Version du 19 janvier 2021

Traces écrites pour les élèves
Sixième

Consulter le document complet pour obtenir les démonstrations, les exercices et les éléments culturels...

Fabrice ARNAUD

pi.ac3j.fr

pi.3.14159@ac3j.fr

Table des matières

CHAPITRE I

Des nombres pour compter : les nombres entiers

SITUATION INITIALE : La population mondiale

Il y a en 2019 environ 7 726 331 078 habitants sur la planète.
Voici la liste alphabétique des 20 pays les plus peuplés en 2019 :

- **Allemagne** (Europe) — 82 850 000 habitants — BERLIN — 357 022 km^2 ;
- **Bangladesh** (Asie) — 160 339 154 habitants — DACCA — 143 998 km^2 ;
- **Brésil** (Amérique) — 207 096 196 habitants — BRASILIA — 8 514 876 km^2 ;
- **Chine** (Asie) — 1 415 045 928 habitants — PÉKIN — 9 596 560 km^2 ;
- **Égypte** (Afrique) — 99 375 741 habitants — LE CAIRE — 1 001 450 km^2 ;
- **États-Unis** (Amérique) — 328 386 400 habitants — WASHINGTON — 9 833 517 km^2 ;
- **Éthiopie** (Afrique) — 102 374 044 habitants — ADDIS-ABEBA — 1 127 127 km^2 ;
- **France** (Europe) — 66 993 000 habitants — PARIS — 632 734 km^2 ;
- **Inde** (Asie) — 1 355 621 800 habitants — NEW DELHI — 3 287 263 km^2 ;
- **Indonésie** (Asie) — 266 471 000 habitants — JAKARTA — 1 904 569 km^2 ;
- **Iran** (Asie) — 82 801 633 habitants — TÉHÉRAN — 1 648 195 km^2 ;
- **Japon** (Asie) — 126 420 000 habitants — TOKYO — 377 915 km^2 ;
- **Mexique** (Amérique) — 126 577 691 habitants — MEXICO — 1 964 375 km^2 ;
- **Nigeria** (Afrique) — 190 632 261 habitants — ABUJA — 923 768 km^2 ;
- **Pakistan** (Asie) — 207 774 520 habitants — ISLAMABAD — 881 913 km^2 ;
- **Philippines** (Asie) — 107 008 620 habitants — MANILLE — 300 400 km^2 ;
- **République Démocratique du Congo** (Afrique) — 86 895 206 habitants — KINSHASA — 2 345 410 km^2 ;
- **Russie** (Asie) — 146 544 710 habitants — MOSCOU — 17 125 191 km^2 ;
- **Turquie** (Asie) : 82 835 090 habitants — ANKARA — 783 562 km^2 ;
- **Viêt Nam** (Asie) — 91 700 000 habitants — HANOI — 330 967 km^2.

1. Quelles sont les informations fournies pour chaque pays ?

2. Pour chaque continent, quel est le pays le plus peuplé ?

3. Classer ces pays dans l'ordre décroissant de leur population ?

4. Classer ces pays dans l'ordre croissant de leur superficie ?

5. Il y a-t-il un lien entre la taille de la population et la superficie d'un pays ?

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

DÉFINITION 1.1 : Écriture positionnelle

Les **entiers naturels** sont les **nombres** qui permettent de compter des objets.
Un nombre entier peut s'écrire en utilisant les 10 **chiffres** indo-arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
On utilise pour cela la **notation positionnelle** où chaque chiffre à un sens différent suivant sa position dans le nombre.

EXEMPLES :

Milliards			Millions			Milliers			Unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
								2	0	1	9
				1	2	3	4	5	6	7	8
9	0	8	0	7	0	6	0	5	0	4	1

On peut décomposer ces nombres entiers :
$2\,019 = 2 \times 1\,000 + 0 \times 100 + 1 \times 10 + 9 \times 1$
Deux-mille-dix-neuf

$12\,345\,678 = 1 \times 10\,000\,000 + 2 \times 1\,000\,000 + 3 \times 100\,000 + 4 \times 10\,000 + 5 \times 1\,000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$
Douze-millions-trois-cent-quarante-cinq-mille-six-cent-soisante-dix-huit

$908\,070\,605\,041 = 9 \times 100\,000\,000\,000 + 8 \times 1\,000\,000\,000 + 7 \times 10\,000\,000 + 6 \times 100\,000 + 5 \times 1\,000 + 4 \times 10 + 1 \times 1$
Neuf-cent-huit-milliards-soixante-dix-millions-six-cent-cinq-mille-quarante-et-un

REMARQUE IMPORTANTE :

On adopte la convention suivante :
Dans une succession d'opérations, additions, soustractions et multiplications, on convient de toujours commencer par les multiplications.
On dit que **la multiplication est prioritaire** devant l'addition et la soustraction.

EXEMPLE :
L'expression $5 \times 1\,000 + 6 \times 100$ revient à l'expression $(5 \times 1\,000) + (6 \times 100)$.

DEUX DÉCOMPOSITIONS COMPLÉMENTAIRES : :
L'écriture décimale permet d'obtenir la décomposition suivante :
$123\,456 = 1 \times 100\,000 + 2 \times 10\,000 + 3 \times 1\,000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$
Cette décomposition simplifie la lecture du sens de chaque chiffre :

- 1 est le chiffre des centaines de milliers;
- 2 est le chiffre des dizaines de milliers;
- 3 est le chiffre des unités de milliers;
- 4 est le chiffre des centaines;
- 5 est le chiffre des dizaines;
- 6 est le chiffre des unités.

Des décompositions souvent utiles sont les suivantes :
- $123\,456 = 123\,450 + 6 = 12\,345 \times 10 + 6$;
- $123\,456 = 123\,400 + 56 = 1\,234 \times 100 + 56$;
- $123\,456 = 123\,000 + 456 = 123 \times 1\,000 + 456$;
- $123\,456 = 120\,000 + 3\,456 = 12 \times 10\,000 + 3\,456$;
- $123\,456 = 100\,000 + 23\,456 = 1 \times 100\,000 + 23\,456$.

Ces décompositions permettent de dire que :
- Le nombre de dizaines dans 123 456 est 12 345 ;
- Le nombre de centaines dans 123 456 est 1 234 ;
- Le nombre de milliers dans 123 456 est 123 ;
- Le nombre de dizaines de milliers dans 123 456 est 12 ;
- Le nombre de centaines de milliers dans 123 456 est 1.

Règles orthographiques :

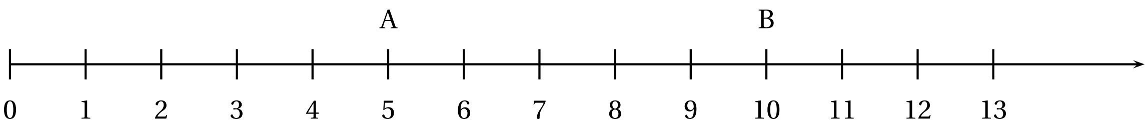
- on met un trait d'union entre tous les mots ;
- cent et vingt sont invariables sauf quand il s'agit de centaines ou de vingtaines entières ;
- mille est invariable ;
- million et milliard prennent un s au pluriel.

Exemples :
Les quatre mousquetaires.
Le tour du monde en quatre-vingts jours.
Mille-neuf-cent-quatre-vingt-quatre.
Les quatre-cents coups.
Deux-mille-dix-neuf.

II — La demi-droite graduée

❧ Définition 1.2 : La demi-droite graduée

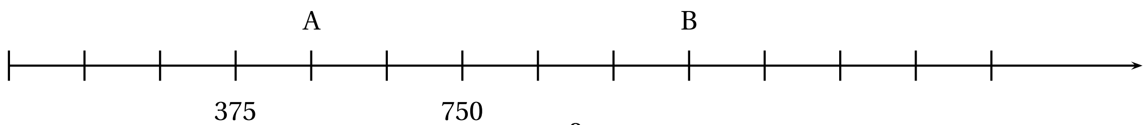
On représente les nombres entiers sur la demi-droite graduée. Cette demi-droite est constituée :
- d'une **origine** qui correspond au nombre 0 ;
- d'une **unité** qui indique le pas sur la demi-droite ;
- d'un **sens** de lecture.



On dit que
- 5 est **l'abscisse** du point A ;
- 10 est **l'abscisse** du point B.

Méthode 1 . 1 : Lire une droite graduée

L'unité n'est pas toujours indiquée de la même manière sur une droite graduée :



Dans cette situation, il y a 3 graduations entre 375 et 750.
L'écart entre 750 et 375 est $750 - 375 = 375$.
Or $375 \div 3 = 125$ donc chaque graduation représentent 125 unités.
Ainsi A a pour abscisse $375 + 125 = 500$ et B pour abscisse $725 + 3 \times 125 = 1\,100$

❧ **DÉFINITION 1.3 : Les symboles de comparaison**

Nous utilisons 3 symboles de comparaison :

- $=$ — **égal** : permet d'indiquer que deux expressions correspondent au même nombre : $3 + 4 = 7$;
- $<$ — **inférieur** ou **plus petit** : indique que l'expression de gauche est plus petite que celle de droite $8 < 9$
- $>$ — **supérieur** ou **plus grand** : indique que l'expression de gauche est plus grande que celle de droite $10 + 1 > 10 - 1$

Classer des nombres dans **l'ordre croissant** signifie les classer du plus petit au plus grand.
Classer des nombres dans **l'ordre décroissant** signifie les classer du plus grand au plus petit.

III — Somme, différence et produit de nombres entiers

❧ **DÉFINITION 1.4 : Somme, différence et produit**

Le résultat d'une **addition** de **termes** est appelée **la somme** .
Le résultat d'une **soustraction** de **termes** est appelée **la différence** .
Le résultat d'une **multiplication** de **facteurs** est appelée **le produit** .

SENS ET PROPRIÉTÉS DES OPÉRATIONS SUR LES ENTIERS :

- L' **addition** de deux nombres entiers revient à dénombrer la réunion de quantités de même nature.
  Par exemple, ajouter 4 à 9 revient à dénombrer la réunion de 9 pommes avec 4 pommes, ce qui revient à un ensemble de 13 pommes. La nature de l'objet choisi n'a pas d'importance. C'est la raison pour laquelle on écrit $4 + 9 = 13$.
  L'ordre dans lequel on effectue une addition n'a pas d'importance![1]
- La **soustraction** de deux nombres entiers revient à dénombrer l'écart entre le plus grand et le plus petit.
  Cela revient à calculer ce qu'il faut ajouter au plus petit entier pour obtenir le plus grand.
  Par exemple soustraire 9 à 4 revient à calculer le nombre entier $\heartsuit$ tel que $4 + \heartsuit = 9$. Ainsi $9 - 4 = 5$ car $4 + 5 = 9$
  L'ordre est important dans la soustraction : on soustrait un nombre entier à un plus grand!
- La **multiplication** de deux nombres entiers revient à effectuer des additions successives.
  Par exemple, multiplier 4 par 9 revient à effectuer $\underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{9 \text{ fois}} = 36$
  On remarque que multiplier 4 par 9 revient à multiplier 9 par 4 car $\underbrace{9 + 9 + 9 + 9}_{4 \text{ fois}} = 36$
  L'ordre dans lequel on effectue une multiplication n'a pas d'importance!

MÉTHODE 1 . 2 : Algorithmes d'addition, de soustraction et de multiplication des entiers

- Addition des entiers On place le nombres les uns en dessous des autres en alignant les chiffres. On effectue la somme de chaque colonne, on écrit le chiffre des unités de cette somme en bas de la colonne et le nombre de dizaine au sommet de la colonne de chiffres suivante sous forme de retenue.
  Par exemple :

$$\begin{array}{cccccc} & & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ & & 2 & 0 & 1 & 9 \\ + & 6 & 7 & 8 & 9 & 7 \\ \hline & 6 & 9 & 9 & 1 & 6 \end{array}$$

— Soustraction des entiers On place le plus grand nombre en premier puis le second en dessous en alignant les chiffres. Quand le chiffre du dessus est inférieur à celui du dessous on retire une unité au chiffre suivant ce qui permet d'ajouter 10 et d'effectuer la soustraction.
Par exemple :

$$\begin{array}{cccccc} & 6 & 9 & 9 & {\scriptstyle 1}1 & {\scriptstyle 1}6 \\ - & & 2 & {\scriptstyle 1}0 & {\scriptstyle 1}1 & 9 \\ \hline & 6 & 7 & 8 & 9 & 7 \end{array}$$

— Multiplication des entiers On place les deux nombres l'un en dessous de l'autre sans forcément aligner les chiffres. On effectue les multiplications successives.
Par exemple :

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 2 & 0 & 1 & 9 \\ & & \times & & 6 & 7 & 8 \\ \hline & & 1 & 6 & 1 & 5 & 2 \\ & 1 & 4 & 1 & 3 & 3 & \cdot \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 4 & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 3 & 6 & 8 & 8 & 8 & 2 \end{array}$$

VOCABULAIRE :

✧ **Chiffres :** Symboles utilisés pour écrire les nombres. Les romains utilisaient par exemple les symboles I, V, X, D, C. Nous utilisons les 10 chiffres arabes 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 pour écrire les nombres entiers. 9, par exemple, est un nombre, il s'écrit avec un seul chiffre. Un chiffre est à un nombre ce qu'une lettre est à un mot : une lettre ne porte aucun sens, ce n'est qu'un symbole, même si certains mots s'écrivent avec une seule lettre.

✧ **Double :** Le résultat d'une multiplication par 2 : 14 est le double de 7.

✧ **Entier naturel :** Ce sont les nombres dont on se sert pour compter des collections de choses, ceux avec lesquels on compte sur nos doigts. On les appelle aussi les nombres entiers.

✧ **Écriture positionnelle :** C'est une méthode d'écriture des nombres avec des chiffres où chaque chiffre a un sens différent suivant sa position. On parle de chiffre des unités, des dizaines, des centaines...

✧ **Inférieur :** Synonyme de plus petit que. 9 est inférieur à 10.

✧ **Moitié :** Le résultat d'une division par 2 : 7 est la moitié de 14.

✧ **Nombre :** Désigne une quantité que l'on compte ou que l'on mesure. 3 est un nombre, $3,67$ aussi.

✧ **Ordre croissant :** Classer des nombres du plus petit au plus grand.

✧ **Ordre décroissant :** Classer des nombres du plus grand au plus petit.

✧ **Quadruple :** Le résultat de la multiplication par 4 : 24 est le quadruple de 6.

✧ **Quart :** Le résultat de la division par 4 : 6 est le quart de 24.

✧ **Supérieur :** Synonyme de plus grand que. 10 est supérieur à 9.

✧ **Tiers :** Le résultat d'une division par 3 : 9 est le tiers de 27.

✧ **Triple :** Le résultat d'une multiplication par 3 : 27 est le triple de 9.

Question du jour n° 1 : Nombre mystérieux

Vous devez découvrir un nombre mystérieux.
Ce nombre entier s'écrit avec 6 chiffres. Son chiffre des unités simples est le double de celui de ces centaines de milliers. Le chiffre des centaines vaut la moitié de celui des dizaines de milliers. Le chiffre des dizaines et celui des unités de milliers sont identiques. La somme des 6 chiffres est égale à 20.

Quel est ce nombre ? (Il y a 9 solutions !)

Question du jour n° 2 : Nombre mystérieux – Épisode 2

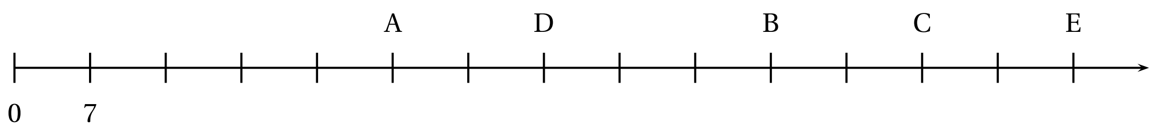
Vous devez découvrir un nombre mystérieux.
Ce nombre entier s'écrit avec 9 chiffres, tous différents et sans zéro. Le chiffre des unités de milliers vaut le quadruple de celui des centaines de millions. Le chiffre des centaines de millions est le double de celui des dizaines de milliers. Le chiffre des centaines de millions vaut la moitié des unités de millions. Le chiffre des dizaines de millions vaut le tiers des unités simples. Le chiffre des dizaines vaut le double de celui des dizaines de millions.

Quel est ce nombre ? (Il y a 2 solutions !)

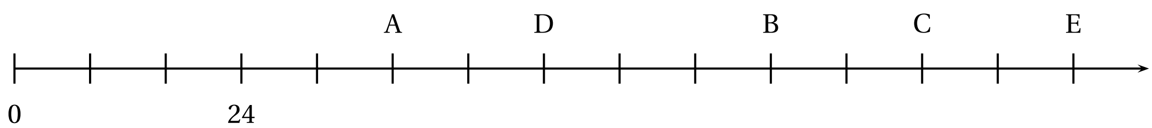
Question du jour n° 3 : Nombre mystérieux – Épisode 3

Vous devez découvrir un nombre mystérieux.
Ce nombre entier s'écrit avec 6 chiffres. Son chiffre des unités simples est le triple de celui des unités de milliers. Son chiffre des dizaines de milliers vaut le quart de celui des centaines. Le chiffre des dizaines vaut la moitié de celui des centaines de milliers. La somme des 6 chiffres est égale à 30.
Quel est ce nombre ?

