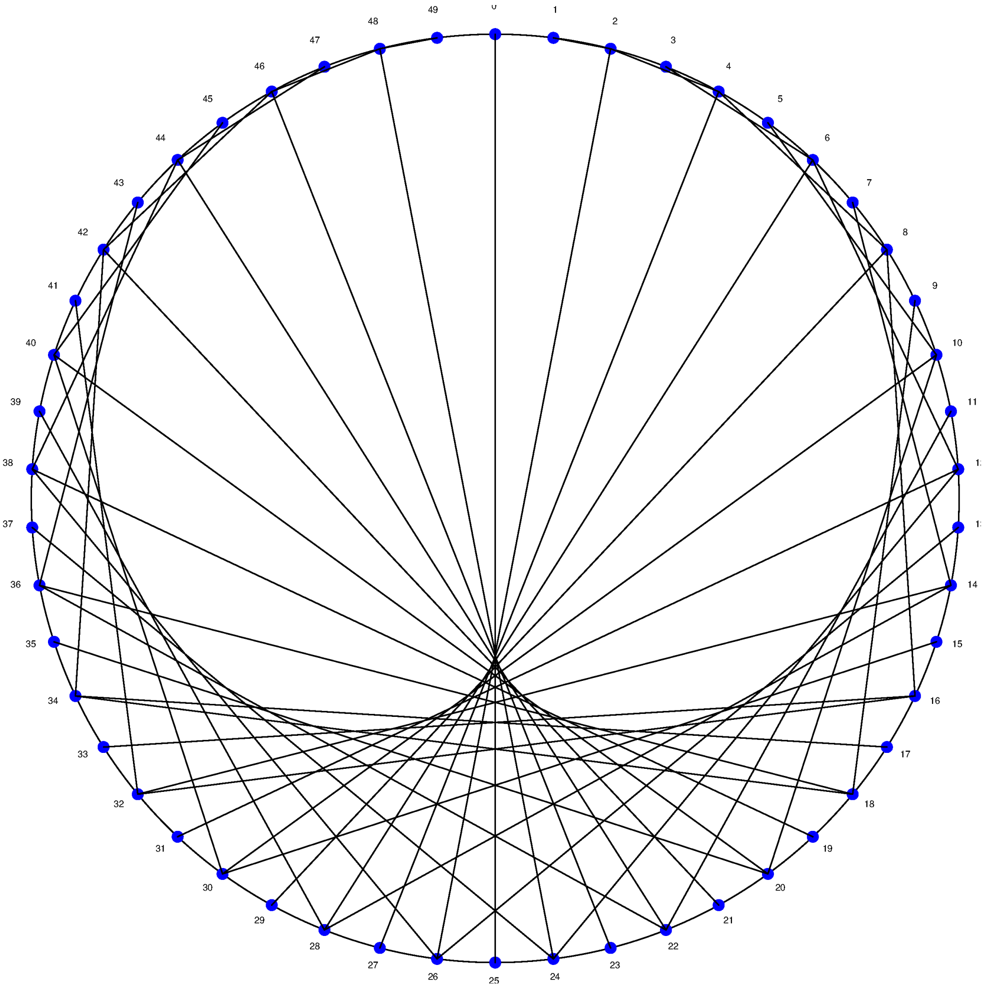


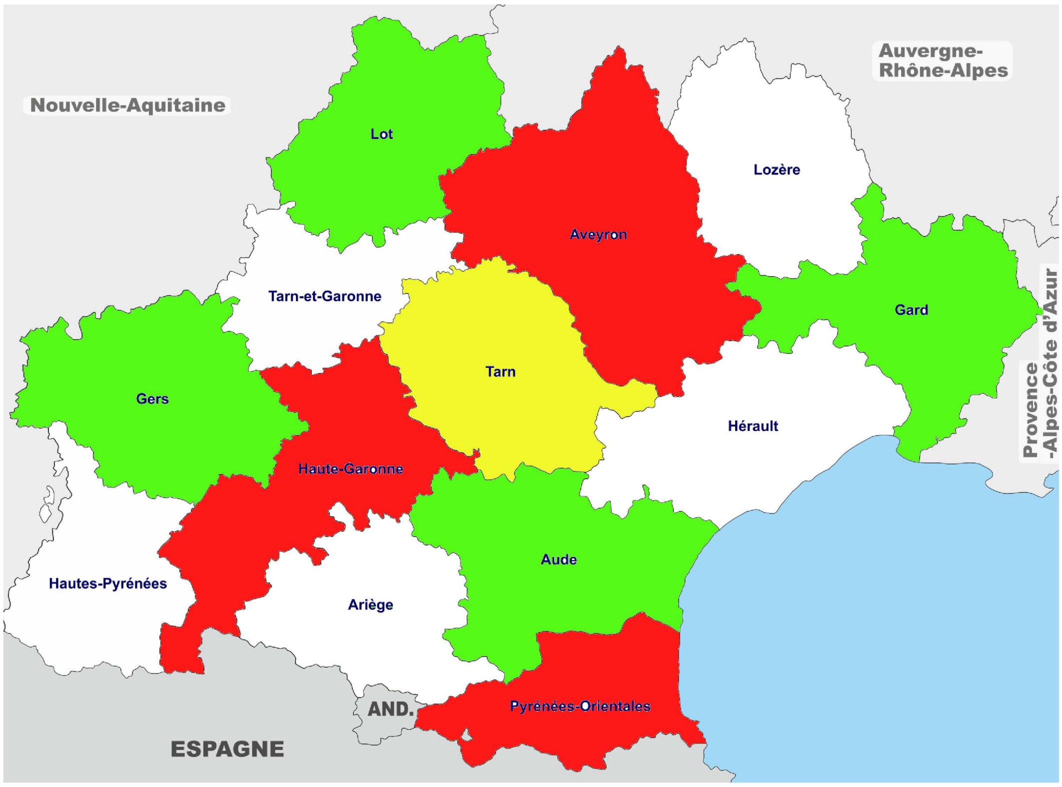
Table de 10

Défi n° 4 : les tables de multiplication



BONUS : Une cardioïde.

Défi n° 5 : le coloriage de cartes ✧



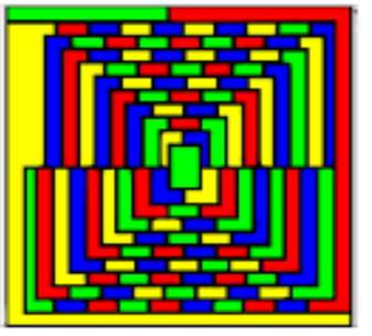
BONUS : Alexandre Grothendieck est un mathématicien français, né le 28 mars 1928 à Berlin et mort le 13 novembre 2014 à Saint-Lizier, près de Saint-Girons (Ariège). Il est resté longtemps apatride tout en vivant principalement en France; il a acquis la nationalité française en 19713.

Il est considéré comme le refondateur de la géométrie algébrique et, à ce titre, comme l'un des plus grands mathématiciens du xxe siècle4,5. Il était connu pour son intuition extraordinaire et sa capacité de travail exceptionnelle. La médaille Fields lui a été décernée en 1966.