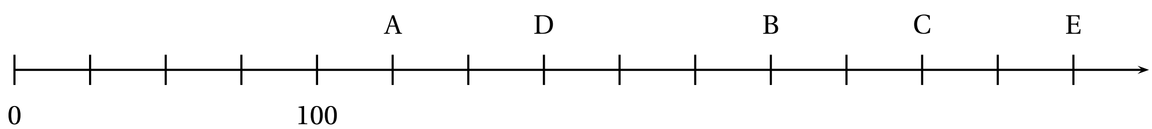
Question du jour n° 4 : Droite graduée



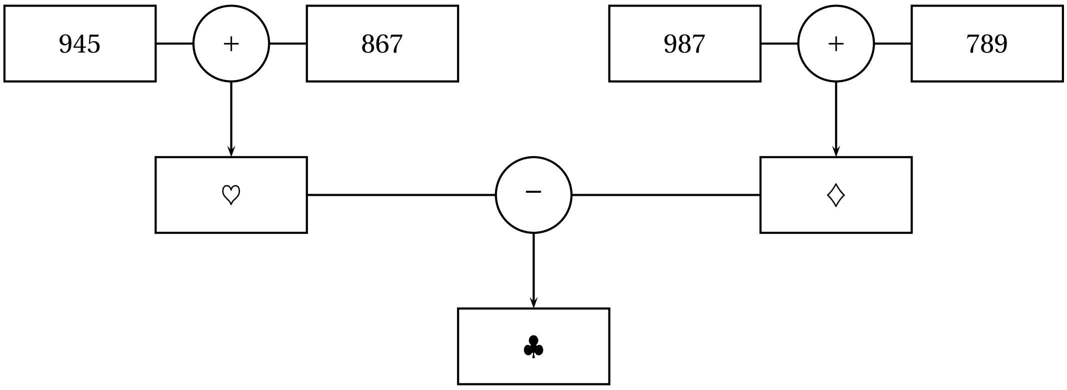
Question du jour n° 5 : Droite graduée – Épisode 2



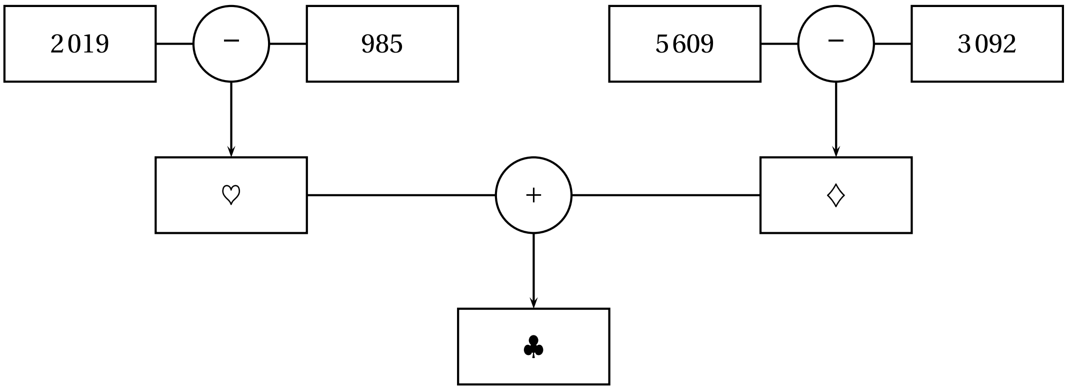
Question du jour n° 6 : Droite graduée – Épisode 3



QUESTION DU JOUR N° 7 : Algorithme



QUESTION DU JOUR N° 8 : Algorithme – Épisode 2



Correction du jour nº 1 : Nombre mystérieux

Les 9 solutions : 361 316 – 441 218 – 281 414 – 324 146 – 164 342 – 244 244 – 404 048 – 127 172 – 207 074

Correction du jour nº 2 : Nombre mystérieux – Épisode 2

Deux solutions : 234 518 769 – 234 718 569

Correction du jour nº 3 : Nombre mystérieux – Épisode 3

Une seule solution : 822 846

Correction du jour nº 4 : Droite graduée

A(35) – B(70) – C(84) – D(49) – E(98)

Correction du jour nº 5 : Droite graduée – Épisode 2

A(40) – B(80) – C(96) – D(56) – E(112)

Correction du jour nº 6 : Droite graduée – Épisode 3

A(125) – B(250) – C(300) – D(175) – E(350)

Correction du jour nº 7 : Algorithme

$\heartsuit = 1\,812$ – $\diamondsuit = 1\,776$ – $\clubsuit = 36$

Correction du jour nº 8 : Algorithme – Épisode 2

$\heartsuit = 1\,034$ – $\diamondsuit = 2\,517$ – $\clubsuit = 3\,551$

Exercices

Exercice n° 1.1 : Test

Lala

EXERCICE N° 1.1 : Test CORRECTION

DEVOIR MAISON : LES NOMBRES ENTIERS — **L'ordre lexicographique**

1. Écrire en lettres en les classant dans l'ordre alphabétique les nombres entiers compris entre 1 et 20.

2. On imagine avoir classé dans l'ordre alphabétique tous les nombres compris entre 1 et 100.
Quels sont les trois premiers nombres de cette liste ?
Quels sont les trois derniers nombres de cette liste ?
Donner la réponse en écrivant les nombres en lettres et en chiffres.

3. On imagine maintenant avoir classé dans l'ordre alphabétique tous les nombres compris entre 1 et 1 000 000.
Quels sont les cinq premiers nombres de cette liste ?
Quels sont les cinq derniers nombres de cette liste ?
Donner la réponse en écrivant les nombres en lettres et en chiffres.

4. Écrire en lettres en les classant dans l'ordre alphabétique les nombres entiers compris entre 1 et 20 en **anglais** !

Défi : Quel est le nombre entier inférieur à 1 000 000 000 qui s'écrit en utilisant le plus de lettres en français (on ne compte pas les traits d'union !) ?

DEVOIR MAISON : **Les nombres entiers** – Éléments de correction

L'ordre lexicographique

1. cinq — deux — dix — dix-huit — dix-neuf — dix-sept — douze — huit — neuf — onze — quatorze — quatre — quinze — seize — sept — six — treize — trois — un — vingt

2. Les trois premiers : cent — cinq — cinquante soit 100 — 5 — 50
Les trois derniers : vingt-sept — vingt-six — vingt-trois soit 27 — 26 — 23

3. Les cinq premiers : cent — cent-cinq — cent-cinquante — cent-cinquante-cinq — cent-cinquante-deux soit 100 — 105 — 150 — 155 — 152
Les cinq derniers : vingt-trois-mille-vingt-neuf — vingt-trois-mille-vingt-quatre — vingt-trois-mille-vingt-sept — vingt-trois-mille-vingt-six — vingt-trois-mille-vingt-trois soit 23 029 — 23 024 — 23 027 — 23 026 — 23 023

4. eight — eighteen — eleven — fifteen — five — four — fourteen — nine — nineteen — one — ten — thirteen — three — twelve — twenty — two — seven — seventeen — six — sixteen

Défi : quatre-cent-quatre-vingt-quatorze-millions-quatre-cent-quatre-vingt-quatorze-mille-quatre-cent-quatre-vingt-quatorze : 100 lettres !
Soit 494 494 494 : 9 chiffres seulement !

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Compétences et savoirs faire	MI	MF	MS	TB
Connaître les unités de numération décimale pour les nombres entiers				
Décomposer les grands nombres entiers				
Ranger des nombres entiers				
Encadrer des nombres entiers				
Repérer des nombres entiers sur une demi-droite graduée				
Poser une addition de nombres entiers				
Poser une soustraction de nombres entiers				
Poser une multiplication de nombres entiers				
Connaître le vocabulaire des opérations				
Expliquer sa démarche ou son raisonnement				

Exercice 1 : Écrire les nombres suivants en utilisant l'écriture décimale :

— trois-mille-huit-cent-quatre-vingt-dix-sept :
— dix-millions-six-cents-soixante-treize-mille-trente :
— cinq-cent-sept-milliards-huit-cent-treize-millions-six-cent-quarante-cinq-mille-deux-cent-six :
— trente-deux-milliards-soixante-sept-mille-trente-et-un :
— un-milliard-un-million-mille-un :

Exercice 2 : Observez bien le nombre 876 031 452

Complétez maintenant le tableau suivant :

6	est le chiffre des	
5	est le chiffre des	
8	est le chiffre des	
	est le chiffre des	unités de milliers
0	est le chiffre des	
4	est le chiffre des	

Exercice 3 Observez bien le nombre 145 900

Répondez aux questions suivantes :

Combien il y a-t-il de centaines dans ce nombre ?

Quel est le chiffre des centaines de ce nombre ?

Combien il y a-t-il de dizaines de milliers dans ce nombre ?

Combien il y a-t-il de dizaines dans ce nombre ?

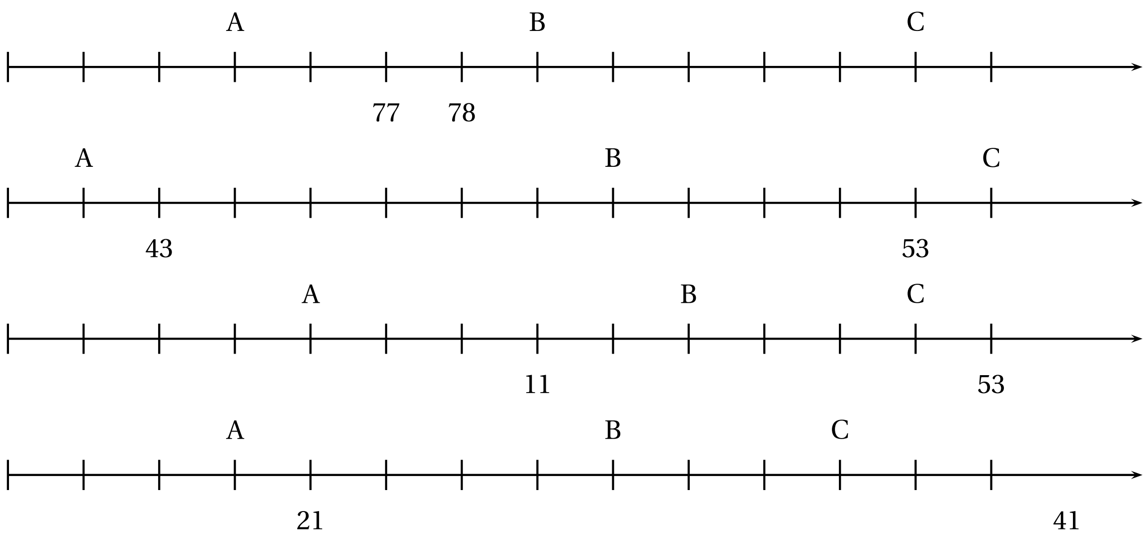
Exercice 4 : Poser et effectuer ci-dessous :

$5\,645 + 12\,709$	$7\,807 - 5\,989$	567×86

Exercice 5 : Calculer en posant ci-dessous :

Le double de 2 016	La somme de 823 et 123 789	Le produit de la somme de 123 et 36 et de la différence de 87 et 23

Exercice 6 : Indiquez sous chacune des droites suivantes l'abscisse des points A, B et C.



Exercice 7

1. Classer les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

10 098 10 890 10 980 10 100 11 001 10 999 10 000

2. Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

873 306 873 999 873 300 875 001 874 999 873 360 872 998

Exercice 8

Je suis un nombre mystérieux :
• Mon chiffre des unités est la moitié de mon chiffre des unités de mille ;
• Mon chiffre des centaines est le triple de celui de mes dizaines ;
• La somme de mes chiffres est 24
Qui suis-je ?

LES NOMBRES ENTIERS

Nombres et chiffres

Les **entiers naturels** sont les **nombres** qui permettent de compter des objets.
Un nombre entier peut s'écrire en utilisant les 10 **chiffres** indo-arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. On utilise pour cela la **notation positionnelle** où chaque chiffre à un sens différent suivant sa position dans le nombre.

Le sens des chiffres

Milliards			Millions			Milliers			Unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
								2	0	1	9
				1	2	3	4	5	6	7	8
9	0	8	0	7	0	6	0	5	0	4	1

$2019 = 2\times1000+0\times100+1\times10+9\times1$
$12345678 = 1\times10000000+2\times1000000+3\times100000+4\times10000+5\times1000+6\times100+7\times10+8\times1$
$908070605041 = 9\times100000000000+8\times1000000000+7\times10000000+6\times100000+5\times1000+4\times10+1\times1$

EXEMPLE :
Le nombre 12 345 se décompose ainsi : $12345 = 1\times10000+2\times1000+3\times100+4\times10+5\times1$

- Le **chiffre** des unités est : 5 ;
- Le **chiffre** des dizaines est : 4 ;
- Le **chiffre** des centaines est : 3 ;
- Le **chiffre** des milliers est : 2 ;
- Le **chiffre** des dizaines de milliers est : 1 ;

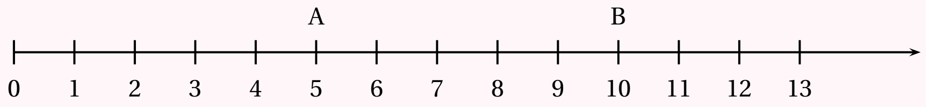
$12345 = 12340+5 = 1234\times10+5$
$12345 = 12300+45 = 123\times100+45$
$12345 = 12000+345 = 12\times1000+345$
$12345 = 10000+2345 = 1\times1000+2345$

- Le **nombre** d'unités est : 12 345 ;
- Le **nombre** de dizaines est : 1 234 ;
- Le **nombre** de centaines est : 123 ;
- Le **nombre** de milliers est : 12 ;
- Le **nombre** de dizaines de milliers est : 1.

La demi-droite graduée

On représente les nombres entiers sur une demi-droite graduée. Cette demi-droite est constituée :

- d'une **origine** qui correspond au nombre 0 ;
- d'une **unité** qui indique le pas sur la demi-droite ;
- d'un **sens** de lecture.



On dit que
- 5 est **l'abscisse** du point A ;
- 10 est **l'abscisse** du point B.

Opérations et vocabulaire

Le résultat d'une **addition** s'appelle la **somme** .
Le résultat d'une **soustraction** s'appelle la **différence** .
Le résultat d'une **multiplication** s'appelle le **produit** .
Le résultat d'une **division** s'appelle le **quotient** .

Le **double** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 2.
La **moitié** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 2.
Le **triple** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 3.
Le **tiers** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 3.
Le **quadruple** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 4.
Le **quart** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 4.

EXEMPLE :
La **somme** de 78 et 90 est 168 car $78+90=168$.
On dit que 78 et 90 sont les **termes** de la **somme** .

La **différence** de 2 020 et 1 789 est 231 car $2020-1789=231$
On dit que 2 020 et 1 789 sont les **termes** de la **différence** .

Le **produit** de 12 par 23 est 276 car $12\times23=276$.
On dit que 12 et 23 sont les **facteurs** du **produit** .

Le produit de la somme de 5 et 7 par la différence de 12 et 5 vaut 84.
En effet : $5+7=12$ et $12-5=7$ donc $12\times7=84$
On peut aussi écrire $(5+7)\times(12-5)$.

CHAPITRE II

Du dessin à la figure de géométrie : premiers éléments

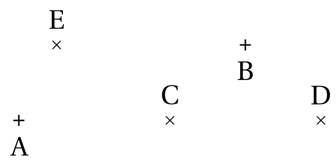
SITUATION INITIALE : Le Math'ionary

Voici un jeu à utiliser en classe pour initier la necessité de mettre en place un vocabulaire commun pour décrire une figure de géométrie.
Voir en annexe.

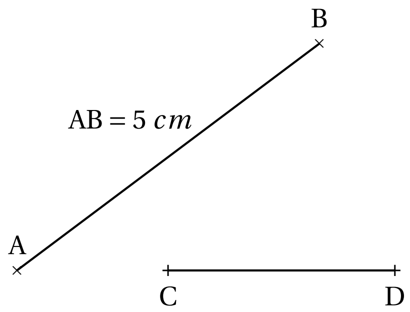
I — Les objets fondamentaux : point, segment, droite et demi-droite

DÉFINITION 2.1 : Point, segment, droite et demi-droite

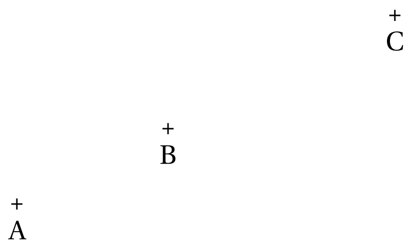
Un **point** géométrique ne désigne pas un objet mais un emplacement. Un point ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur. On représente un point par une croix et on le nomme par une lettre.



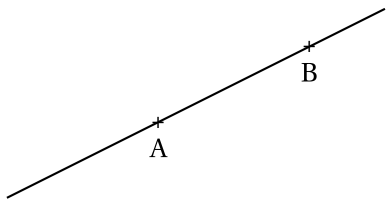
Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points. Un segment possède une longueur mais pas de largeur ni d'épaisseur. On note [AB] le segment reliant les points A et B. A et B sont les **extrémités** du segment. On note AB la longueur du segment [AB].



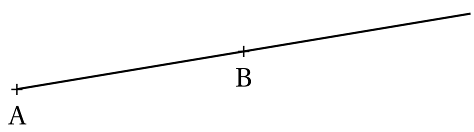
Trois points sont **alignés** si l'un de ces trois points se trouve sur le segment formé par les deux autres.



Une **droite** est la ligne constituée par tous les points alignés avec deux points. On note (AB) la droite passant par A et B constituée des points alignés avec A et B. Une droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seul côté par un point : son **origine** . On note [AB) la demi-droite d'origine A passant par B. Une demi-droite ne possède ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.



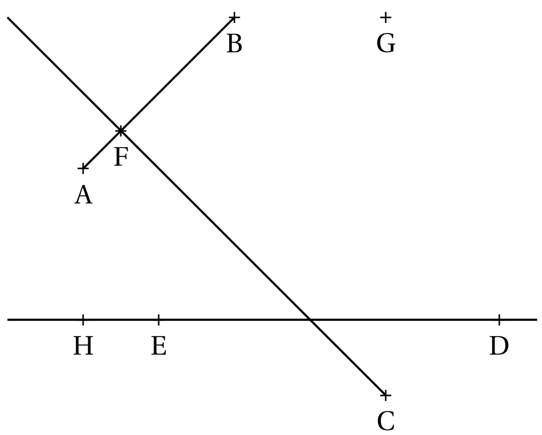
II — Une première relation : appartenir, ne pas appartenir

DÉFINITION 2.2 : Appartenir, ne pas appartenir

Lorsqu'un point se situe sur un segment, une demi-droite ou sur une droite, on dit qu'il **appartient** au segment, la demi-droite ou la droite.
On utilise le symbole $\in$ pour « appartient à ».

Dans le cas contraire on dit qu'il **n'appartient pas** .
On utilise le symbole $\notin$ pour « n'appartient pas à ».