Défi n° 6 : le coloriage de cartes

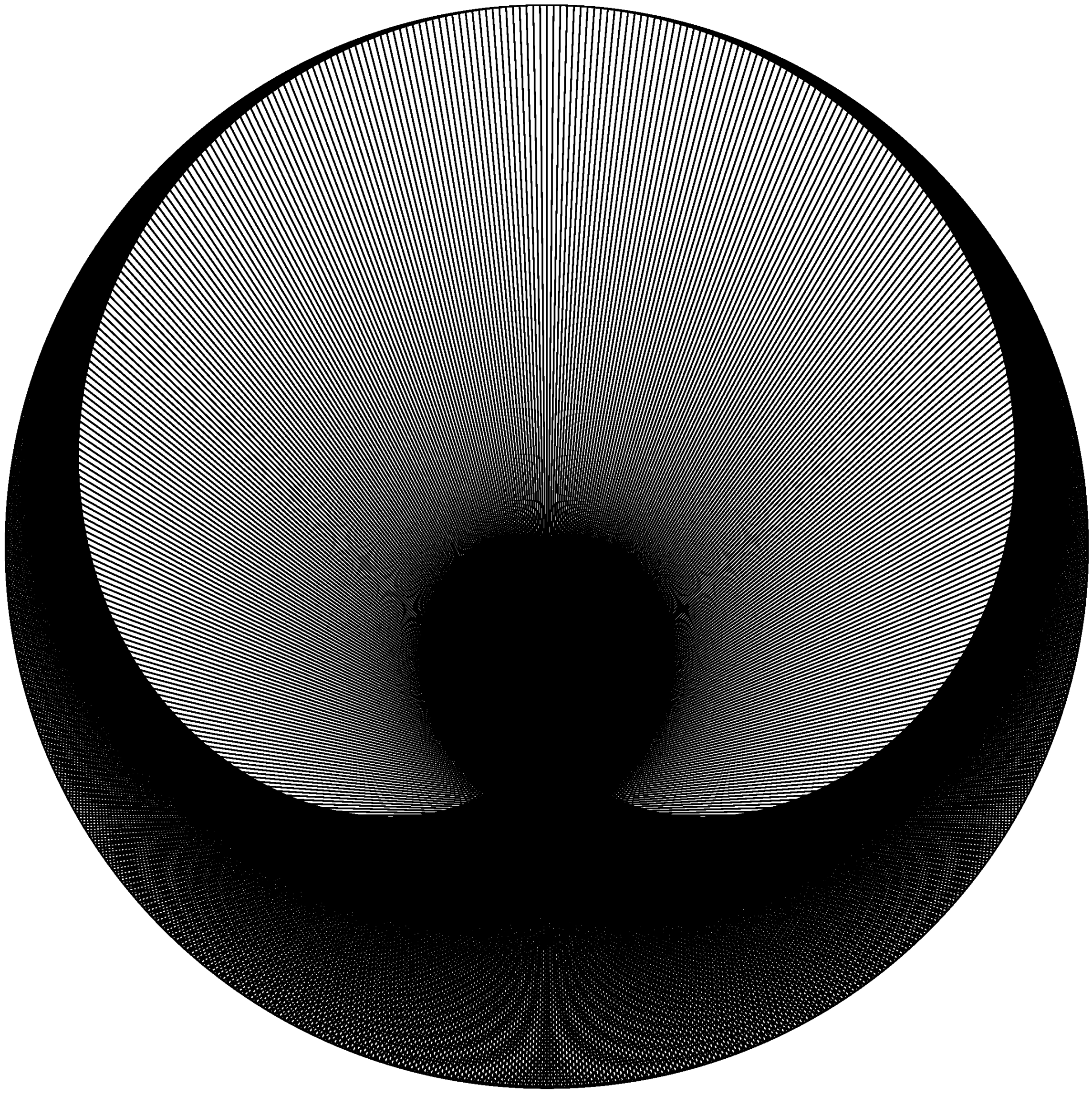
✧✧

Le théorème des quatre couleurs indique qu'il est possible, en n'utilisant que quatre couleurs différentes, de colorier n'importe quelle carte découpée en régions connexes, de sorte que deux régions adjacentes (ou limitrophes), c'est-à-dire ayant toute une frontière (et non simplement un point) en commun reçoivent toujours deux couleurs distinctes.
Le résultat fut conjecturé en 1852 par Francis Guthrie, intéressé par la coloration de la carte des régions d'Angleterre.
Dans les années 1960 et 1970, Heinrich Heesch s'intéresse à la possibilité de prouver informatiquement le théorème des quatre couleurs. Finalement, en 1976, deux Américains, Kenneth Appel et Wolfgang Haken, affirment avoir démontré le théorème des quatre couleurs. Leur démonstration partage la communauté scientifique : pour la première fois, en effet, la démonstration exige l'usage de l'ordinateur pour étudier les 1 478 cas critiques (plus de 1 200 heures de calcul).



Martin Gardner (né le 21 octobre 1914 à Tulsa (Oklahoma) et mort le 22 mai 2010 à Norman (Oklahoma)) est un écrivain américain de vulgarisation mathématique et scientifique, aux intérêts portant aussi bien sur le scepticisme scientifique, la micromagie, la philosophie, la religion et la littérature – en particulier les écrits de Lewis Carroll, L. Frank Baum, et GK Chesterton.
Gardner était surtout connu pour la création et le maintien de l'intérêt pour les mathématiques récréatives - et par extension, les mathématiques en général - tout au long de la seconde moitié du xxe siècle, grâce à ses colonnes « Jeux mathématiques », qui parurent pendant vingt ans dans Scientific American et les livres suivants qui les regroupaient.
Gardner fut l'un des principaux polémistes anti-pseudosciences du xxe siècle9. Son livre Fads and Fallacies in the Name of Science, publié en 195710, est devenu une œuvre classique et fondatrice du mouvement sceptique11. En 1976, il s'est joint à d'autres sceptiques pour fonder le CSICOP, organisme de promotion de la recherche scientifique et de l'utilisation de la raison dans l'examen des revendications sortant de l'ordinaire.

En 1975, Martin Gardner publie dans Scientific American une carte qu'il présente comme contre-exemple de la conjecture du théorème des quatre couleurs. Même si cet exemple est en réalité un “poisson d'avril”, cela montre l'intérêt que suscite la conjecture dans la communauté des mathématiciens.



PARADOXE — Les dés non transitifs

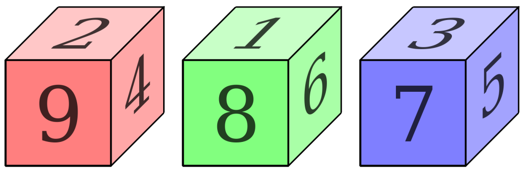
PREMIÈRE PARTIE : un classement

On a mesuré la taille de joueuses de l'équipe de football du collège Vauquelin :

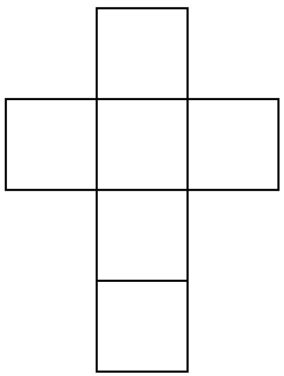
— ① Juliette est plus petite que Salma ;
— ② Clara est plus grande que Marie ;
— ③ Clara est plus petite que Juliette ;
— ④ Marie est plus grande qu'Asmaa ;

Classer ces élèves dans l'ordre croissant de leur taille.

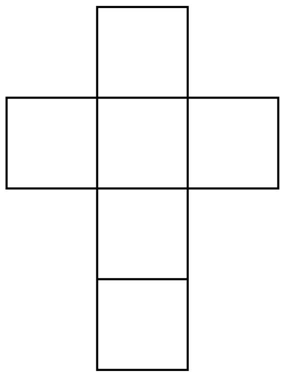
DEUXIÈME PARTIE : construction d'un dé



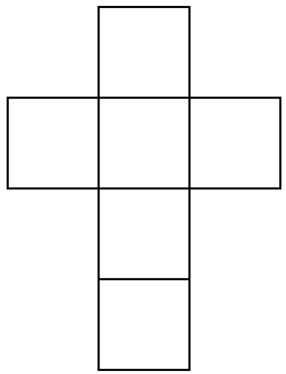
A



B



C



Sur la partie gauche de ce document vous sont présentés trois dés en perspective avec lesquels nous souhaitons jouer. De la gauche vers la droite, nous avons les dés **A**, **B** et **C**. Sur la figure en perspective, les faces cachées ont la même valeur que leurs faces opposées.

1. Compléter les patrons proposés avec les nombres manquants.

2. Construire l'un de ces patrons pour obtenir un cube de 6 cm de côté.

Indique dans le carré le dé que tu dois construire.

TROISIÈME PARTIE : et maintenant on joue !

Deux joueurs vont jouer l'un contre l'autre avec deux dés différents. Le jeu consiste à lancer chacun un dé comme précisé sur la fiche de score. Le gagnant est celui qui obtient le nombre le plus grand.

Sur la fiche de score vous indiquerez les résultats obtenus.

1. Indiquez le score obtenu par la classe entre le dé **A** et le dé **B**.

A	B

2. Indiquez le score obtenu par la classe entre le dé **B** et le dé **C**.

B	C

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire si nous avions joué avec les dés **A** et **C** ?

4. Indiquez le score obtenu par la classe entre le dé **C** et le dé **A**.

A	C

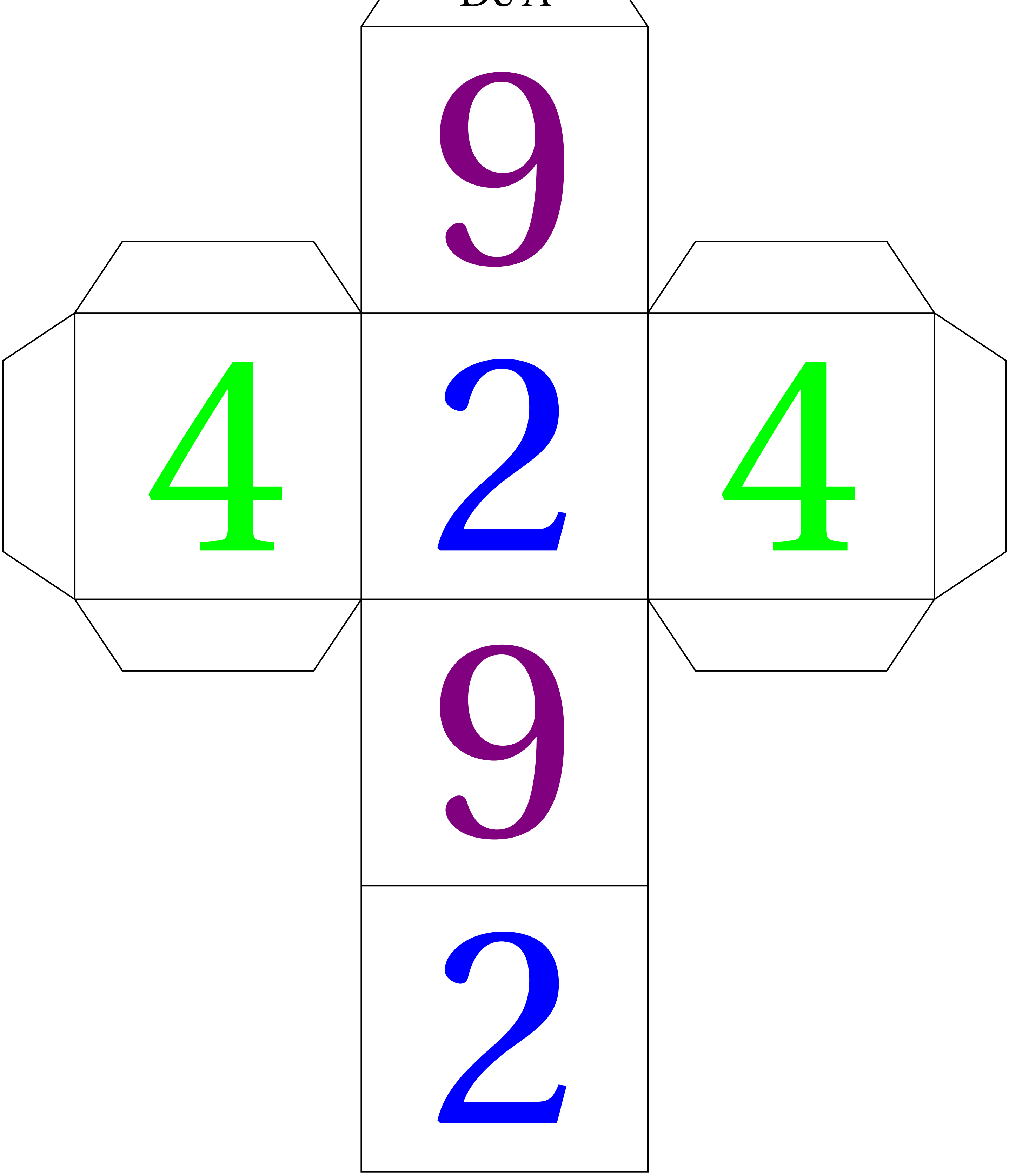
5. Qu'en pensez-vous ?

	Nombre de victoires	
	Dé A	Dé B
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		

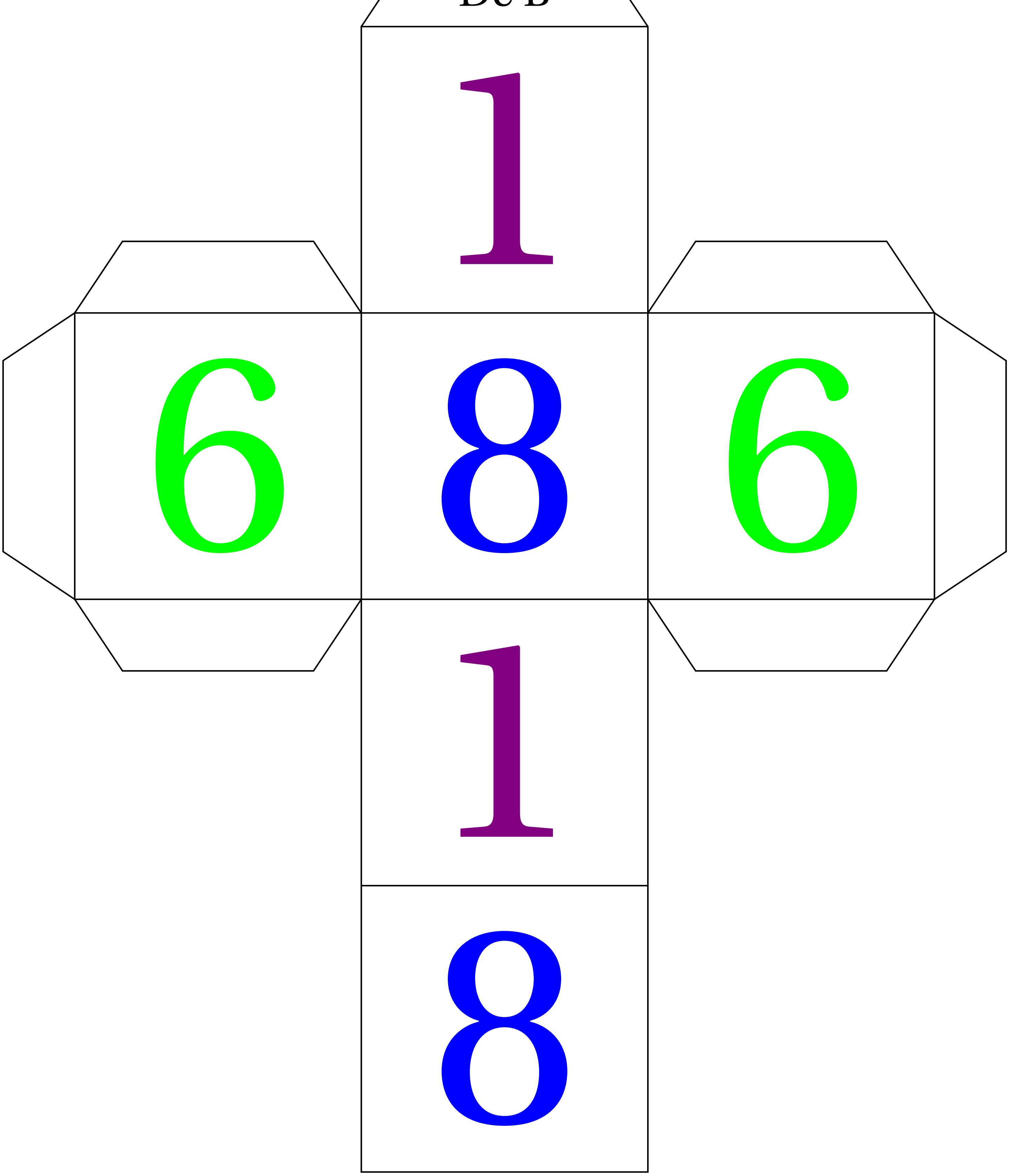
	Nombre de victoires	
	Dé B	Dé C
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		

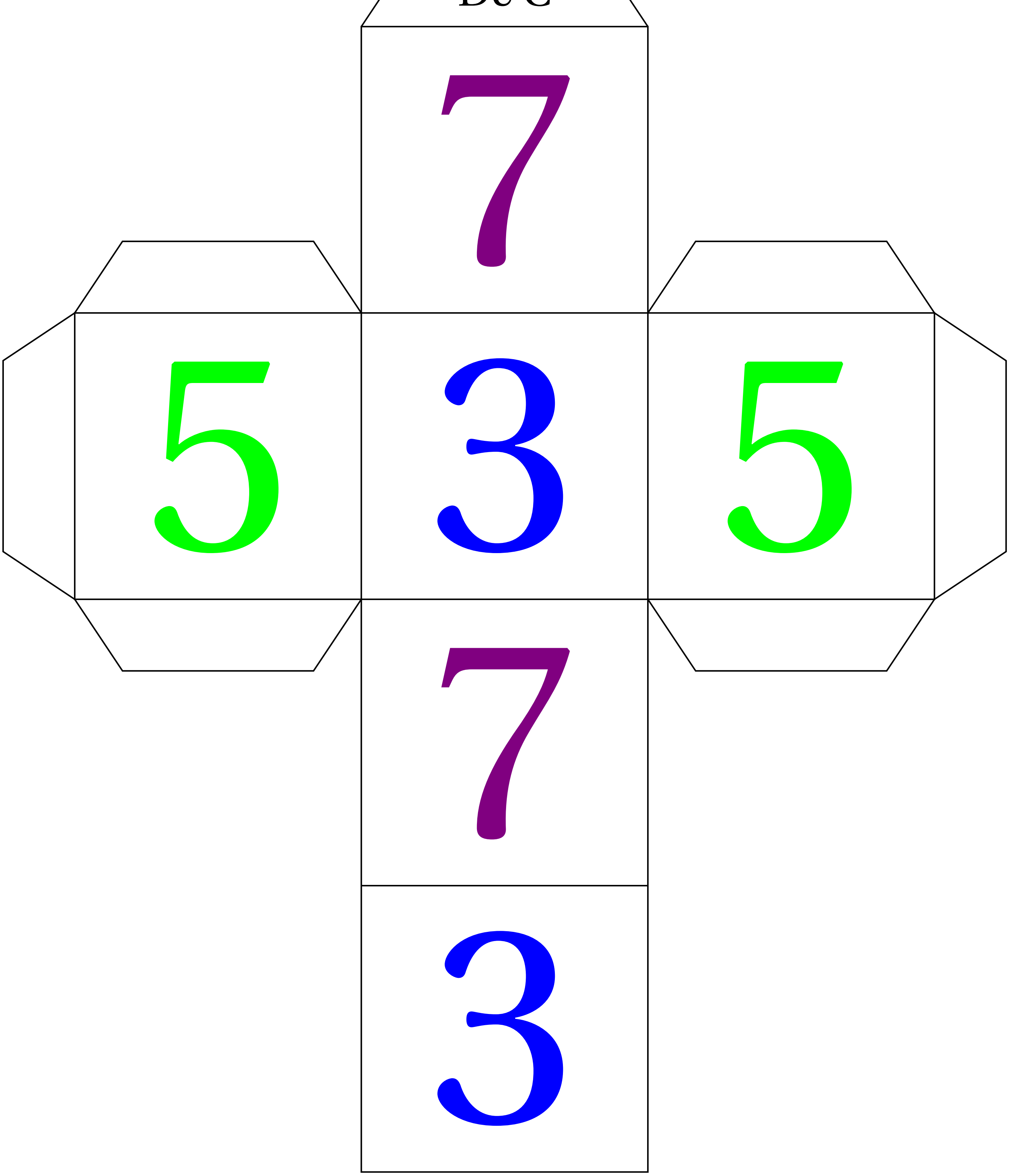
	Nombre de victoires	
	Dé A	Dé C
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		

	Nombre de victoires	
	Dé A	Dé C
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		



9
4
2
4
9
2


1
6
8
6
1
8


7
5
3
5
7
3

La connaissance scientifique

La **connaissance scientifique** est fondée sur quatre piliers :

— **Premier pilier** : **La question initiale** .
À l'origine de toute connaissance scientifique se trouve une **question** qui interroge le monde dans lequel nous vivons. Une connaissance est une réponse à une question.
« Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on en dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir de connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit. » — Gaston Bachelard

— **Deuxième pilier** : **Le réalisme** .
Le monde des idées n'a pas la priorité sur le monde physique. Le monde là dehors existe indépendamment et antérieurement à la perception que j'en ai et aux descriptions que l'on en fait.