EXEMPLE :



F $\in$ [AB]

H $\in$ (ED)

G $\notin$ [CF]

H $\notin$ [ED]

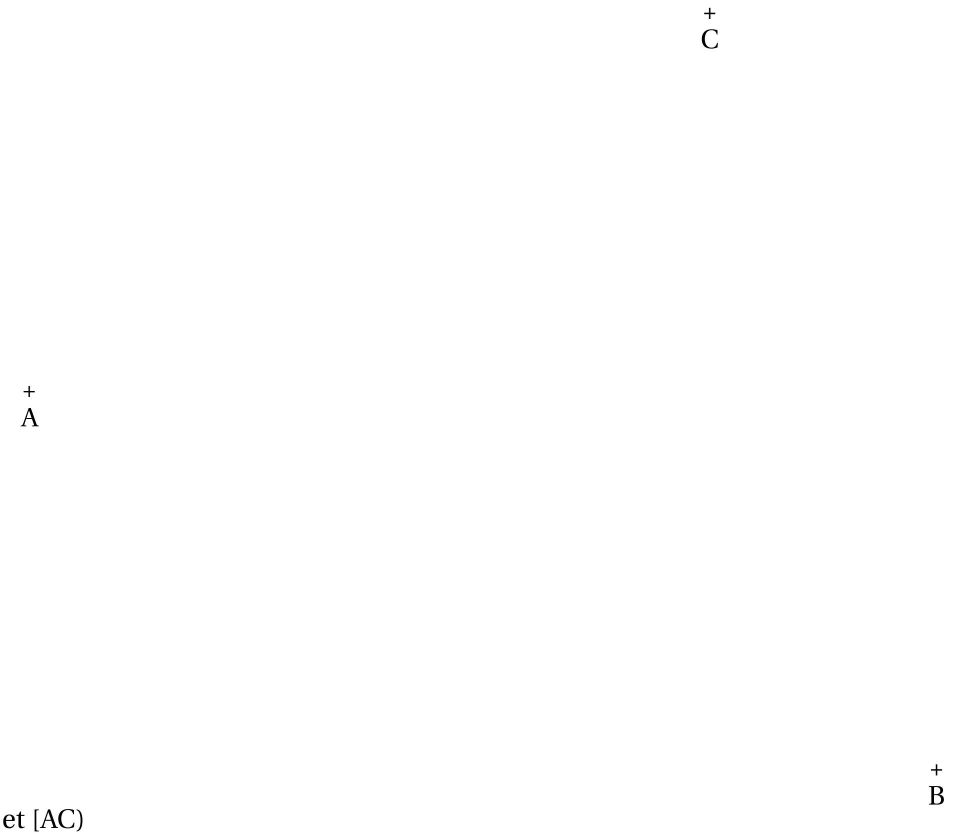
H $\in$ [DE)

REMARQUE :
Pour qu'un objet (segment, droite, demi-droite) soit défini, il suffit que deux points soient donnés, même si l'objet n'est pas représenté.
Ainsi sur la figure ci-dessus, la droite (GD) est définie ainsi que le segment [AH] ou la demi-droite [BA).

III — Position relative des droites : parallèles, sécantes et perpendiculaires

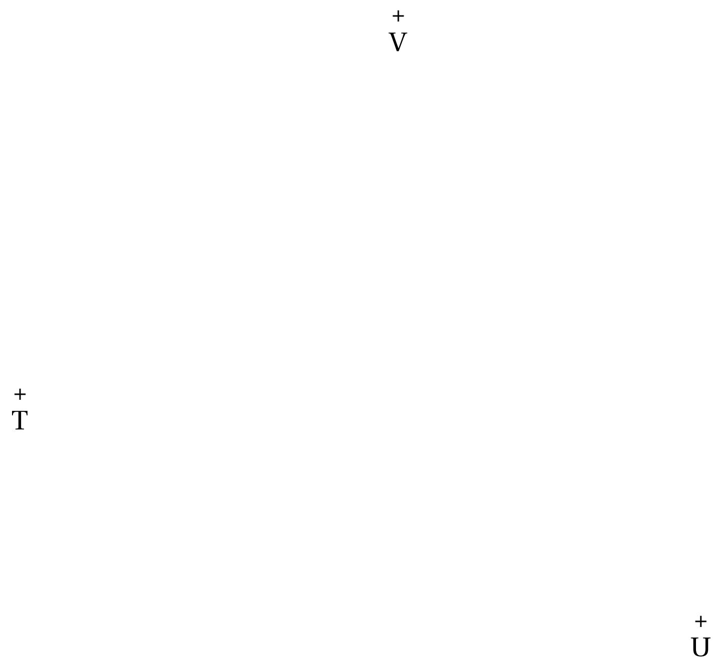
NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice 1



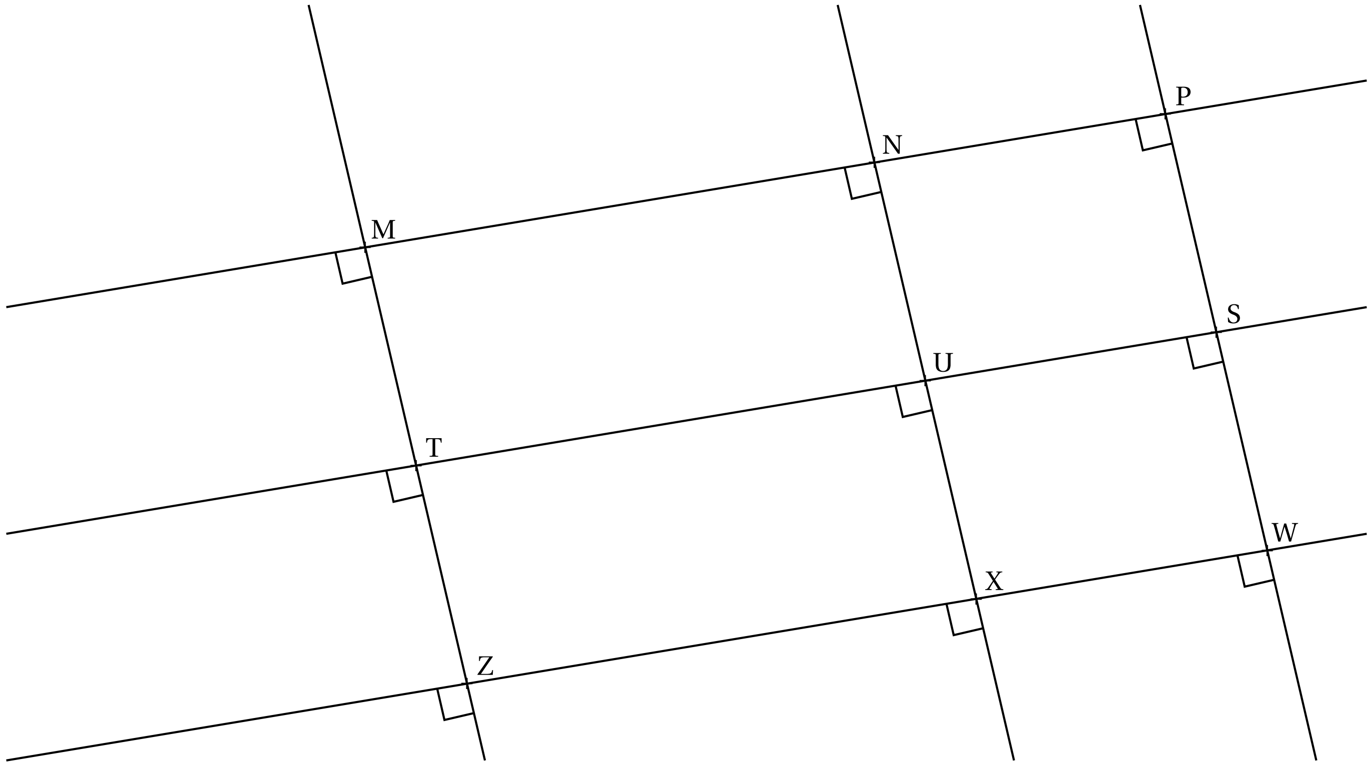
1. Tracer (AB), [BC] et [AC)
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

Exercice 2



1. Tracer (VU), [TV] et [UT)
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3

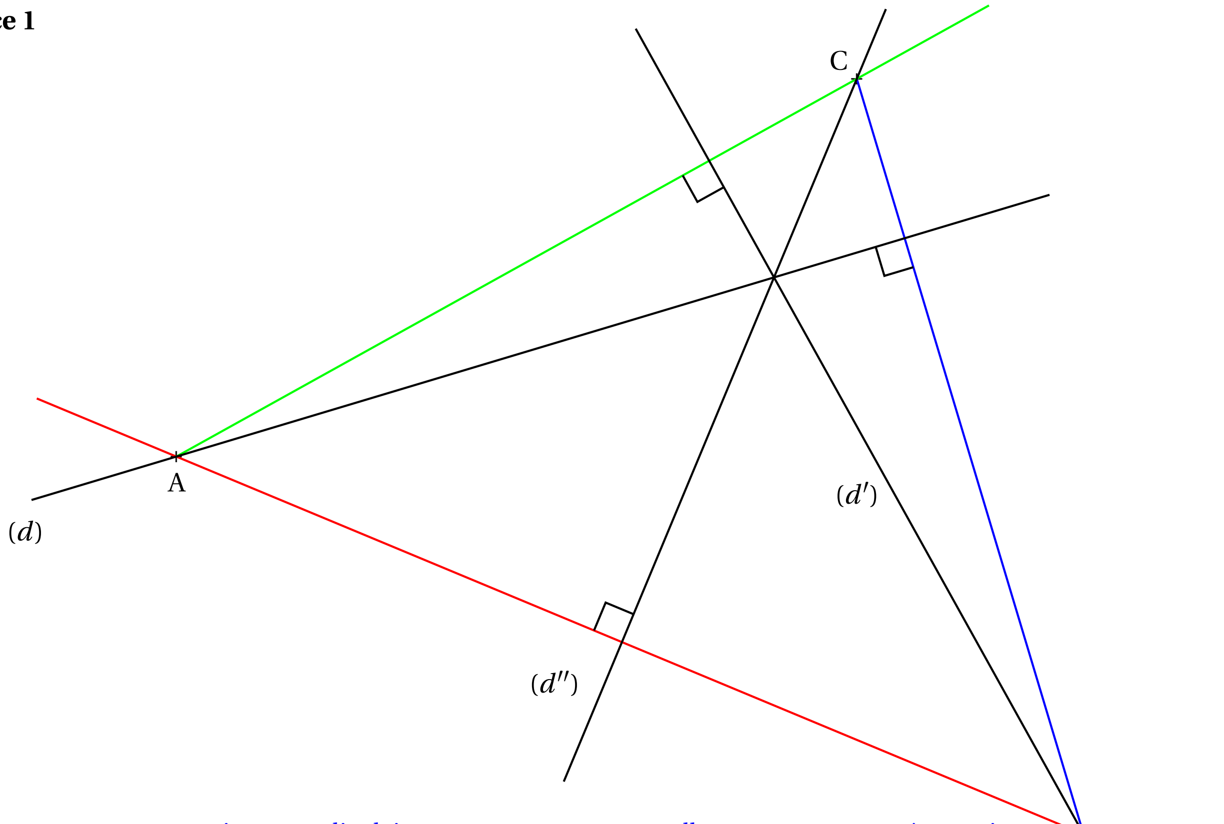


Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\parallel$ ou $\perp$.

(MN)	(TU)	N	(MP)
Z	[MT)	X	(TU)
X	[UN]	W	(MU)
X	[UN)	U	[NX)
X	[NU)	W	(SP)
X	(UN)	W	[SP)
(UX)	(ST)	W	[PS)
(XV)	(NP)	W	[SP]
(UX)	(MN)	(XW)	(MN)
(TU)	(PN)	(NU)	(ZX)

Évaluation de géométrie — Correction

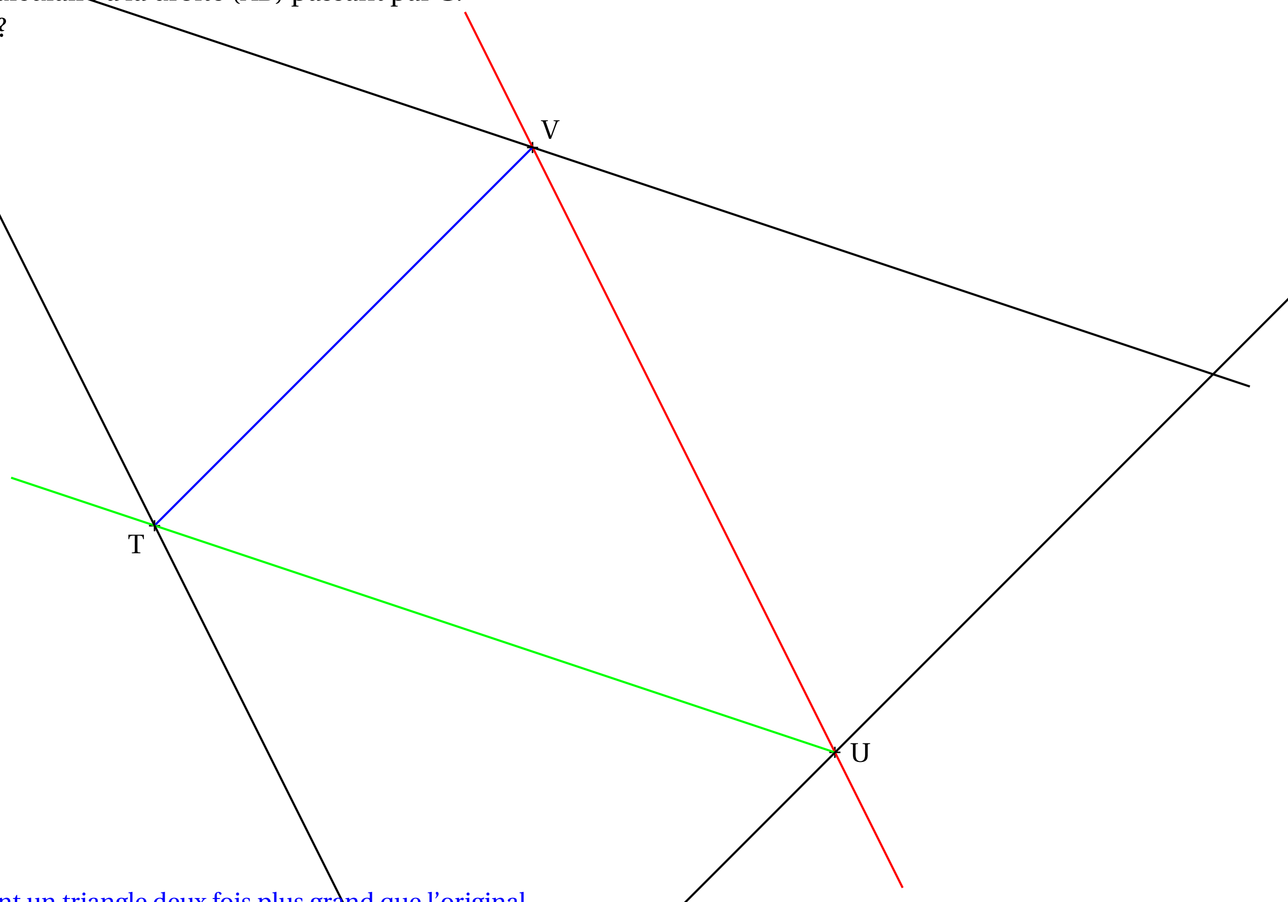
Exercice 1



On remarque que ces trois perpendiculaires sont concourrantes : elles se coupent au même point.

1. Tracer (AB), [BC] et [AC)
2. Tracer (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.
3. Tracer (d') perpendiculaire à la droite (AC) passant par B.
4. Tracer (d'') perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.
Que remarquez-vous ?

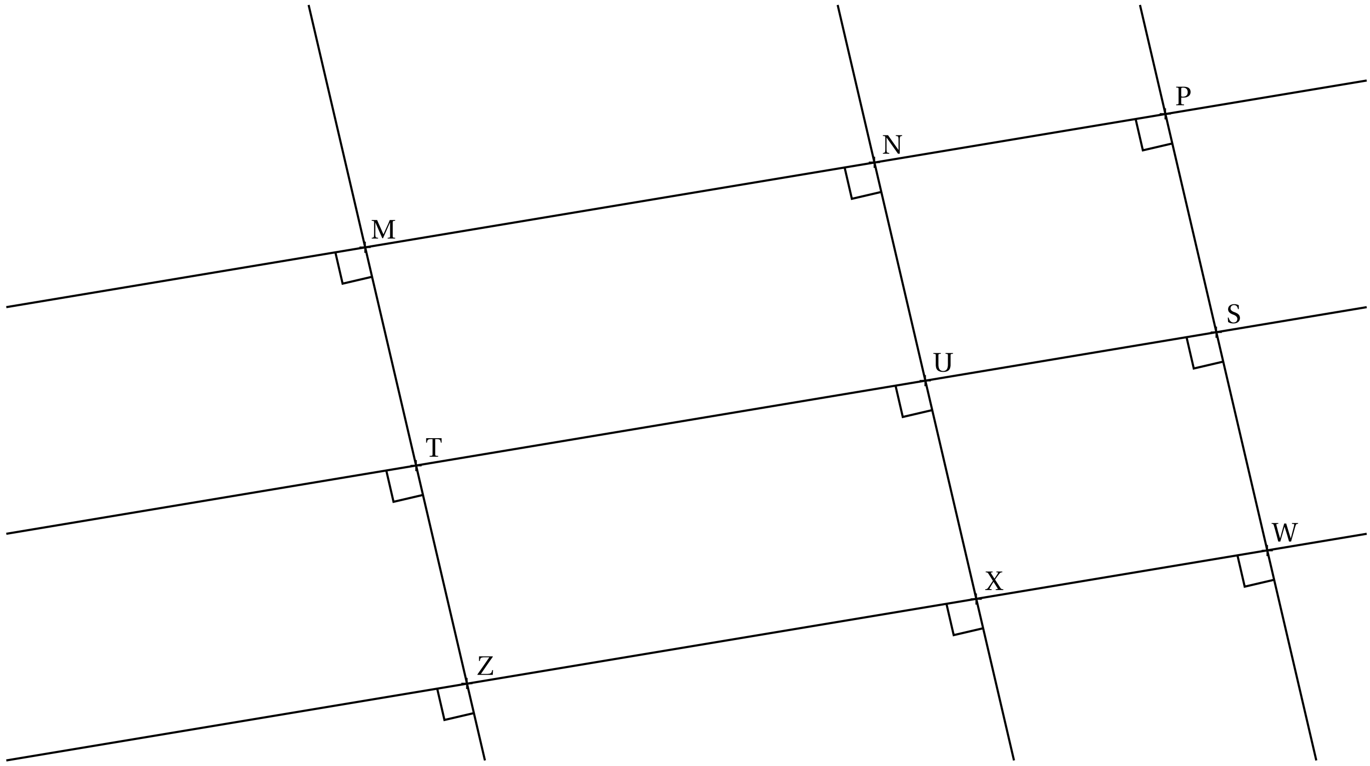
Exercice 2



Les parallèles forment un triangle deux fois plus grand que l'original.