— **Troisième pilier** : **La rationnalité** .
Cela consiste à respecter les lois de la logique fournies par les mathématiques. Cela demande également d'accepter seulement les théories les plus économiques en hypothéses de départ.

— **Quatrième pilier** : **Le matérialisme** .
Les expériences scientifiques n'utilisent que des éléments du monde réel et matériel, cela exclu les définitions immatérielles comme par exemple les esprits.

Croyance et opinion

Croyance :
« La croyance est le processus mental expérimenté par une personne qui adhère à une thèse ou une hypothèse, de façon qu'elle les considère comme vérité, indépendamment des faits, ou de l'absence de faits, confirmant ou infirmant cette thèse ou cette hypothèse. Ainsi, les croyances sont souvent des certitudes sans preuve. » — Wikipédia

Opinion :
« L'opinion est un jugement que l'on porte sur un individu, un être vivant, un phénomène, un fait, un objet ou une chose. Elle peut être considérée comme bonne ou mauvaise. » — Wikipédia

Biais cognitifs

Je suis le frère de deux aveugles.
Pourtant, ces deux aveugles ne sont pas mes frères.
Comment est-ce possible ?

Biais cognitif :
Ce sont des **heuristiques** ou raccourci mentaux qui nous conduisent presque toujours à porter un faux jugement.
Nous utilisons les biais cognitifs lorsque :

— il y a un trop grand nombre d'informations à traiter ;
— nous avons besoin de donner du sens au monde qui nous entoure ;
— nous avons besoin d'agir vite ;
— nous avons besoin de mémoriser les choses pour plus tard.

Voici quatre exemples :

Biais d'ancrage	Effet d'entraînement	Biais de confirmation	Biais de Blind-Spot
On a tendance à être trop dépendant de la première information entendue ou observée.	La probabilité pour qu'une personne adopte une croyance augmente proportionnellement au nombre de personnes qui ont cette croyance.	Tendance à ne porter attention qu'aux informations qui confirment nos opinions.	Le fait de ne pas réussir à identifier ses propres biais est un biais en lui-même.

Informatique

Le robot et le microprocesseur

Cinquième

Un petit robot doit retrouver un microprocesseur.
Pour cela il doit être programmé afin de se déplacer dans une grille carrée de 10 cases de côtés.
Il connaît quatre commandes de programmation :

— → : Avancer à droite ;
— ← : Avancer à gauche ;
— ↓ : Avanver vers le bas ;
— ↑ : Avancer vers le haut.

Pour chacune de ces commandes, le robot effectue le mouvement demandé et ne s'arrête sur une case qu'à trois conditions :

— si le bord de la grille l'empêche de continuer ;
— si une case noire l'empêche de continuer ;
— si la case contient le microprocesseur.

Défi nº 1 : Niveaux 1 à 3

Vous devez programmer le robot en utilisant les quatre commandes autant de fois que vous le voulez de telle manière qu'il récupére le microprocesseur.

Défi nº 2 : Niveaux 4 à 6

Le code qui permet au robot de récupérer le microprocesseur vous est fourni. Vous devez placer correctement les cases noires afin que le programme fonctionne.

Défi nº 3 : Niveaux 7 à 9

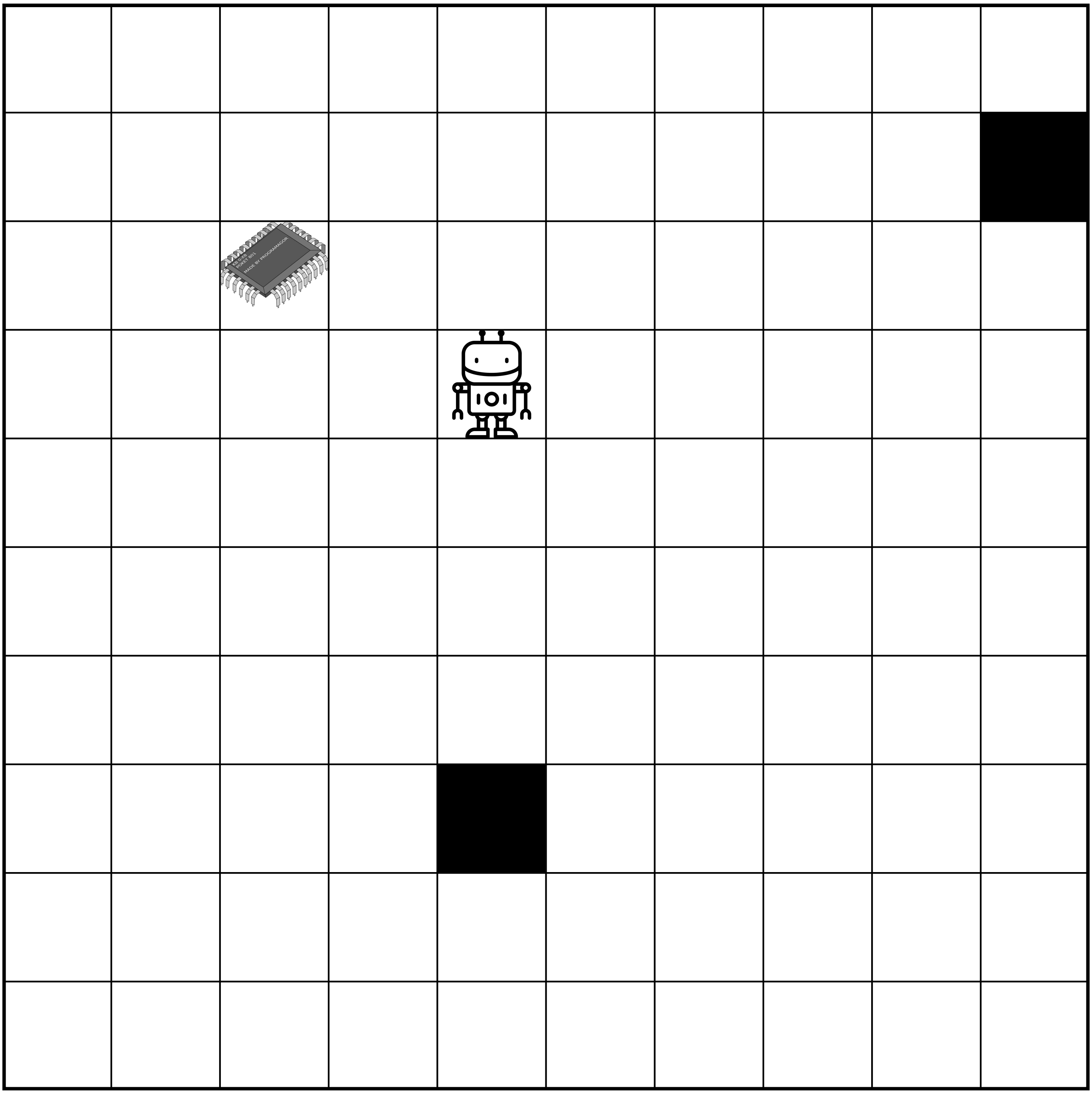
Le code qui permet au robot de récupérer le microprocesseur vous est fourni. Vous devez retrouver sur quelle case se trouvait le robot au départ.

Défi nº 4 : Niveaux 10 à 12

Vous devez écrire un programme qui utilise une fois seulement chacun des codes indiqués afin que le robot récupére le microprocesseur. Vous devez aussi placer les cases noires nécessaires au bon fonctionnement du programme.

Exemple

NIVEAU : 0

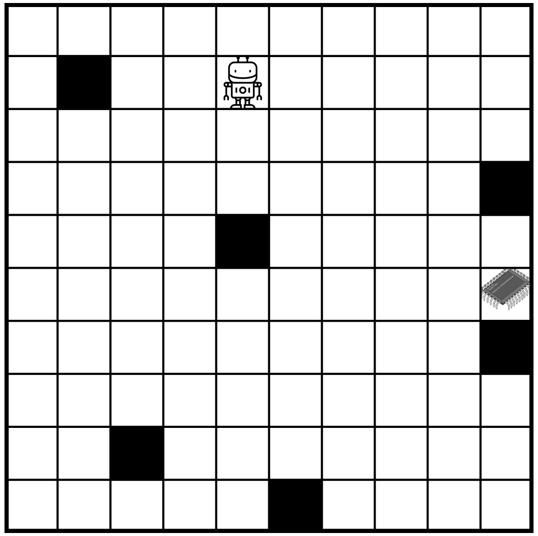


↓ → ↑ →

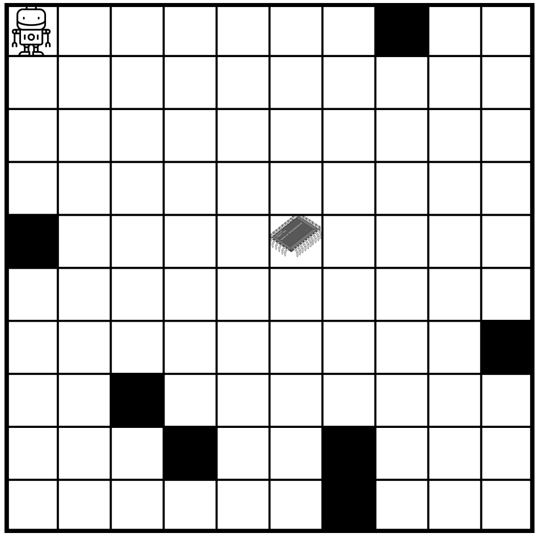
Entraînement

Niveau : 0

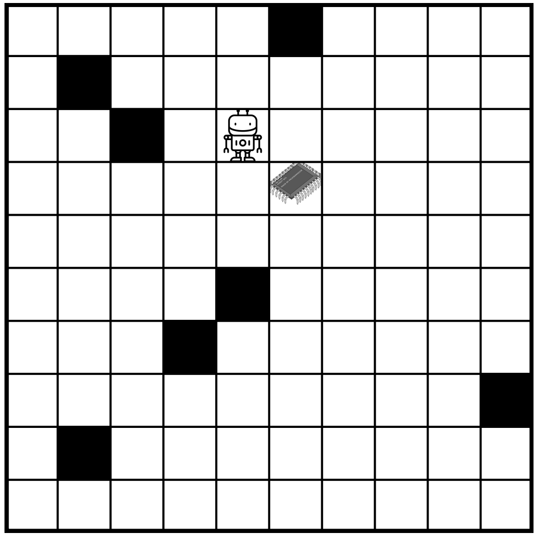
Niveau : 1



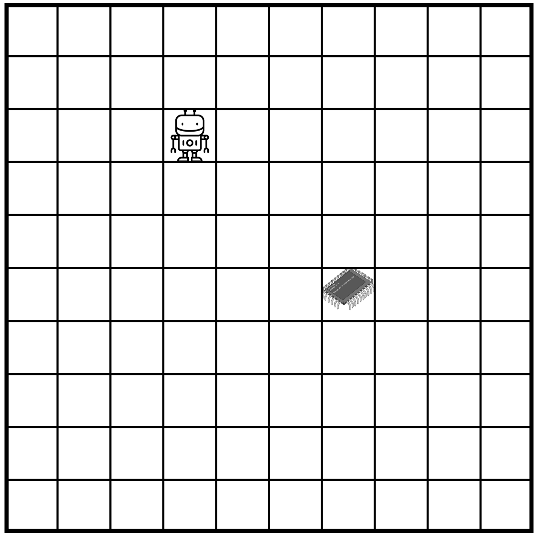
Niveau : 2



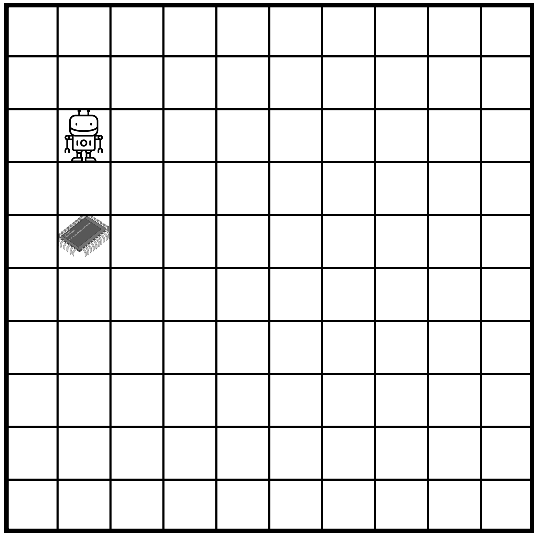
Niveau : 3



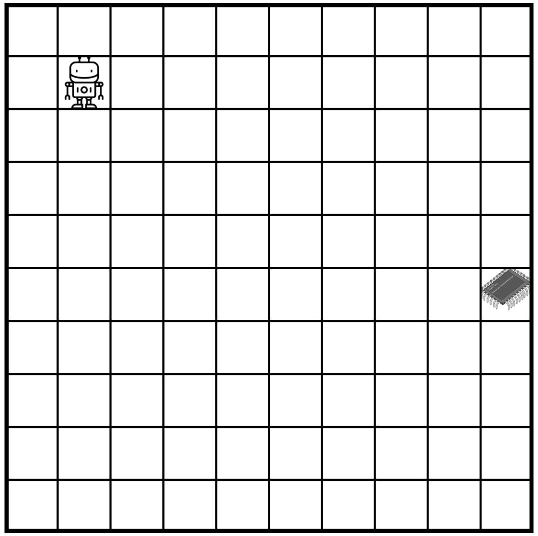
Niveau : 4



Niveau : 5



Niveau : 6

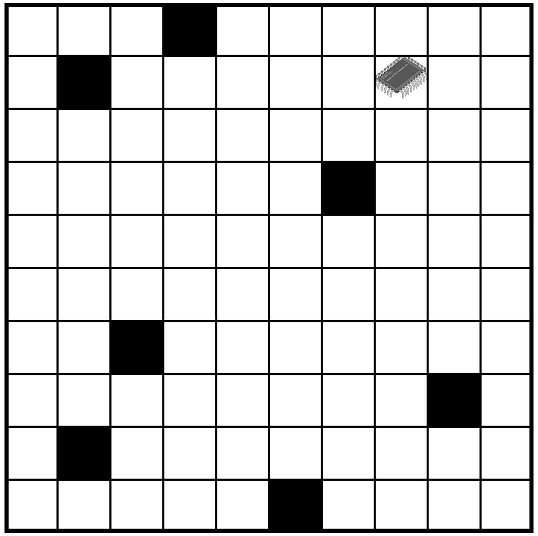


→↓←↑→

←↓→↑→↓←

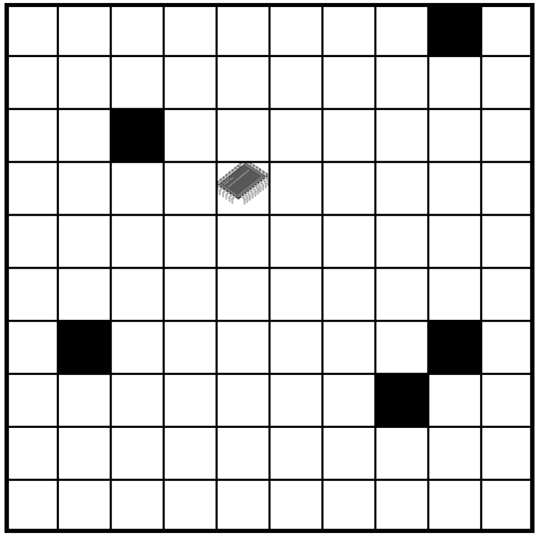
→↓←↓→↑←↑→

Niveau : 7



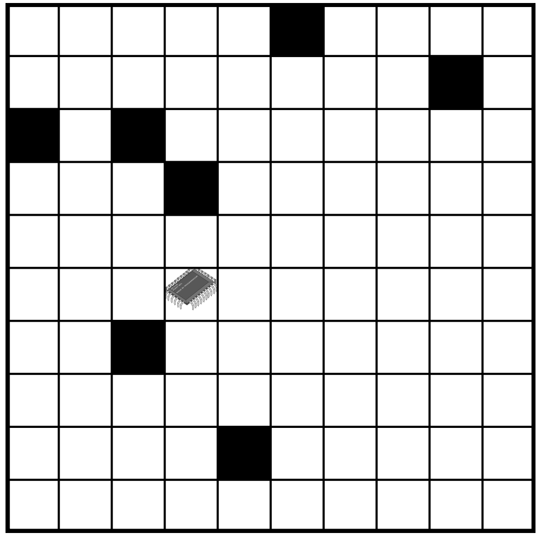
↓←↑→

Niveau : 8



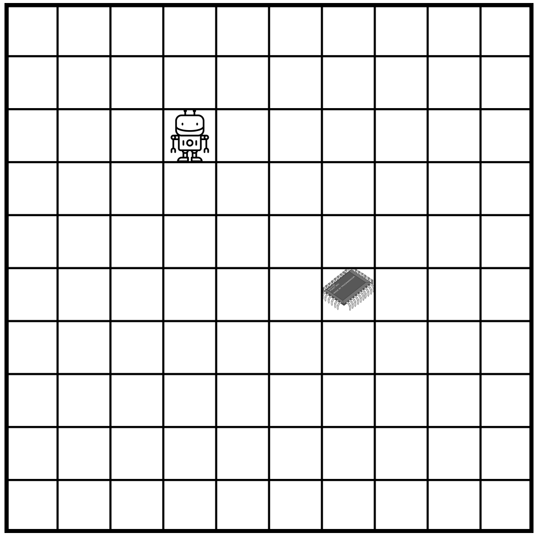
→↑→↓←↑→

Niveau : 9



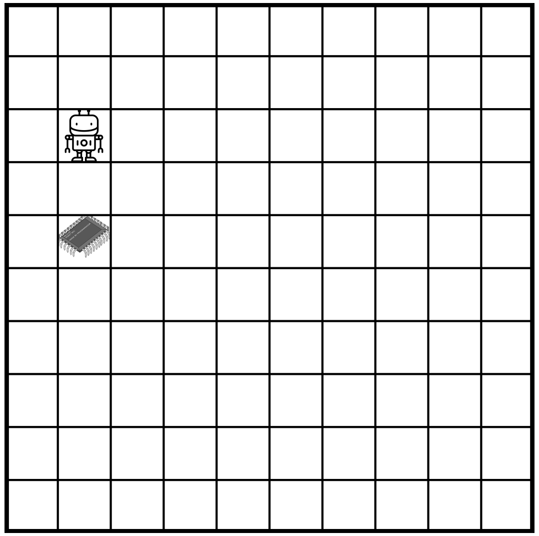
↓→↑→↓←↑→↓→

Niveau : 10



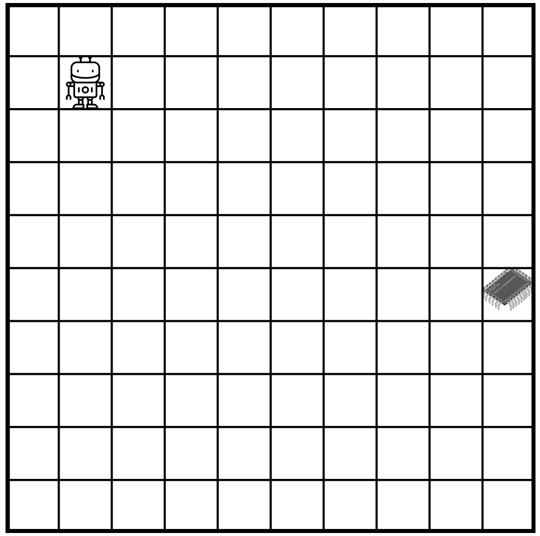
→←↓↑

Niveau : 11

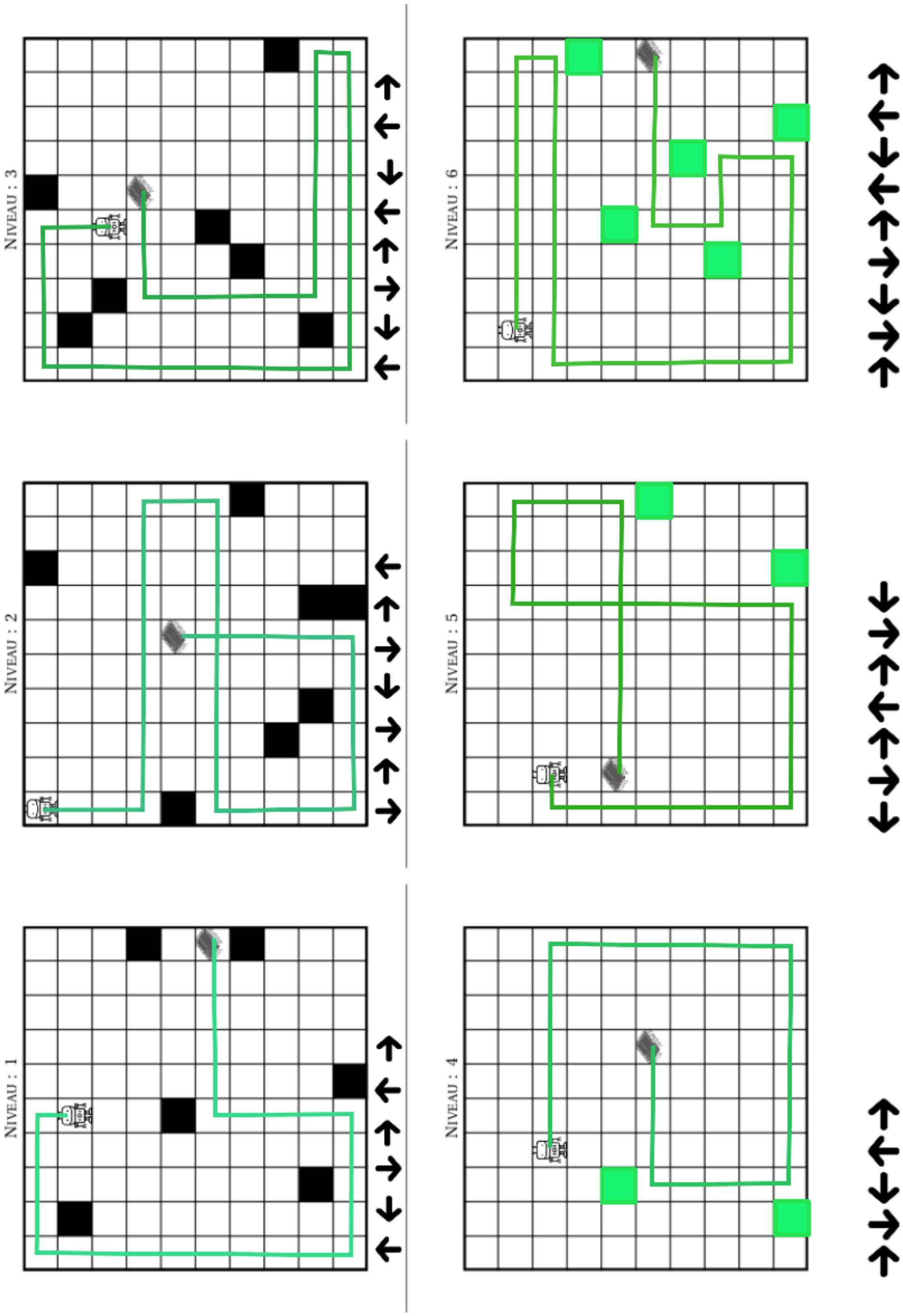