1. Tracer (VU), [TV] et [UT)
2. Tracer (d_1) parallèle à la droite (UV) passant par T.
3. Tracer (d_2) parallèle à la droite (VT) passant par U.
4. Tracer (d_3) parallèle à la droite (UT) passant par V.
Que remarquez-vous ?

Exercice 3



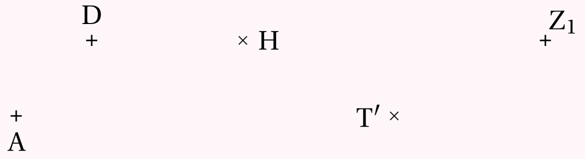
Compléter les expressions suivantes en utilisant les symboles : $\in$, $\notin$, $\|$ ou $\perp$.

(MN) $\|$ (TU)	N $\notin$ (MP)
Z $\in$ [MT)	X $\notin$ (TU)
X $\notin$ [UN]	W $\notin$ (MU)
X $\notin$ [UN)	U $\in$ [NX)
X $\in$ [NU)	W $\in$ (SP)
X $\in$ (UN)	W $\notin$ [SP)
(UX) $\perp$ (ST)	W $\in$ [PS)
(XW) $\|$ (NP)	W $\notin$ [SP]
(UX) $\perp$ (MN)	(XW) $\|$ (MN)
(TU) $\|$ (PN)	(NU) $\perp$ (ZX)

Premiers éléments de géométrie

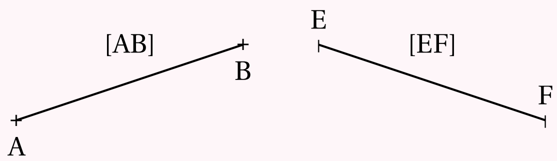
Point

Un **point** géométrique désigne en emplacement.
On le représente par une croix et on le nomme avec une lettre.



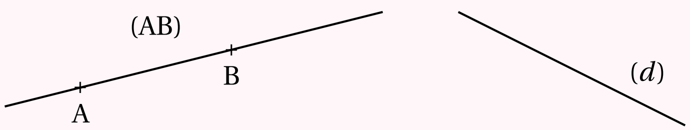
Segment

Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points.
Ces deux points sont les **extrémités** du segment.
On note [AB] le segment dont les points A et B sont les extrémités.
On note AB la longueur de ce segment.



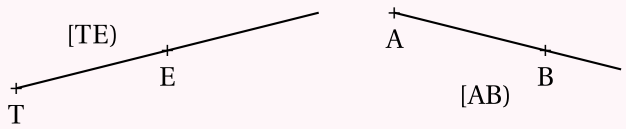
Droite

Une **droite** est constituée de tous les points alignés avec deux points.
On note (AB) la droite passant par les points A et B.



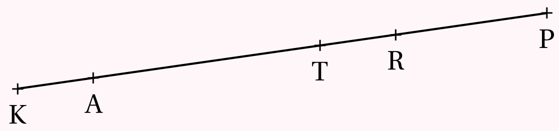
Demi-droite

Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seule côté son **origine** .
On note [AB) la demi-droite d'origine A passant par B.



Points alignés

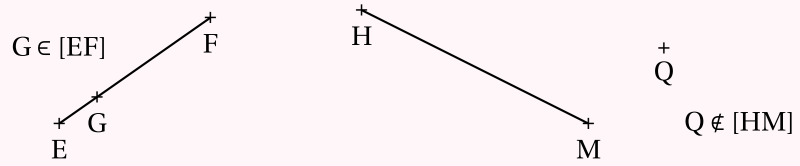
Des points sont **alignés** s'ils se situent tous sur le segment dont les extrémités sont deux d'entre eux.



Appartient, n'appartient pas

Quand un point se situe sur un segment, une droite ou une demi-droite, on dit qu'il **appartient à** un de ces objets géométriques.
On note A ∈ (CG) pour dire que A **appartient** à la droite (CG).

Quand un point ne se situe pas sur un objet géométrique, on dit qu'il **n'appartient pas à** un de ces objets géométriques.
On note C ∉ [TY] pour dire que C **n'appartient pas** au segment [TY].

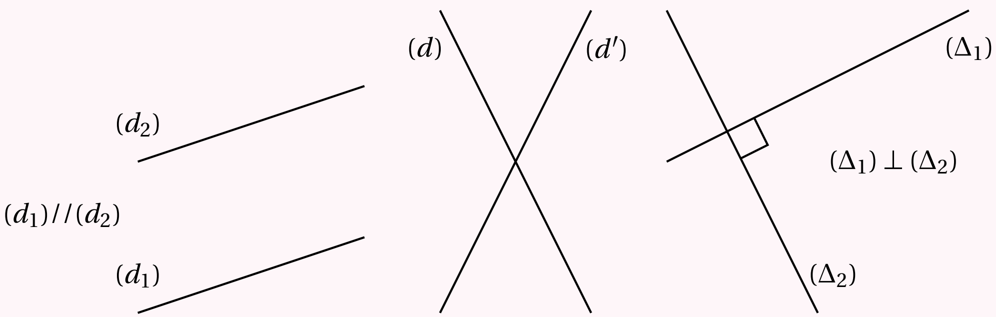


Relations entre les droites

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une fois, elles ont un **point d'intersection** . On dit que ces droites sont **sécantes** .

Deux droites qui ne sont pas sécantes n'ont aucun point d'intersection. On dit qu'elles sont **parallèles** . Quand deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles on note $(d_1)//(d_2)$.

Deux droites sécantes qui se rencontrent en formant quatre angles égaux sont **perpendiculaires** . On dit que ces angles sont **droits** . Quand deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note $(d) \perp (d')$.



IV — Annexes

1 Le Math'Ionary

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu !

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case nº 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case nº 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case nº 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case nº 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case nº 2 et la case nº 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible !

Le Math'ionary

Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu !

1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case nº 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case nº 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case nº 1.

4. Enfin, vous devez coller dans la case nº 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case nº 2 et la case nº 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible !

Le Math'ionary

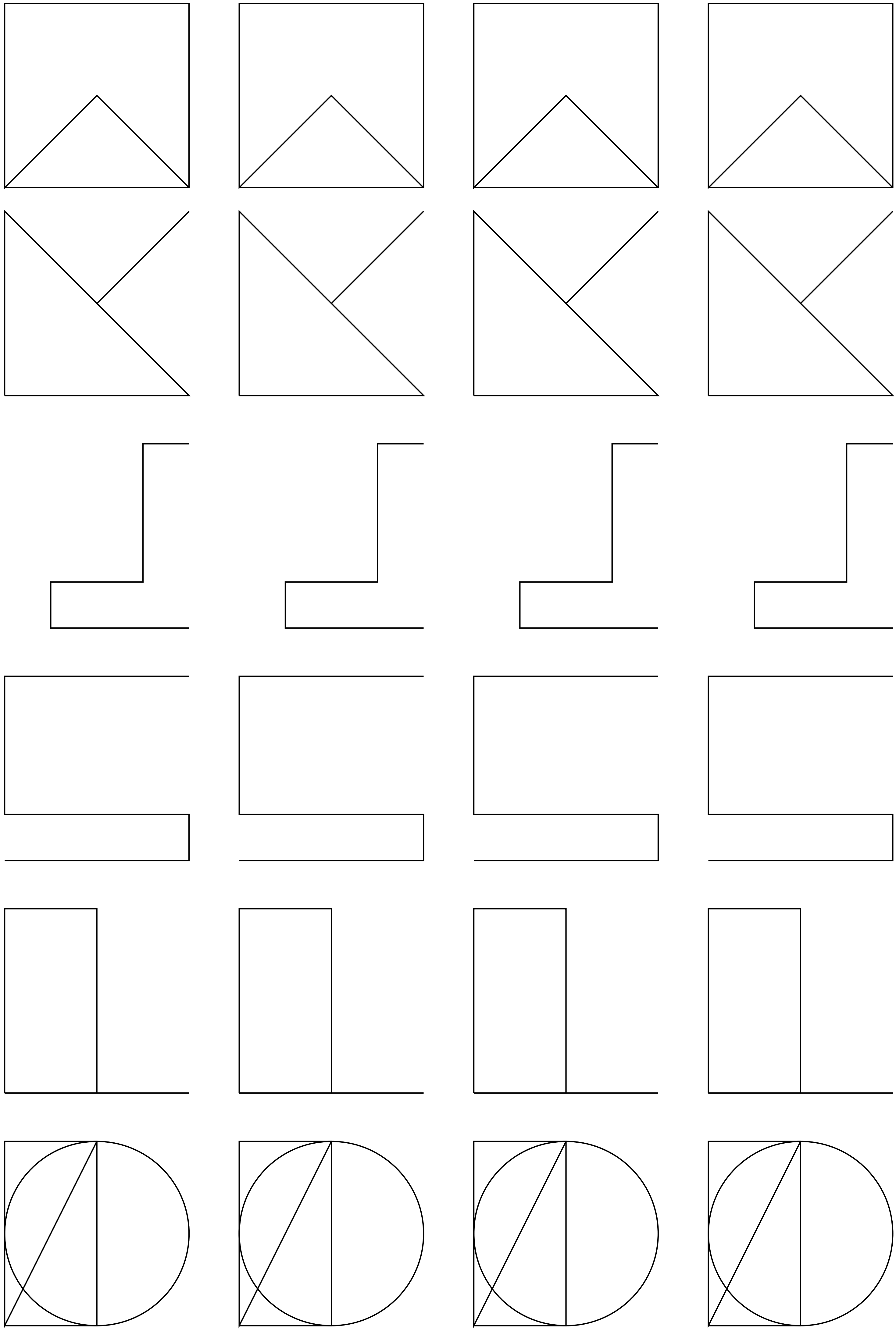
Ce jeu se joue à deux. Vous devez faire deviner une figure de géométrie à votre partenaire afin qu'il la redessine le plus exactement possible.
Vous n'avez pas le droit de montrer cette figure à votre partenaire de jeu !

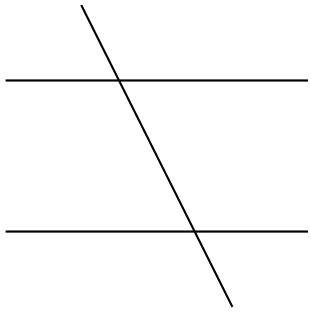
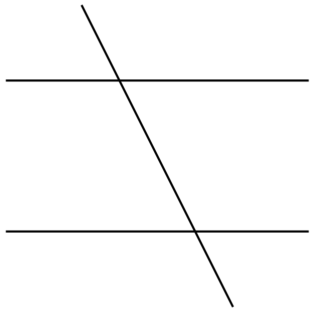
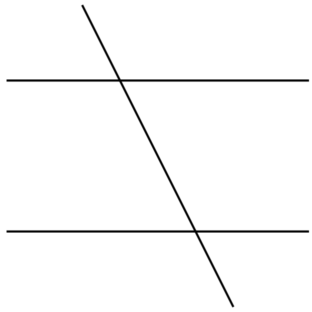
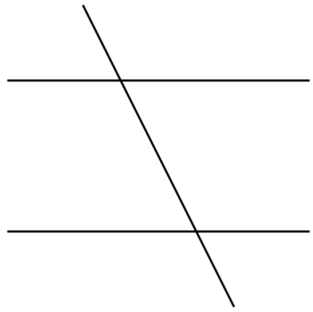
1. Au début de la partie le professeur donne à chacun, face cachée une figure de géométrie, un morceau de papier et une fiche de jeu vierge.

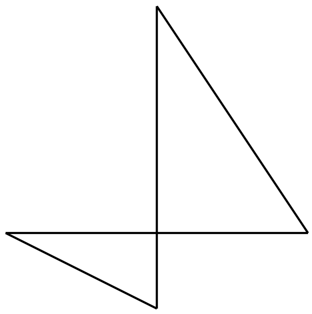
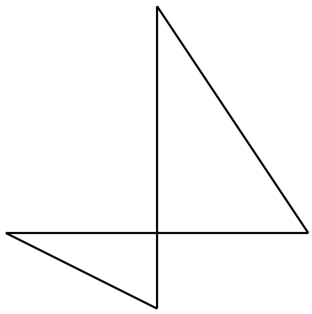
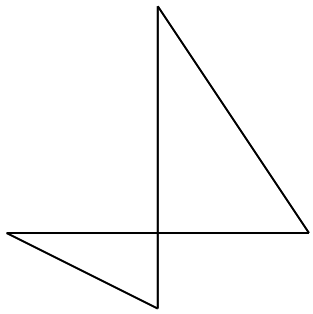
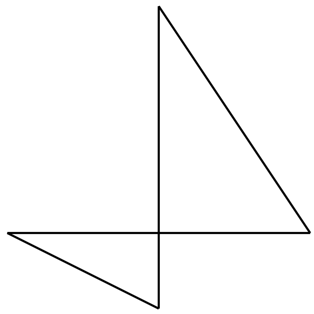
2. Dans un premier temps, vous devez décrire dans la case nº 1 la figure que le professeur vous a donnée. Vous ne pouvez pas faire de dessin dans cette case.

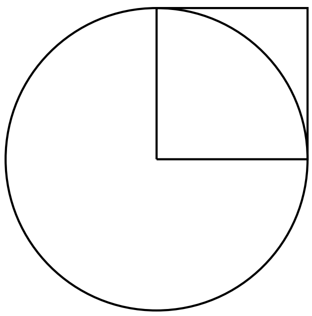
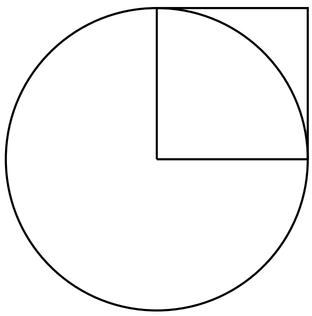
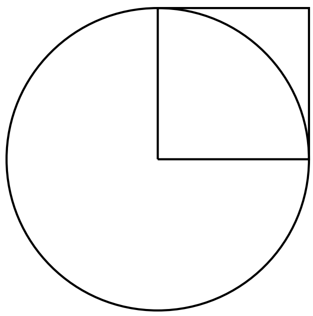
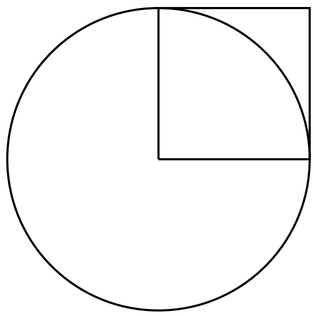
3. Dans un second temps, vous allez échanger votre fiche de jeu avec votre voisin. Vous devez ensuite tracer dans la case nº 2 la figure que votre partenaire à décrite dans la case nº 1.

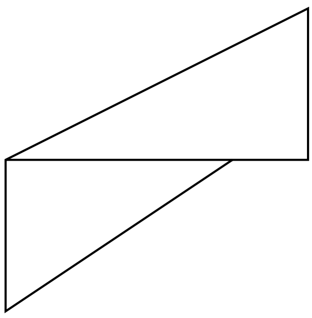
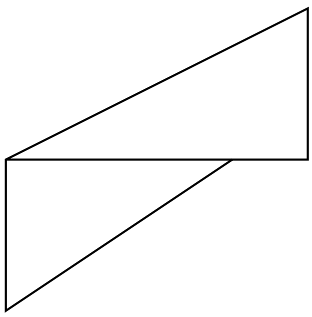
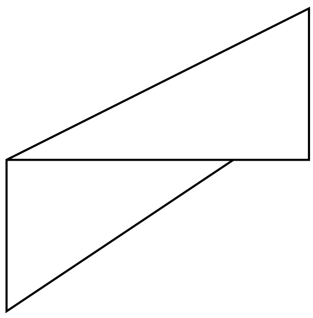
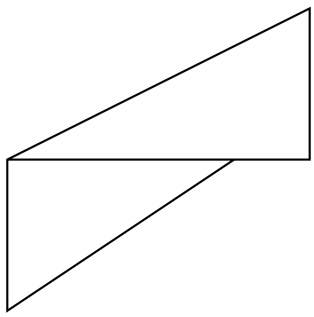
4. Enfin, vous devez coller dans la case nº 3 la figure originale puis rechercher les différences entre la case nº 2 et la case nº 3. Pour gagner la manche il faut qu'il y ait le moins de différence possible !

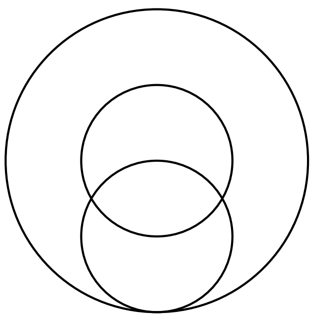
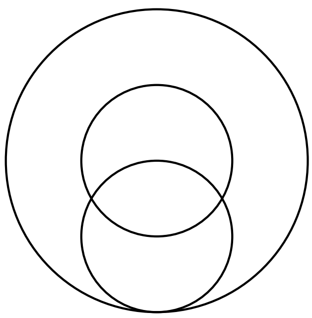
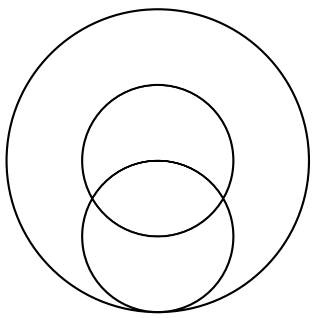
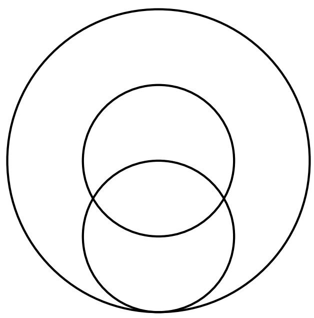


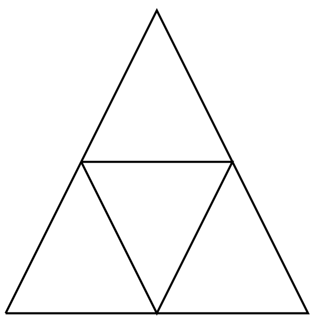
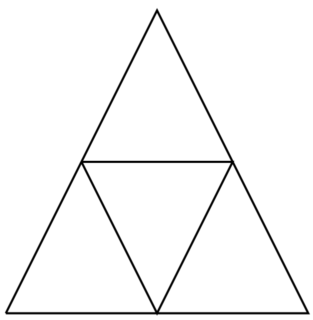
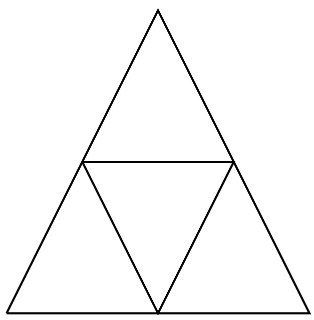
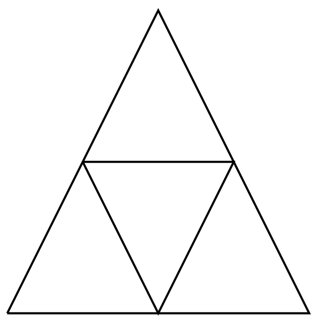
   

Première manche	Deuxième manche	Troisième manche
Case n° 1 : Description de la figure cachée.	**Case n° 1** : Description de la figure cachée.	**Case n° 1** : Description de la figure cachée.
Case n° 2 : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	**Case n° 2** : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.	**Case n° 2** : Tracé de la figure décrite dans la case n° 1.
Case n° 3 : Comparaison avec la case n° 2.	**Case n° 3** : Comparaison avec la case n° 2.	**Case n° 3** : Comparaison avec la case n° 2.

CHAPITRE III

Des nombres pour mesurer : les nombres décimaux

I — Les fractions qui partagent

II — Les fractions décimales

III — Les nombres décimaux

IV — Somme, différence et produit des nombres décimaux

Nous allons prolonger l'addition, la différence et le produit des nombres entiers aux nombres décimaux. Nous proposerons les démonstrations sous forme d'exemples génériques.

1 La somme et la différence

On souhaite calculer $3,14 + 1,789$

$3,14 = \dfrac{314}{100} = \dfrac{3\,140}{1\,000}$ et $1,789 = \dfrac{1\,789}{1\,000}$

$3,14 + 1,789 = \dfrac{3\,140}{1\,000} + \dfrac{1\,789}{1\,000} = \dfrac{3\,140 + 1\,789}{1\,000} = \dfrac{4\,929}{1\,000}$

Ainsi $3,14 + 1,789 = 4,929$

MÉTHODE 3 - 1 : Additionner des nombres décimaux

— on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées ;
— on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres ;
— on effectue la somme comme pour des entiers ;
— dans la somme, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{cr} & {\scriptstyle 1} \\ & 3{,}1\;4\;\color{red}{0} \\ + & 1{,}7\;8\;9 \\ \hline & 4{,}9\;2\;9 \end{array}$$

On souhaite calculer $3,14-1,789$

$$3,14-1,789=\frac{3\,140}{1\,000}-\frac{1\,789}{1\,000}=\frac{3\,140-1\,789}{1\,000}=\frac{1\,351}{1\,000}$$

Ainsi $3,14-1,789=1,351$

MÉTHODE 3 . 2 : Soustraire des nombres décimaux
Pour soustraire des nombres décimaux, on utilise le même algorithme que pour soustraire les nombres entiers :
— on place le nombre le plus grand au dessus du nombre le plus petit ;
— on aligne les nombres suivant la signification de chaque chiffre, les virgules sont alignées ;
— on fait apparaître des zéros dans l'écriture décimale pour que les deux nombres aient des parties décimales ayant le même nombre de chiffres ;
— on effectue la différence comme pour des entiers ;
— dans la différence, la virgule est placée dans l'alignement des deux autres.

$$\begin{array}{cr} & 3{,}1\;4\;\color{red}{0} \\ - & 1{,}7\;8\;9 \\ \hline & 1{,}3\;5\;1 \end{array}$$

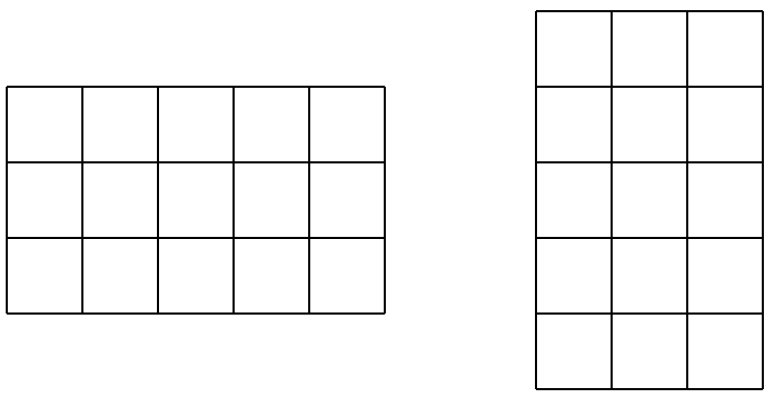
---

2 Le produit des nombres décimaux

Le produit de deux nombres entiers

La multiplication entière est une répétition d'additions.

Souvenons-nous que $3\times5=\underbrace{5+5+5}_{3\ fois}$ et que $5\times3=\underbrace{3+3+3+3+3}_{5\ fois}$.
Signalons également que $3\times5=5\times3$.[1]
Pour illustrer cette propriété on peut raisonner de manière géométrique :



Dans les deux cas le nombre de carrés à l'intérieur de ces rectangles identiques est $3 \times 5 = 5 \times 3 = 15$

La produit d'un nombre entier par un nombre décimal

Calculons $5 \times 3,14$.
Ce produit peut s'interpréter comme $\underbrace{3,14+3,14+3,14+3,14+3,14}_{5 fois} = 15,70$

Calculons maintenant $3,14 \times 5$.
Attention, rien ne prouve que $3,14 \times 5$ revient à calculer $5 \times 3,14$! Comment effectuer une addition répétée « 3,14 fois » ?

Notons $P = 3,14 \times 5$, $P = \dfrac{314}{100} \times 5$.

On peut multiplier P par 100 : $\color{red}{100} \times P = \underbrace{\color{red}{100} \times \dfrac{314}{100}}_{314} \times 5$

Donc $\color{red}{100} \times P = 314 \times 5 = 1\,570$

Nous en déduisons que $P = \dfrac{1\,570}{100} = 15,70$ puisque $100 \times \dfrac{1\,570}{100} = 1\,570$

Finalement $3,14 \times 5 = 5 \times 3,14 = 15,70$

Le produit de deux nombres décimaux

Calculons $5,2 \times 3,14$.
Cette fois-ci ce produit ne peut pas être interprété comme une addition répétée. On utilise la stratégie précédente.

Notons $P = 5,2 \times 3,14$ on a $P = \dfrac{52}{10} \times \dfrac{314}{100}$

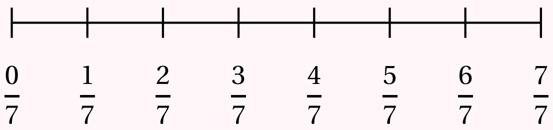
Comme $10 \times \dfrac{52}{10} = 52$ et que $100 \times \dfrac{314}{100} = 314$, on effectue les multiplications suivantes :

$\color{red}{10} \times P \times \color{green}{100} = \underbrace{\color{red}{10} \times \dfrac{52}{10}}_{52} \times \underbrace{\dfrac{314}{100} \times \color{green}{100}}_{314}$

$\color{red}{10} \times P \times \color{green}{100 = 52 \times 314}$

Nombres décimaux

Fraction partage, vocabulaire



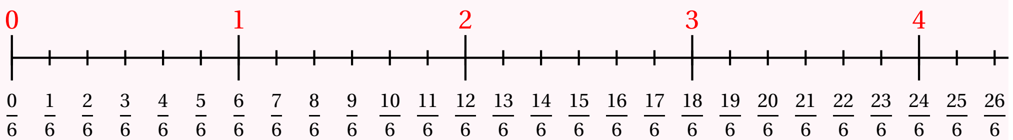
La **fraction** $\frac{3}{7}$ est constitué d'un **numérateur** : 3 et d'un **dénominateur** : 7.

Le dénominateur indique le nombre de part. Le numérateur indique le numéro de la graduation.

$\frac{3}{2}$ se dit trois demis. $\frac{5}{3}$ se dit cinq tiers. $\frac{7}{4}$ se dit sept quarts.

$\frac{11}{5}$ se dit onze cinquièmes. $\frac{3}{2\,020}$ se dit trois deux-mille-vingtièmes.

Fraction et droite graduée



Sur un droite graduée, une fraction peut représenter un nombre.

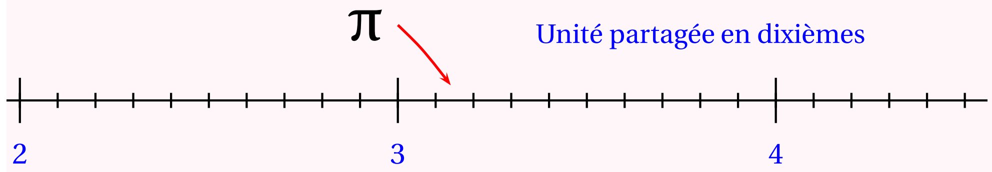
Une fraction peut se décomposer sous la forme de **la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieur à une unité** .

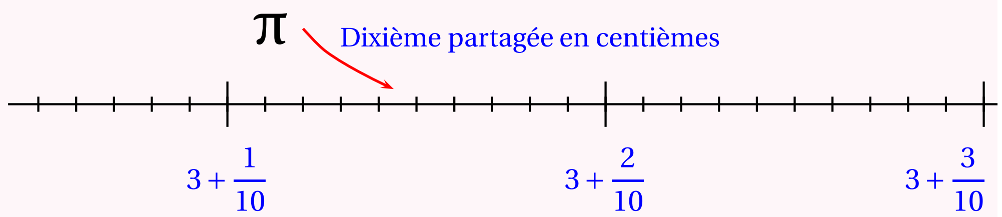
$\frac{23}{6} = 3 + \frac{5}{6}$ car 3 unités correspond à $\frac{18}{6}$. Ainsi $3 < \frac{23}{6} < 4$.

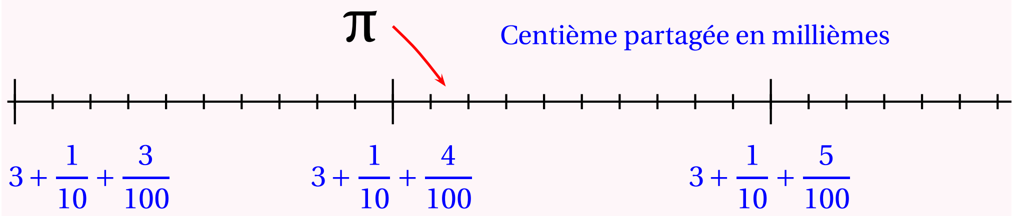
Les fractions décimales

Les **fractions décimales** sont les fractions dont le dénominateur est 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000 ...

On parle de **dixième** , **centième** , **millième** , **dix-millième** , **cent-millième** ...







Il y a :

- 10 dixièmes dans une unité ;
- 10 centièmes dans un dixième ;
- 10 millième dans un centième.
- 100 centièmes dans une unité ;
- 100 millièmes dans un dixième ;
- 1000 millièmes dans une unité.

Le nombre $3+\frac{1}{10}+\frac{4}{100}+\frac{2}{1\,000}$ peut s'écrire plus rapidement sous la forme $3,142$.

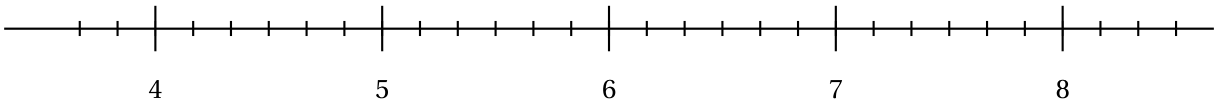
$$3,142 = 3+\frac{1}{10}+\frac{4}{100}+\frac{2}{1\,000} = 3+\frac{142}{1\,000} = \frac{3\,142}{1\,000}$$

On dit que 3 est **la partie entière** et $\frac{142}{1\,000}$ **la partie décimale** du nombre $3,142$.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de mathématiques

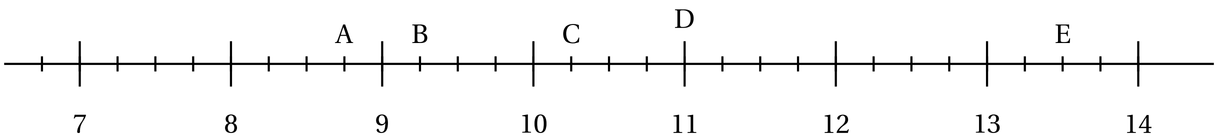
Exercice 1 : Placer sur cette droite les points suivants en observant leurs abscisses :



$$A\left(4+\frac{5}{6}\right) \quad ; \quad B\left(7+\frac{1}{6}\right) \quad ; \quad C\left(\frac{30}{6}\right) \quad ; \quad D\left(\frac{45}{6}\right) \quad ; \quad E\left(7-\frac{9}{6}\right)$$

Exercice 2 : Indiquer les abscisses des points suivants.

Répondre sous la forme d'une fraction puis de la somme d'un entier et d'une fraction. Par exemple $Z\left(\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}\right)$



Exercice 3 : Décomposer et compléter comme dans l'exemple. $\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}$ donc $6<\frac{45}{7}<7$

$\frac{23}{3}=$	donc $\quad <\frac{23}{3}<$	$\frac{9}{11}=$	donc $\quad <\frac{9}{11}<$
$\frac{45}{8}=$	donc $\quad <\frac{45}{8}<$	$\frac{83}{9}=$	donc $\quad <\frac{83}{9}<$
$\frac{65}{10}=$	donc $\quad <\frac{65}{10}<$	$\frac{57}{8}=$	donc $\quad <\frac{56}{8}<$

Exercice 4 : Classer dans l'ordre croissant :

3,1 ; 3,09 ; 3,14 ; 3,1415 ; 3,142 ; 3,2

Exercice 5 : Compléter le tableau suivant :

$3,142$	$3+\dfrac{142}{1\,000}$	$3+\dfrac{1}{10}+\dfrac{4}{100}+\dfrac{2}{1\,000}$	$\dfrac{3\,142}{1\,000}$
45,34			
2 020,32			
3,142			
0,065			
	$65+\dfrac{134}{1\,000}$		
			$\dfrac{12\,345}{10\,000}$

Exercice 5 : Encadrer chacune des fractions entre deux nombres entiers consécutifs. Exemple : $8<\dfrac{809}{100}<9$

$\ldots<\dfrac{202}{10}<\ldots$ $\quad\ldots<\dfrac{3\,458}{100}<\ldots$ $\quad\ldots<\dfrac{234}{1\,000}<\ldots$

$\ldots<\dfrac{314}{100}<\ldots$ $\quad\ldots<\dfrac{456}{10}<\ldots$ $\quad\ldots<\dfrac{8\,900}{100}<\ldots$

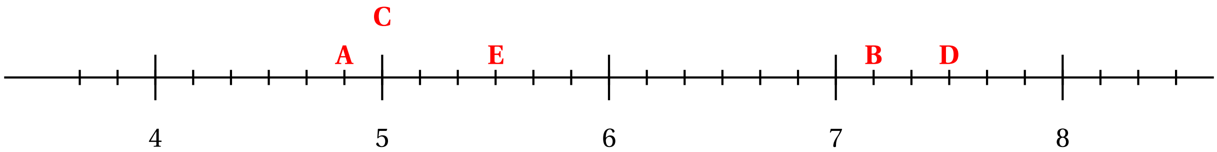
$\ldots<\dfrac{2\,020}{1\,000}<\ldots$ $\quad\ldots<\dfrac{25\,202}{1\,000}<\ldots$ $\quad\ldots<\dfrac{12\,345}{10\,000}<\ldots$

Exercice 6 : Poser ci-dessous les opérations suivantes :

$345,35+23,3$ ✧ $567,67+98,098$ ✧ $2\,020-987,87$ ✧ $789,76-567,098\,7$

Évaluation de mathématiques — Correction

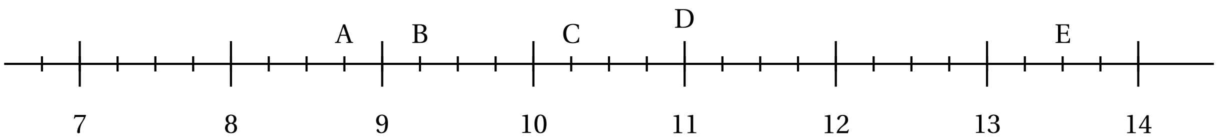
Exercice 1 : Placer sur cette droite les points suivants en observant leurs abscisses :



$$A\left(4+\frac{5}{6}\right) \quad ; \quad B\left(7+\frac{1}{6}\right) \quad ; \quad C\left(\frac{30}{6}\right) \quad ; \quad D\left(\frac{45}{6}\right) \quad ; \quad E\left(7-\frac{9}{6}\right)$$

Exercice 2 : Indiquer les abscisses des points suivants.