→→↓↓↑←

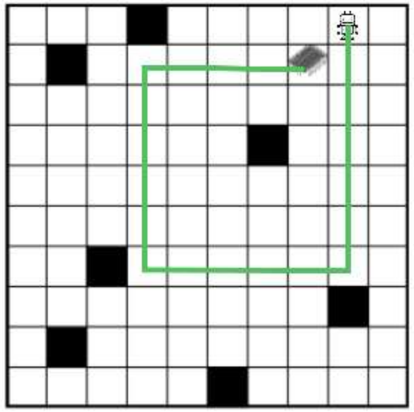
Niveau : 12



Un maximum de mouvements!

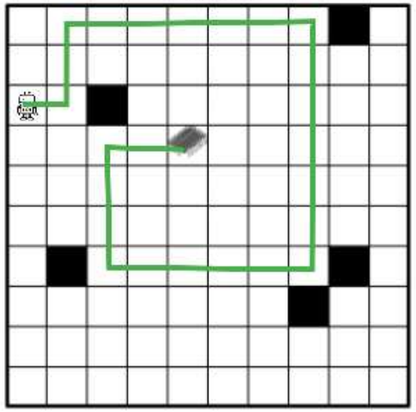

Niveau : 3
Niveau : 6
Niveau : 2
Niveau : 5
Niveau : 1
Niveau : 4

Niveau : 7



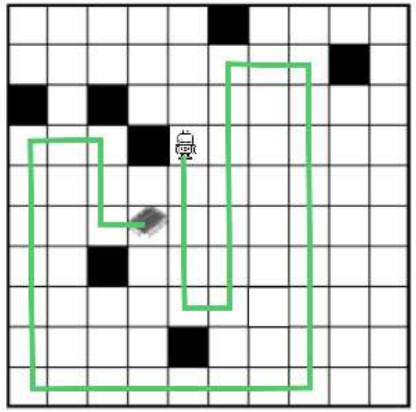
↓←↑→

Niveau : 8



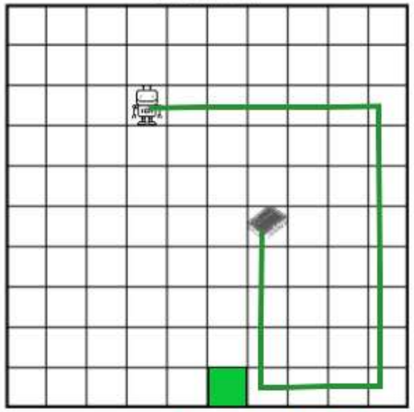
→↑→↓←↑→

Niveau : 9



↓→↑→↓←↑→↓→

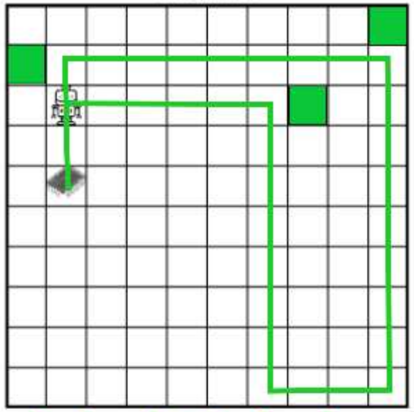
Niveau : 10



→↓←↑

→←↓↑

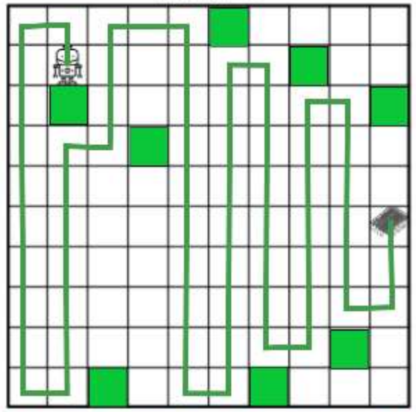
Niveau : 11



→↓→↑←↓

→→↓↓↑←

Niveau : 12



↑←↓→↑→↑→↓→↑→↓→↑→↓→↑

Informatique

Le robot et le microprocesseur — Épisode 2

Cinquième

Un petit robot doit retrouver un microprocesseur.
Pour cela il doit être programmé afin de se déplacer dans une grille carrée de 10 cases de côtés.
Il connaît quatre commandes de programmation :