Répondre sous la forme d'une fraction puis de la somme d'un entier et d'une fraction. Par exemple $Z\left(\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}\right)$



$A\left(8+\frac{3}{4}=\frac{35}{4}\right)$ $\qquad B=\left(9+\frac{1}{4}=\frac{37}{4}\right)$ $\qquad C=\left(10+\frac{1}{4}=\frac{41}{4}\right)$

$D=\left(11=\frac{44}{4}\right)$ $\qquad E=\left(13+\frac{2}{4}=\frac{54}{4}\right)$

Exercice 3 : Décomposer et compléter comme dans l'exemple. $\frac{45}{7}=6+\frac{3}{7}$ donc $6<\frac{45}{7}<7$

$\frac{23}{3}=7+\frac{2}{3}$ donc $7<\frac{23}{3}<8$ car $3\times 7=21$

$\frac{45}{8}=5+\frac{5}{8}$ donc $5<\frac{45}{8}<6$ car $8\times 5=40$

$\frac{65}{10}=6+\frac{5}{10}$ donc $6<\frac{65}{10}<7$ car $6\times 10=60$

$\frac{9}{11}=0+\frac{9}{11}$ donc $0<\frac{9}{11}<1$ car $0\times 11=0$

$\frac{83}{9}=9+\frac{2}{9}$ donc $9<\frac{83}{9}<10$ car $9\times 9=81$

$\frac{57}{8}=7+\frac{1}{8}$ donc $7<\frac{56}{8}<8$ car $7\times 8=56$

Exercice 4 : Classer dans l'ordre croissant :

3,1 ; 3,09 ; 3,14 ; 3,1415 ; 3,142 ; 3,2

$3{,}09<3{,}1<3{,}14<3{,}1415<3{,}142<3{,}2$

On pouvait par exemple ajouter des zéros significatifs jusqu'au dix-millièmes :

$3{,}0900<3{,}1000<3{,}1400<3{,}1415<3{,}1420<3{,}2000$

Exercice 5 : Compléter le tableau suivant :

$3,142$	$3+\dfrac{142}{1\,000}$	$3+\dfrac{1}{10}+\dfrac{4}{100}+\dfrac{2}{1\,000}$	$\dfrac{3\,142}{1\,000}$
$45,34$	$45+\dfrac{34}{100}$	$45+\dfrac{3}{10}+\dfrac{4}{100}$	$\dfrac{4\,534}{100}$
$2\,020,32$	$2\,020+\dfrac{32}{100}$	$2\,020+\dfrac{3}{10}+\dfrac{2}{100}$	$\dfrac{202\,032}{100}$
$3,142$	$3+\dfrac{142}{1\,000}$	$3+\dfrac{1}{10}+\dfrac{4}{100}+\dfrac{2}{1\,000}$	$\dfrac{3\,142}{1\,000}$
$0,065$	$\dfrac{65}{1\,000}$	$\dfrac{6}{100}+\dfrac{5}{1\,000}$	$\dfrac{65}{1\,000}$
$65,134$	$65+\dfrac{134}{1\,000}$	$65+\dfrac{1}{10}+\dfrac{3}{100}+\dfrac{4}{1\,000}$	$\dfrac{65\,134}{1\,000}$
$1,2345$	$1+\dfrac{2345}{10\,000}$	$1+\dfrac{2}{10}+\dfrac{3}{100}+\dfrac{4}{1\,000}+\dfrac{5}{10\,000}$	$\dfrac{12\,345}{10\,000}$

Exercice 5 : Encadrer chacune des fractions entre deux nombres entiers consécutifs. Exemple : $8<\dfrac{809}{100}<9$

$20<\dfrac{202}{10}<21$ $\quad$ $34<\dfrac{3\,458}{100}<35$ $\quad$ $0<\dfrac{234}{1\,000}<1$

$3<\dfrac{314}{100}<4$ $\quad$ $45<\dfrac{456}{10}<46$ $\quad$ $8<\dfrac{8\,900}{100}<9$

$2<\dfrac{2\,020}{1\,000}<3$ $\quad$ $25<\dfrac{25\,202}{1\,000}<26$ $\quad$ $1<\dfrac{12\,345}{10\,000}<2$

Exercice 6 : Poser ci-dessous les opérations suivantes :

$345,35+23,3$ ✧ $567,67+98,098$ ✧ $2\,020-987,87$ ✧ $789,76-567,098\,7$

$$\begin{array}{r} 345,35 \\ +\ \ 23,3 \\ \hline 368,65 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 567,67 \\ +\ \ 98,098 \\ \hline 665,768 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,020,00 \\ -\ \ 987,87 \\ \hline 1\,032,13 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 789,7600 \\ -\ 567,0987 \\ \hline 222,6613 \end{array}$$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de mathématiques

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant :

$3,14$	$3+\dfrac{14}{100}$	$3+\dfrac{1}{10}+\dfrac{4}{100}$	$\dfrac{314}{100}$
$1,768$			
			$\dfrac{6\,788}{1\,000}$
	$15+\dfrac{14}{1\,000}$		
		$67+\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{1\,000}$	
$0,763\,2$			

Exercice 2 Calculer en posant les opérations suivantes :

$78,09+7,909$ $9,87-0,786$ $2,09\times 12,3$

Exercice 3
On sait que $2\,019\times 2\,018 = 4\,074\,342$.
En déduire :

$A = 20,19\times 201,8 =$

$B = 201,9\times 201,8 =$

$C = 2,019\times 20,18 =$

$D = 2\,019\times 2,018 =$

$E = 2,019\times 2,018 =$

$F = 0,201\,9\times 0,201\,8 =$

Exercice 4

1. Tracer un triangle KHT où KH = 11 cm, KT = 5 cm et HT = 9 cm

2. Colorier l'ensemble des points situés à moins de 3 cm du point K

3. Colorier l'ensemble des points situés à moins de 5 cm du point T et à plus de 9 cm du point H.

Exercice 5 : Tracer la figure suivante :

1. Tracer [GH] tel que GH = 4 cm
2. Tracer le cercle de diamètre [GH]
3. Tracer le cercle de centre G passant par H
4. Tracer le cercle de centre H et de rayon 3 cm

QUESTION DU JOUR N° 1 : Problème – Épisode 1

Nous sommes allés au cinéma en groupe :
- Mes deux grands-parents ont plus de 75 ans ;
- mes deux parents ont entre 40 et 50 ans ;
- mes trois cousins sont étudiants ;
- mes deux soeurs sont en CM1 et mon frère en maternelle ;
- mes trois amis et moi sommes en sixième.

Pour aller voir *La Reine des nuages – 2* en 3D voici les tarifs affichés à l'entrée :
- Plein tarif : 10,40 € ;
- Étudiant ou moins de 26 ans : 6,90 € ;
- Moins de 16 ans : 5,40 € ;
- Tarif réduit (pour les personnes de plus de 65 ans) : 8 € ;
- Supplément 3D : 1 €.

Juste avant de payer le caissier nous propose la carte Méga GGR à 110 € pour 15 places avec supplément 3D offert.

Quelle décision prendre ?

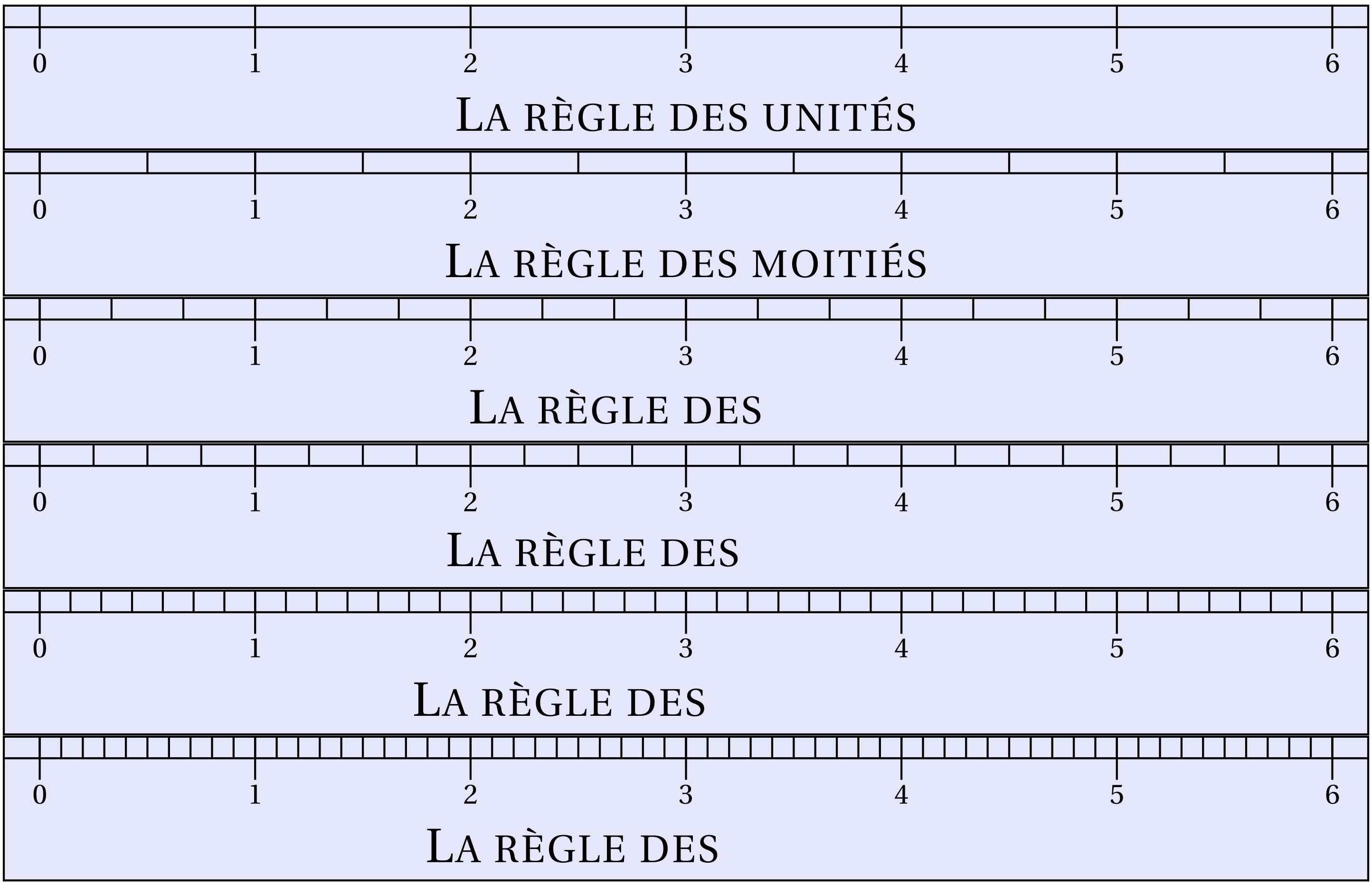
QUESTION DU JOUR N° 2 : Problème – Épisode 2

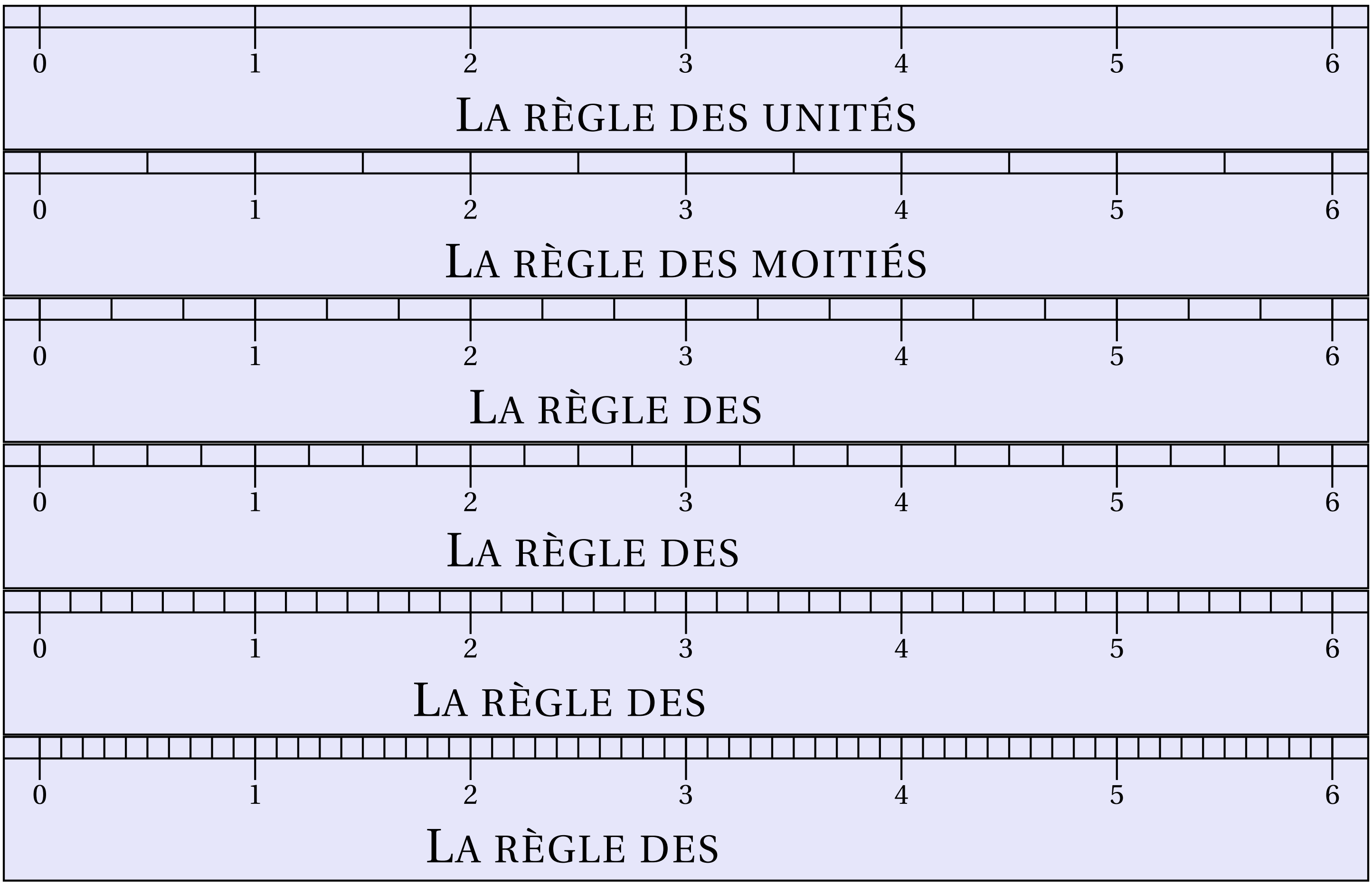
J'ai pris l'habitude de prendre deux bains par semaine. En 2020 j'ai décidé de faire davantage attention à ma consommation d'eau et je vais dorénavant ne prendre que des douches.
J'ai lu sur un le site de mon fournisseur d'eau qu'une douche de 5 min consomme environ 60 L d'eau et qu'un bain en utilise 180 L.
En regardant la facture d'eau de mes parents j'ai constaté que 1 m^3 = 1 000 L d'eau coûte 3,77 €.

Combien va-t-on économiser cette année si je réussis à me tenir à ma bonne résolution ?

V — Annexe

1 Documents


0 1 2 3 4 5 6
La règle des unités
0 1 2 3 4 5 6
La règle des moitiés
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des


0 1 2 3 4 5 6
La règle des unités
0 1 2 3 4 5 6
La règle des moitiés
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des
0 1 2 3 4 5 6
La règle des

Rectangles à mesurer

En utilisant la règle indiquée, mesurer la longueur et la largeur de ce rectangle puis calculer son périmètre. *Exprimer la réponse en unité.*

Rectangle n° 1 — Règle des unités

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 2 — Règle des moitiés

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 3 — Règle des tiers

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 4

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 5

Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

Rectangle n° 6

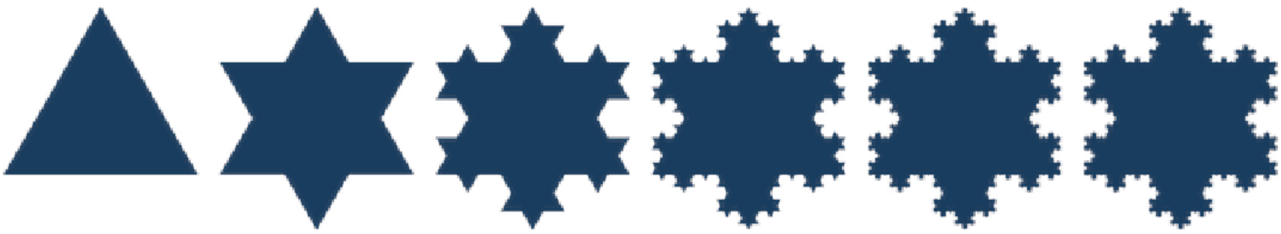
Longueur : Largeur : *Diagonale :*

Périmètre :

CHAPITRE IV

Distance : des cercles pour construire des triangles

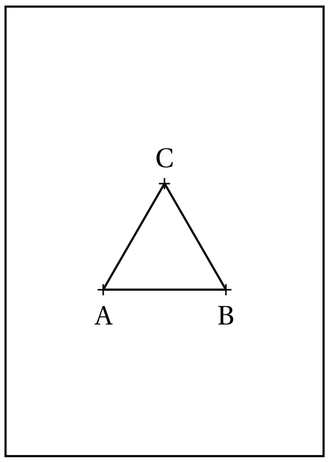
Le flocon de Von Koch



PRÉAMBULE

Compléter : $3 \times 1\ mm =$ $\qquad$ $3 \times 3 \times 1\ mm =$ $\qquad$ $3 \times 3 \times 3 \times 1\ mm =$ $\qquad$ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 1\ mm =$

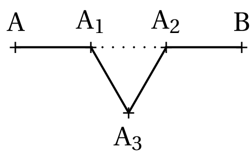
PREMIÈRE ÉTAPE



1. Tracer un triangle équilatéral ABC de $8,1\ cm$ de côté en le centrant sur la page A4 au format portrait.

2. Combien de segments sont tracés sur cette figure ? Calculer la périmètre de cette figure.

DEUXIÈME ÉTAPE



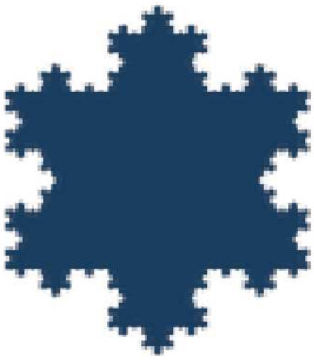
1.a Partager le segment [AB] en trois segments de même longueur : $[AA_1]$, $[A_1A_2]$ et $[A_2B]$.
1.b Tracer à l'extérieur du premier triangle, le triangle équilatéral $A_1A_2A_3$.