— → : Avancer ;
— ↻ : Tourner sur place d'un quart de tour vers la droite ;
— ↺ : Tourner sur place d'un quart de tour vers la gauche.

Pour chacune de ces commandes, le robot effectue le mouvement demandé et ne s'arrête sur une case qu'à trois conditions :

— si le bord de la grille l'empêche de continuer ;
— si une case noire l'empêche de continuer ;
— si la case contient le microprocesseur.

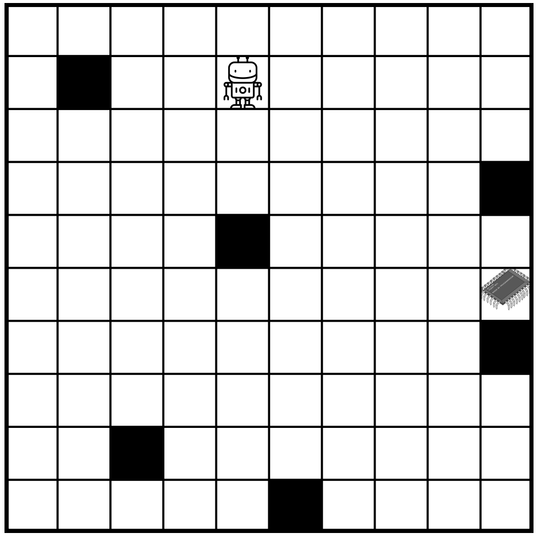
Attention, si le robot avance au démarrage alors il se dirige vers la droite de la grille !
Défi nº 1 : Niveaux 1 à 3

Vous devez programmer le robot en utilisant les quatre commandes autant de fois que vous le voulez de telle manière qu'il récupére le microprocesseur.

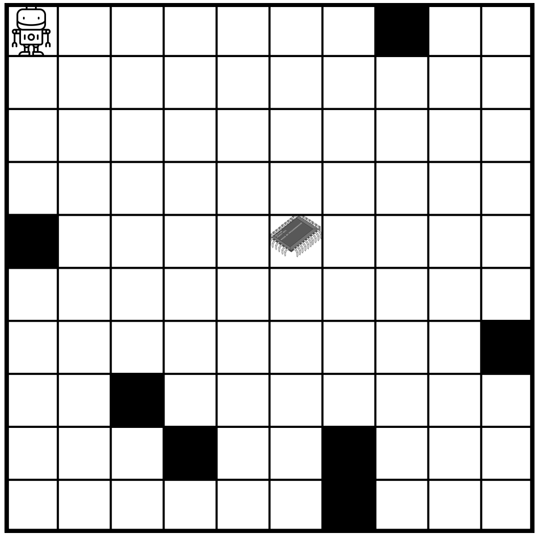
Défi nº 2 : Niveaux 4 à 6

Le code qui permet au robot de récupérer le microprocesseur vous est fourni. Vous devez retrouver sur quelle case se trouvait le robot au départ.

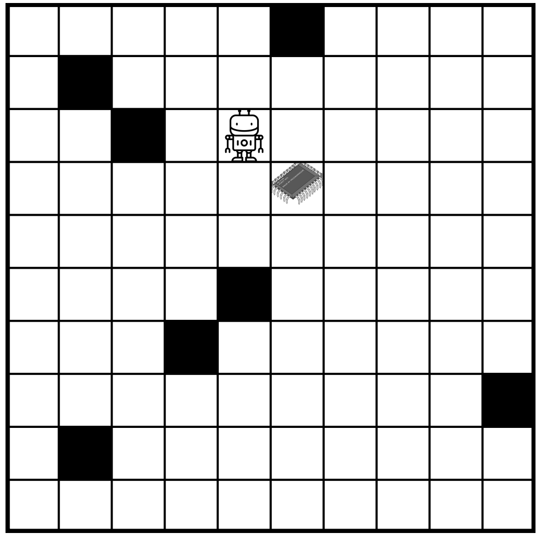
Niveau : 1



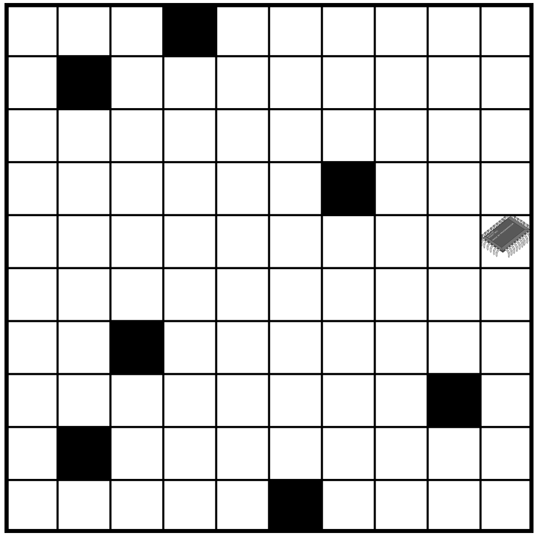
Niveau : 2



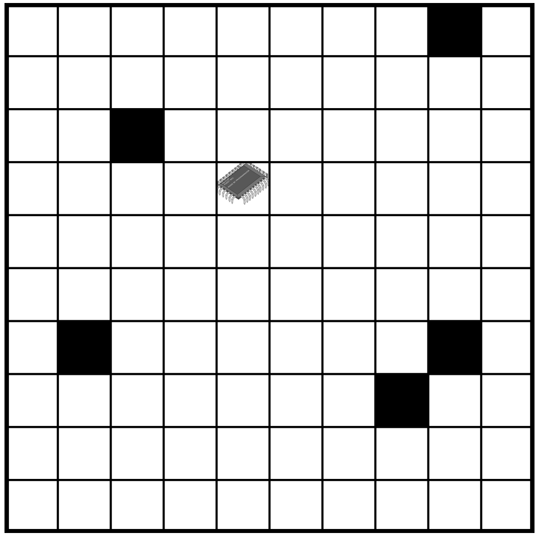
Niveau : 3



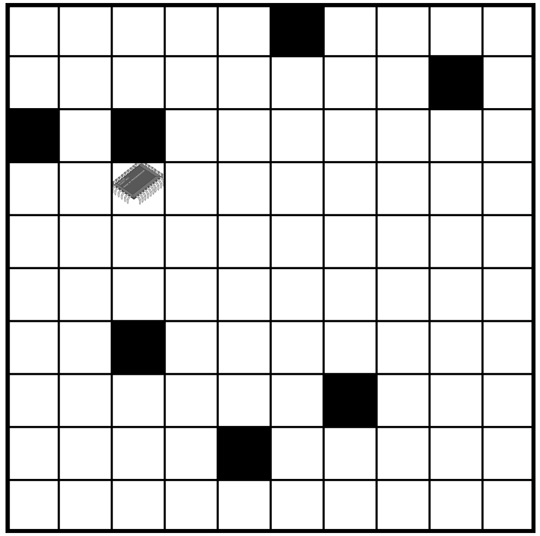
Niveau : 4



Niveau : 5



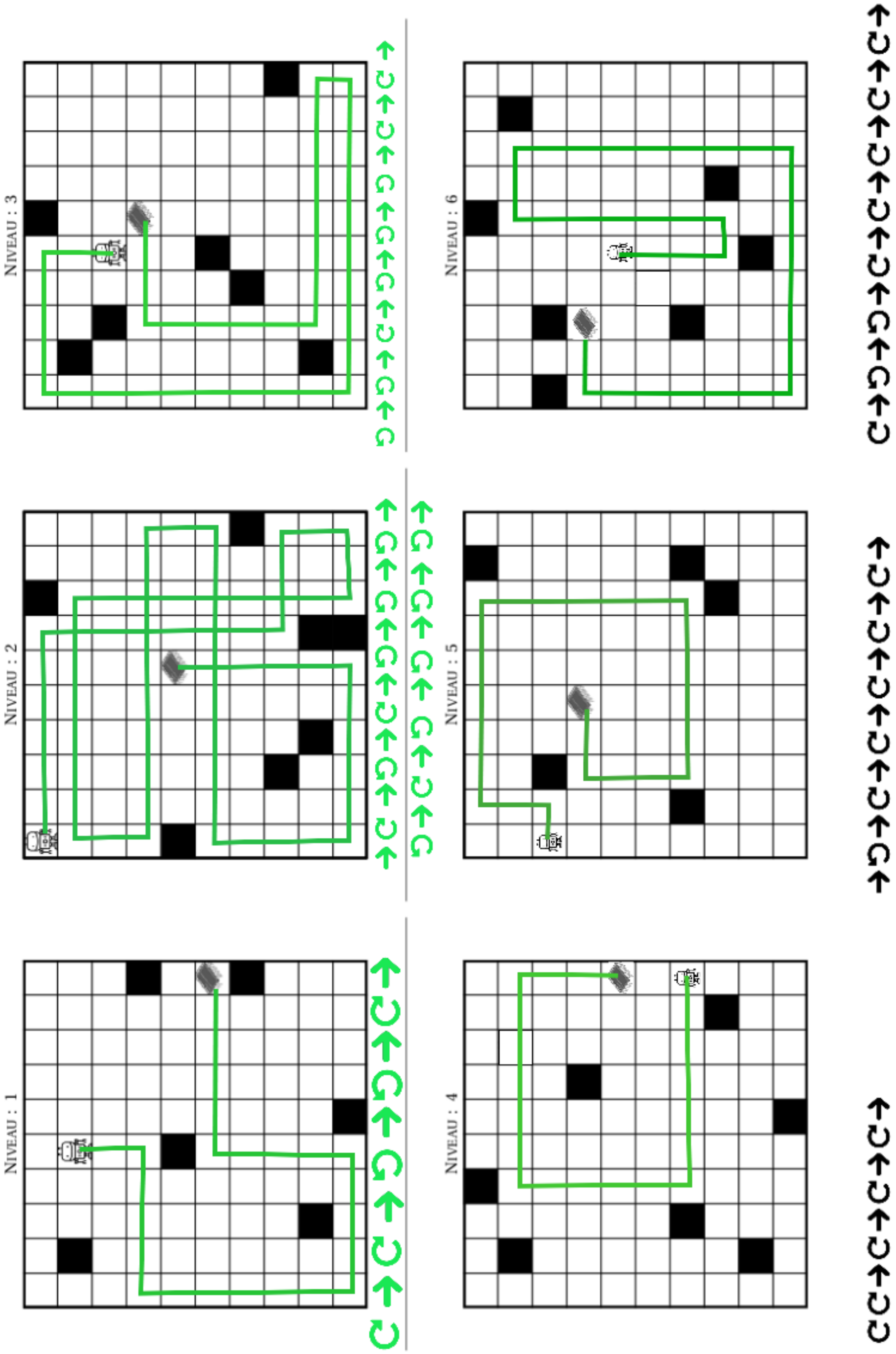
Niveau : 6

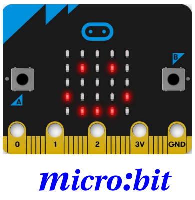


↻↻→↻→↻→↻→

→↺→↻→↻→↻→↻→↻→

↻→↺→↺→↻→↻→↻→↻→↻→


Niveau : 1
Niveau : 2
Niveau : 3
Niveau : 4
Niveau : 5
Niveau : 6

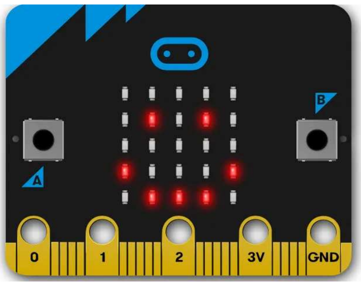


Programmer un nano-ordinateur
Cinquième

Objectif

— Découvrir la carte Microbit;
— Concevoir un programme informatique à l'aide de blocs;
— Téléverser un programme dans un objet connecté.

Présentation de la carte Microbit



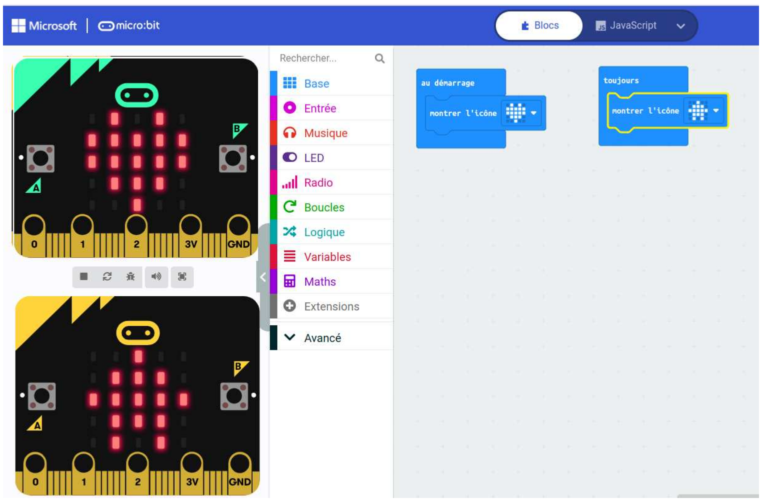
Le Micro :bit est un ordinateur à carte unique doté d'un processeur ARM. La platine embarque un processeur ARM Cortex-M0, un capteur de mouvement 3D (ou accéléromètre) et un magnétomètre 3D (ou boussole numérique), des connectiques Bluetooth et USB, une matrice de 5 x 5 DEL (25 diodes électroluminescentes), un bouton de réinitialisation et deux boutons programmables.

Programmer le nano-ordinateur

L'éditeur de programme pour la carte Microbit est disponible en ligne. Il faut se rendre sur le site : makecode.microbit.org

Choisir **Nouveau projet** et lui donner un nom de votre choix.

Votre enseignant va maintenant vous montrer comment programmer la carte pour qu'elle fasse apparaître un coeur au démarrage puis une maison. Vous devrez ensuite reproduire cela avec le Microbit qu'il vous a confié.



Défis

Vous allez devoir programmer chacun des défis suivants en respectant les consignes de votre enseignant.

Défi n° 1 : Au démarrage, un coeur apparaît pendant une seconde, puis le Microbit montre alternativement un carré pendant une seconde puis une triangle pendant une seconde et il recommence...

Défi n° 2 : Au démarrage, un coeur apparaît pendant une seconde. Ensuite quand on appuie sur le bouton A une maison apparaît et quand on appuie sur le bouton B le texte « Bonjour »est écrit sur l'écran.

Défi n° 3 : Compléter le programme précédent pour qu'il réagisse quand on appuie simultanément sur les touches A et B et aussi quand on secoue la carte.

Défi n° 4 : Créer un programme qui réagisse à six actions différentes de l'utilisateur.

Notes

[1]Cette propriété s'appelle la commutativité de la multiplication. Une démonstration formelle de cette propriété sur les entiers s'obtient en démontrant par récurrence que $a \times n = n \times a$ pour a un entier fixé et n un entier quelconque. On montre que $a \times 1 = 1 \times a$ par définition de la multiplication entière. Puis en partant d'une hypothèse de récurrence selon laquelle cette propriété est vraie à l'ordre n, on montre que $a \times (n+1) = (n+1) \times a$ en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. En effet $a \times (n+1) = a \times n + a \times 1 = n \times a + 1 \times a = (n+1) \times a$.

[1]Le degré Celsius est l'unité de mesure des températures dans le système décimal métrique. Le 0ř est défini par la température de solidification de l'eau et 100ř par sa température de vaporisation.

[2]Le degré Kelvin est utilisé en science pour faire des calculs. Elle utilise le même degré (marche) que le degré Celsius mais le 0 est défini par la température la plus basse possible : le zéro absolu $-273,15$řC qui correspond à la température théorique où le mouvement atomique est nul...

[3]Le degré Fahrenheit a pour zéro la température la plus basse que Daniel Fahrenheit, un physicien allemand du XVIII $^{\text{e}}$siècle, avait mesuré, environ -18řC. La température 100řF correspond à la température du corps humain.

Chapitre X

Index

CHAPITRE X

Bibliographie

[1] Wikipédia. Calcul — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2019. [En ligne ; Page disponible le 16-mai-2019].

[2] Wikipédia. Chiffres arabes — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2019. [En ligne ; Page disponible le 2-août-2019].

[3] Wikipédia. Nombre — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2019. [En ligne ; Page disponible le 3-mai-2019].

[4] Wikipédia. Nombre décimal — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2019. [En ligne ; Page disponible le 5-juin-2019].

Informations légales

- Auteur : Fabrice ARNAUD
- Web : pi.ac3j.fr
- Mail : contact@ac3j.fr
- Nom fichier : ./Sixieme/Cours.tex
- Dernière modification : 15 mai 2023 à 22:36

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Versions de logiciels libres utilisés :

- pdfTeX 3.141592653-2.6-1.40.24 (TeX Live 2022/Debian)
- kpathsea version 6.3.4
- Compiled with libpng 1.6.39; using libpng 1.6.39
- Compiled with zlib 1.2.13; using zlib 1.2.13
- Compiled with xpdf version 4.04