2. Faire de même sur les segments [BC] et [AC] en nommant les points B_1, B_2 sur [BC] et C_1, C_2 sur [AC].

3. Effacer sur chaque côté du triangle de la première étape, le segment central $[A_1A_2]$

4. Combien de segments sont tracés sur cette figure ? Calculer la périmètre de cette figure.

Troisième étape



1. Recommencer l'étape précédente avec chacun des segments que vous avez comptés :
- Couper le segment en trois segments de même longueur ;
- Construire un triangle équilatéral vers l'extérieur à partir du segment central ;
- Effacer le segment central.

2. Combien de segments sont tracés sur cette figure ? Calculer la périmètre de cette figure.

Étapes suivantes

Recommencer un maximum de fois l'étape précédente. Se demander à chaque fois quel est le périmètre et le nombre de côtés de cette figure.

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 : Tracer sur votre copie un cercle de centre O et de rayon 6 cm.

Tracer sur cette figure une corde [AB] mesurant 4 cm.
Tracer sur cette figure un diamètre [EF]

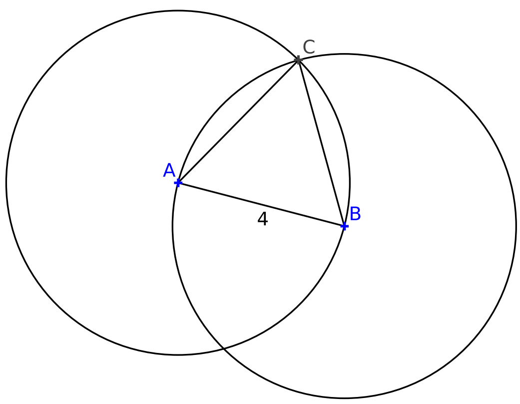
Exercice 2 : Tracer la figure suivante sur votre copie :

1. Tracer [GH] tel que GH = 5 cm
2. Tracer le cercle de diamètre [GH]
3. Tracer le cercle de centre G passant par H
4. Tracer le cercle de centre H et de rayon 3 cm

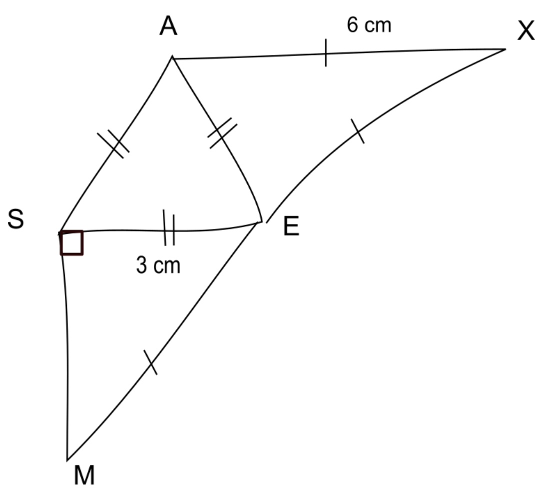
Exercice 3 : Tracer les figures suivantes sur votre copie :

Figure 1 : Un triangle TRE tel que TR = 6 cm, TE = 7 cm et RE = 8 cm
Figure 2 : Un triangle POU équilatéral de côté 4 cm
Figure 3 : Un triangle ZAL isocèle en Z tel que ZA = 7 cm et AL = 3 cm
Figure 4 : Un triangle DVS rectangle en S tel que SD = 5 cm et SV = 4 cm

Exercice 4 : Écrire une consigne de géométrie permettant de tracer la figure suivante :



Exercice 5 : Reproduire en vraies grandeurs en utilisant les outils de géométrie la figure faîte à main levée suivante :



Exercice Bonus

1. Tracer un triangle KHT où KH = 11 cm, KT = 5 cm et HT = 9 cm

2. Colorier la partie de la figure constituée de tous les points situés à :

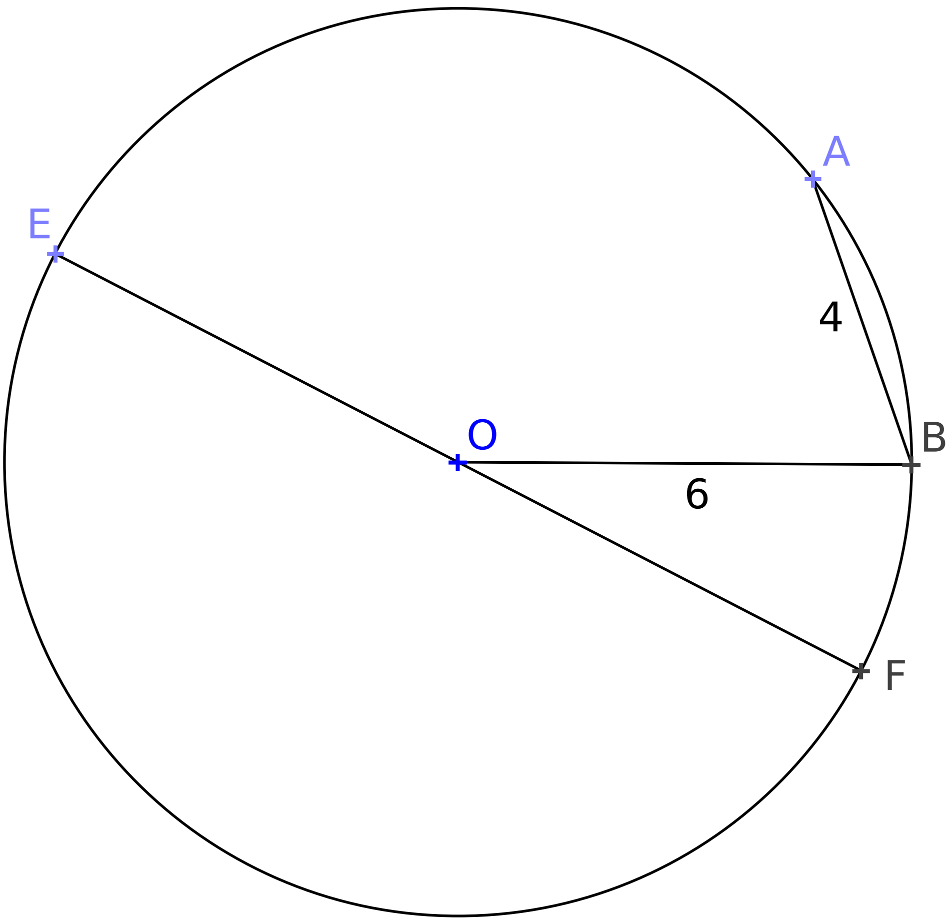
— moins de 6 cm de K;

— moins de 6 cm de H;

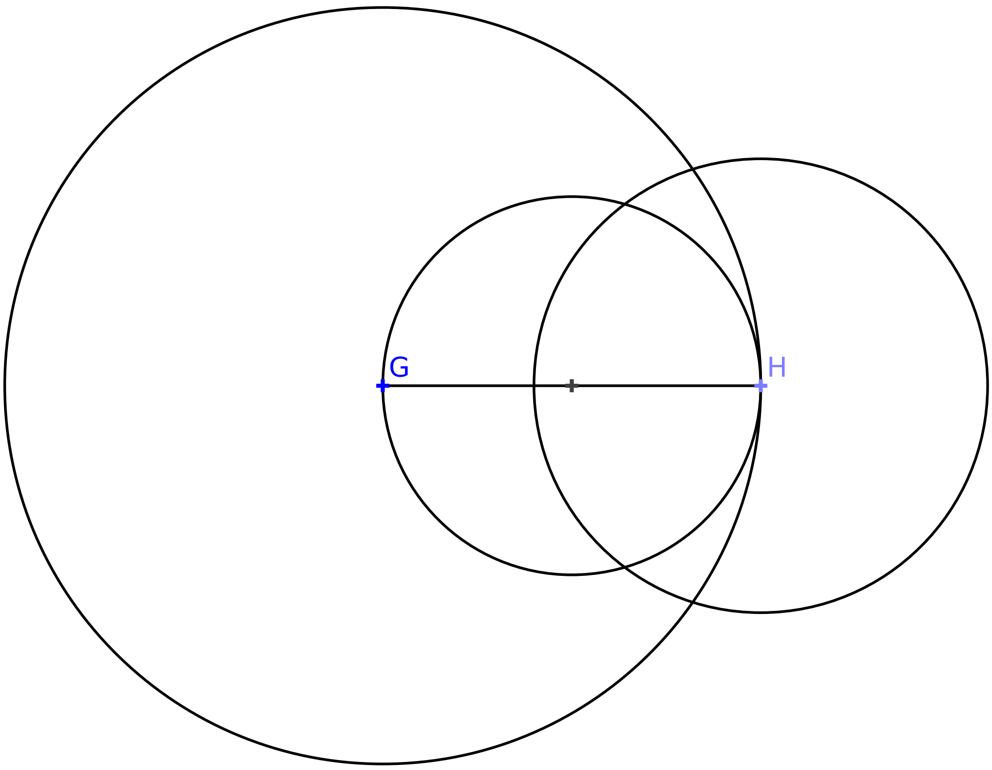
— moins de 4 cm de T.

Correction

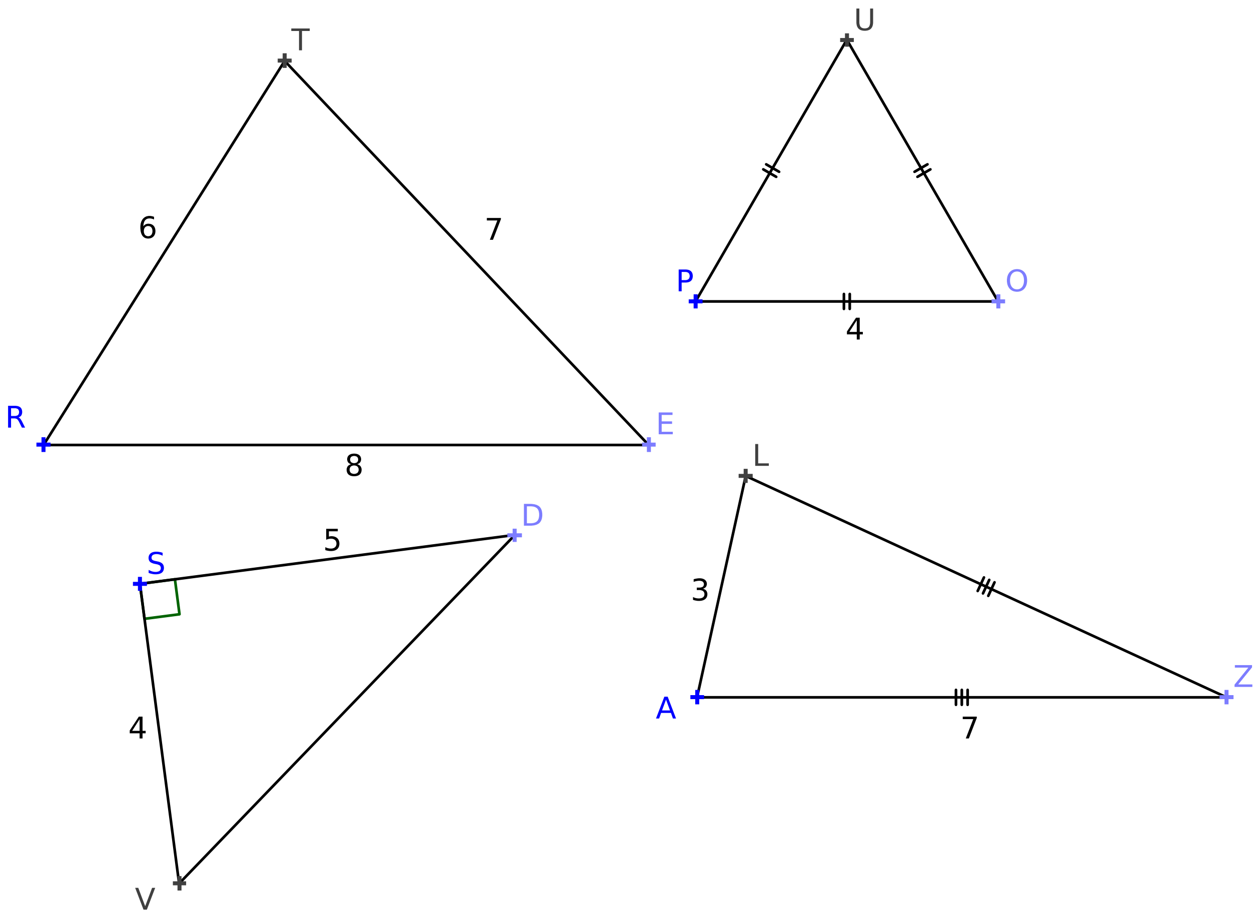
Exercice 1



Exercice 2



Exercice 3



NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation de géométrie

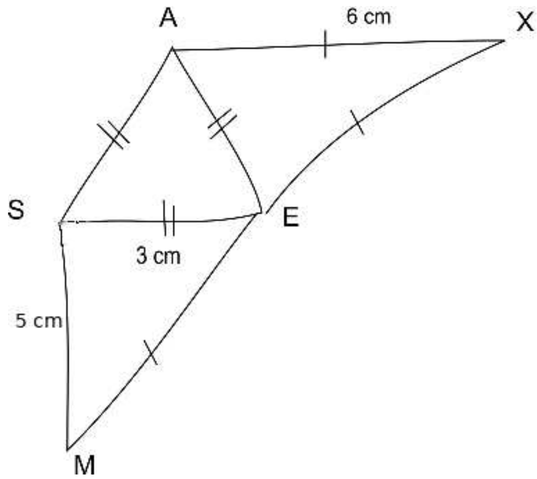
Exercice 1 : Tracer la figure suivante ci-dessous :

1. Tracer [GH] tel que GH = 4 cm
2. Tracer le cercle de diamètre [GH]
3. Tracer le cercle de centre G passant par H
4. Tracer le cercle de centre H et de rayon 3 cm

Exercice 2 : Tracer les figures suivantes ci-dessous :

Figure 1 : Un triangle TRE tel que TR = 6 cm, TE = 7 cm et RE = 8 cm
Figure 2 : Un triangle POU tel que PO = 4 cm, PU = 6 cm et OU = 7 cm
Figure 3 : Un triangle ZAL tel que ZA = ZL = 7 cm et AL = 3 cm
Figure 4 : Un triangle DVS tel que DV = 3 cm, DS = 4 cm et VS = 5 cm

Exercice 3 : Reproduire en vraies grandeurs en utilisant les outils de géométrie la figure faîte à main levée suivante :



Exercice Bonus

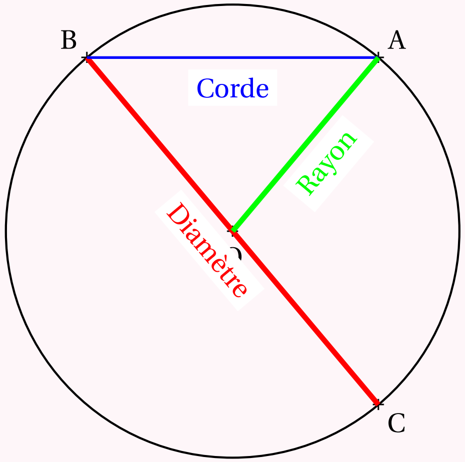
1. Tracer un triangle KHT où KH = 11 cm, KT = 5 cm et HT = 9 cm

2. Colorier la partie de la figure constituée de tous les points situés à :
- moins de 6 cm de K;
- moins de 6 cm de H;
- moins de 4 cm de T.

DISTANCE ET CERCLE

LE CERCLE

Le **Cercle** de **centre** O et de **rayon** R est une figure de géométrie constituée de tous les points situés **exactement** distance R du centre du cercle.



RÉGIONNEMENT DU PLAN

Un cercle de centre O et de rayon R permet de définir trois régions différentes :

— **L'intérieur du cercle** :
les points situés à une distance inférieure à R du centre;

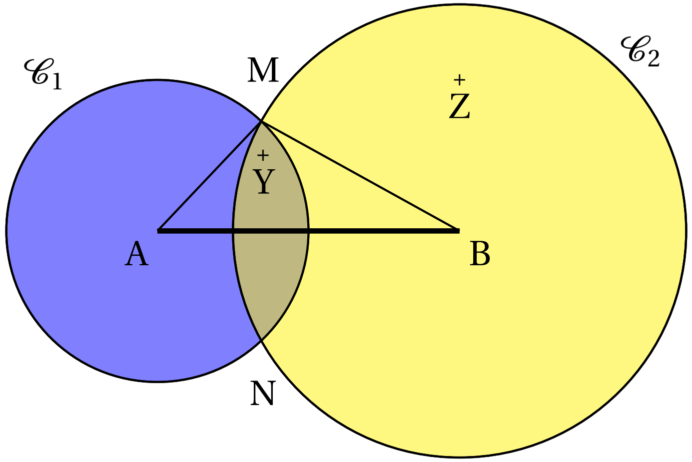
— **Le cercle** :
les points sont situés à une distance exactement égale à R du centre;

— **L'extérieur du cercle** :
les points sont situés à une distance supérieure à R du centre.

EXEMPLE :

Voici un cercle un segment [AB] de longueur 3 cm et les cercles :

— $\mathscr{C}_1$ de centre A et de rayon 2 cm;
— $\mathscr{C}_2$ de centre B et de rayon 3 cm.

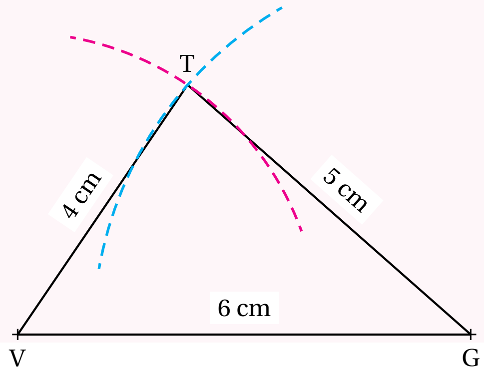


— Z est situé à plus de 2 cm de A, il est à l'extérieur du cercle de centre A et de rayon 2 cm;
— Z est situé à moins de 3 cm de B, il est à l'intérieur du cercle de centre B et de rayon 3 cm;
— Y est situé à moins de 2 cm de A et à moins de 3 cm de B, il est à l'intérieur des deux cercles;
— M et N sont situés à exactement 2 cm de A et à 3 cm de B;
— le triangle ABM mesure donc exactement 2 cm, 3 cm et 4 cm.

CONSTRUCTION DE TRIANGLES

Pour tracer un triangle connaissant les mesures de ses trois côtés, par exemple le triangle TGV dont les côtés mesurent TG = 5 cm, TV = 4 cm et VG = 6 cm :

— on trace un premier côté, souvent le plus long, le côté [VG];
— on trace le cercle de centre V et de rayon 4 cm;
— on trace le cercle de centre G et de rayon 5 cm;
— ces deux cercles se coupent en deux points dont le point T.

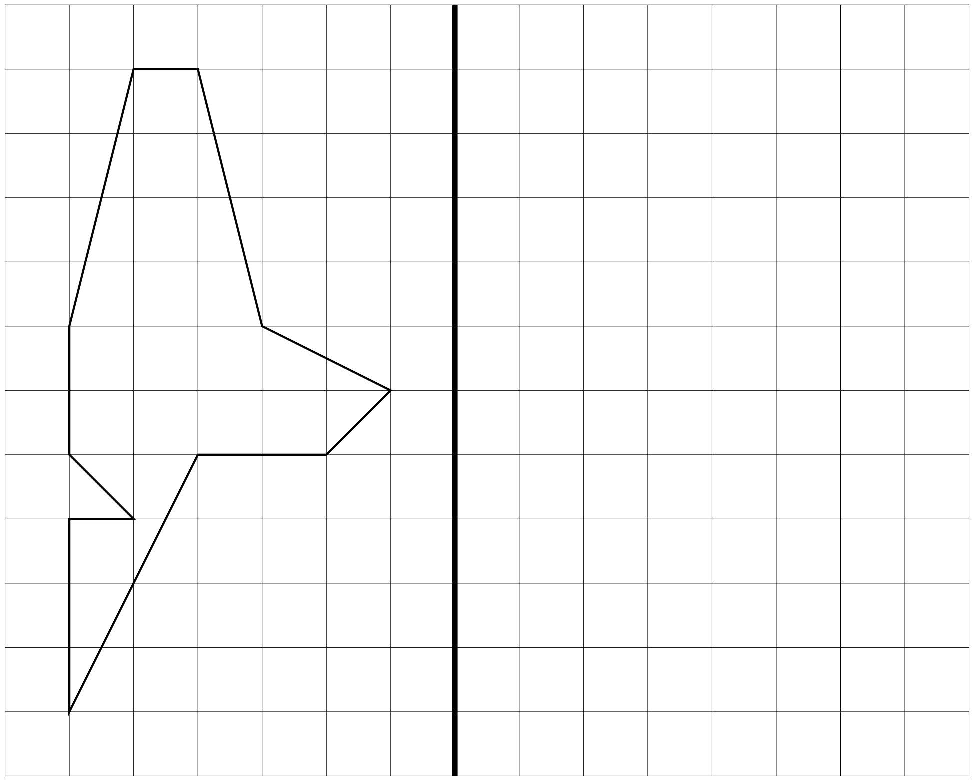


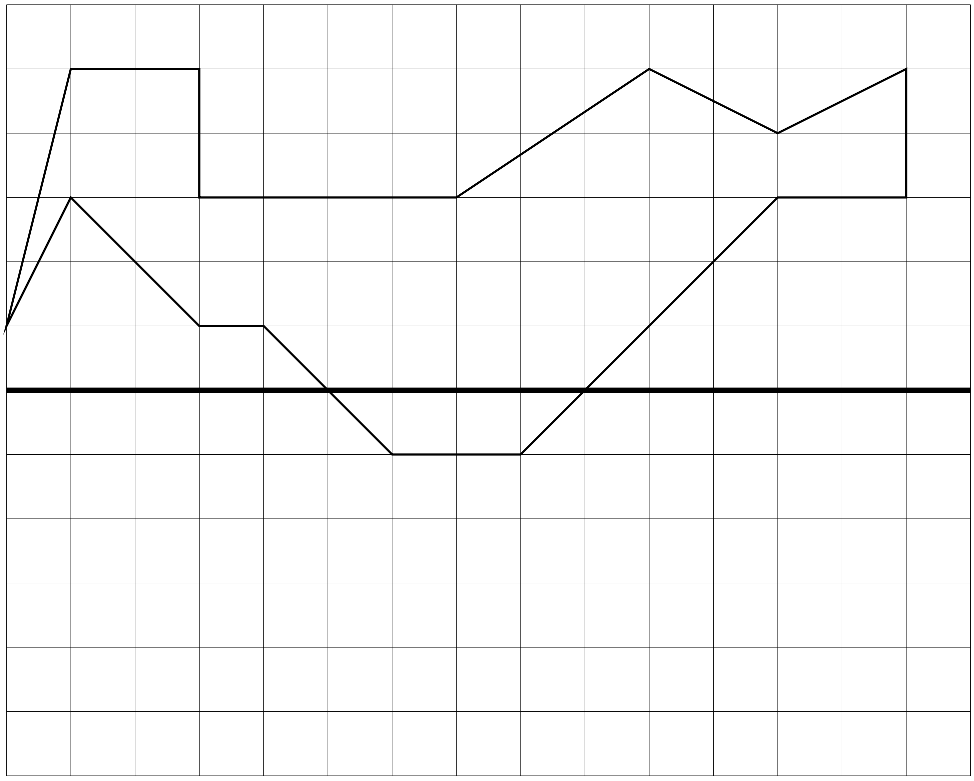
CHAPITRE V

La symétrie axiale

SITUATION INITIALE : Pliage de figures géométriques – Épisode 1

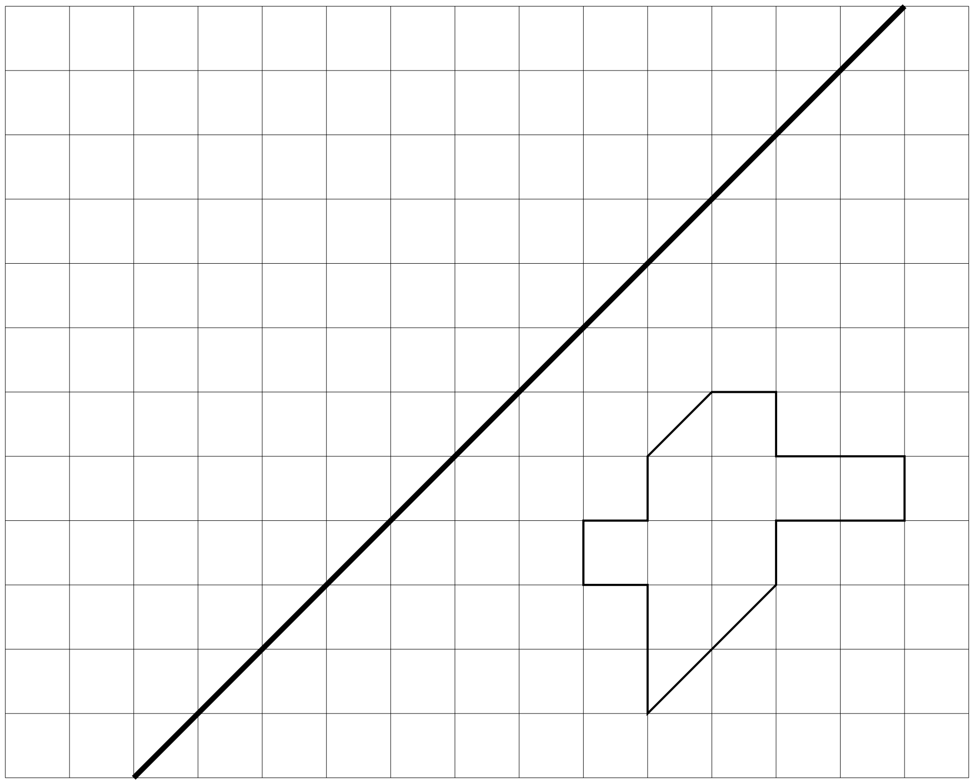
Dans chaque cas, tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.

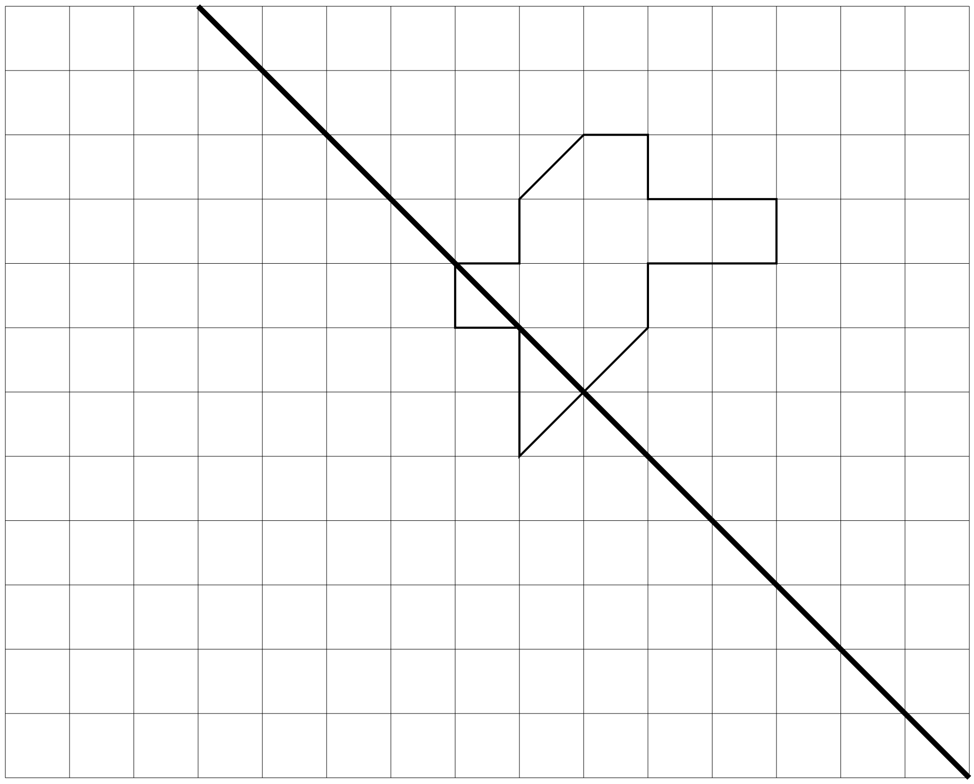




SITUATION INITIALE : Pliage de figures géométriques – Épisode 2

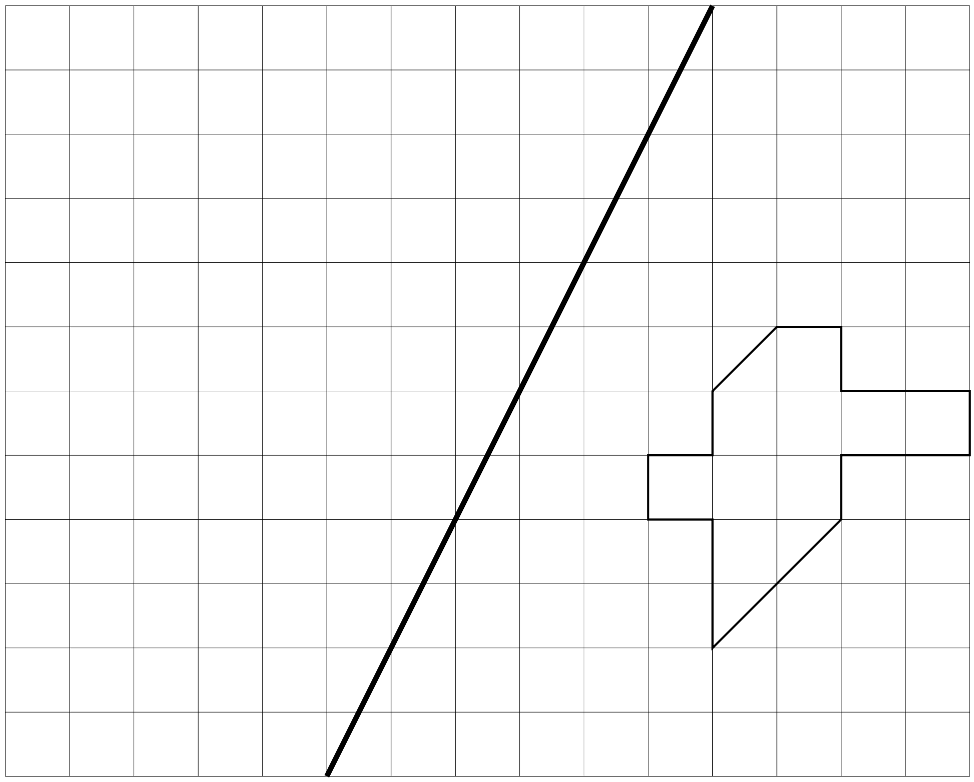
Tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.



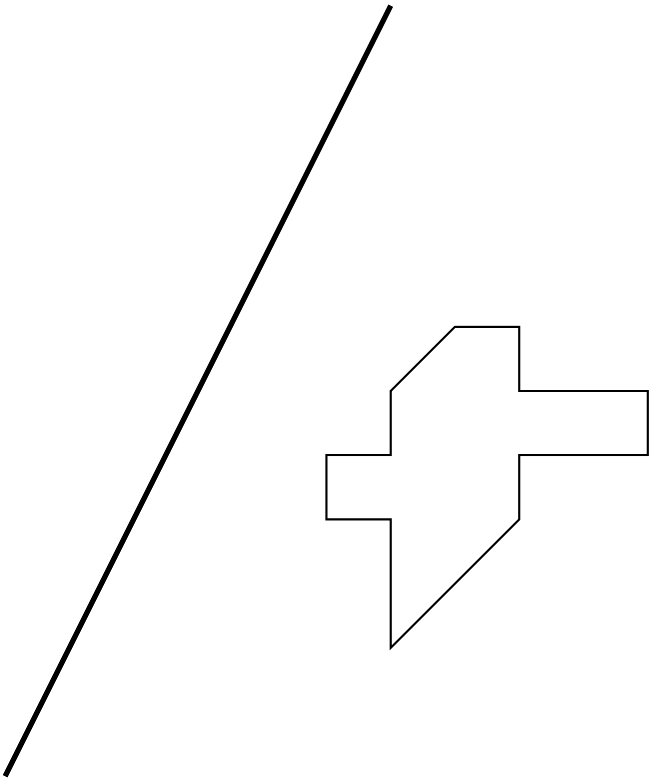


SITUATION INITIALE : Pliage de figures géométriques – Épisode 3

Tracer la figure obtenue après un pliage le long de la droite.



Découper la figure ci-dessous puis par transparence effectuer le pliage demandé. Utiliser cette observation pour reprendre le travail de la première partie.



I — Annexes

1 Évaluation

Évaluation de mathématiques

Exercice 1

Résoudre les problèmes ci-dessous en faisant une phrase réponse pour chaque étape.
Les opérations doivent être écrites en ligne. Vous pouvez les poser au brouillon... et même utiliser la calculatrice...

Problème n° 1 : Je regarde TekFlix 3 h 19 min 42 s par jour. C'est beaucoup! En continuant à ce rythme pendant six semaines, combien de temps aurai-je passé à regarder mes séries préférées durant cette période étrange?

Vous donnerez la réponse en jours, heures, minutes, secondes.

Problème n° 2 : Mon voisin a encore acheté 17 paquets de pâtes Parilla à $1,97$ € le paquet, 8 kg de riz Tustucru à $3,98$ € le kilo et 8 paquets de 120 rouleaux de papier toilette Poltonel à $7,95$ € le paquet.

Sachant qu'il fait cela une fois par semaine, combien va-t-il dépenser en six semaines? (Mais où va-t-il ranger tout cela???)

Problème n° 3 : En rangeant la chambre, j'ai retrouvé sous le lit un énorme paquets contenant plein de bonbons.
Quand je partage le paquet avec mes trois frères et mes cinq soeurs, il en reste 6.
Quand je partage le paquet seulement avec mes soeurs, il en reste 3.
Quand je partage le paquet seulement avec mes frères, il en reste 3.
Mon plus jeune frère a compté rapidement, il y a moins de 200 bonbons mais plus de 160.

Combien il y a-t-il de bonbons dans ce paquet mystérieux?

Exercice 2

1. Tracer un triangle ABC tel que AB = 8 cm, AC = 7 cm et BC = 6 cm. (Au milieu de la feuille!)

2. Placer I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC].

3.a Tracer le symétrique de A par rapport à la droite (BC) et le nommer A′.
3.b Tracer le symétrique de B par rapport à la droite (AC) et le nommer B′.
3.c Tracer le symétrique de C par rapport à la droite (AB) et le nommer C′.
3.d Tracer le triangle A′B′C′.

4.a Tracer la droite (d_1) perpendiculaire à la droite (AB) passant par I.
4.b Tracer la droite (d_2) perpendiculaire à la droite (AC) passant par J.
4.c Placer le point O à l'intersection de (d_1) et (d_2).
4.d Tracer le cercle de centre O passant par A.

Évaluation de mathématiques

Correction

Problème n° 1 : Je regarde TekFlix 3 h 19 min 42 s par jour. C'est beaucoup! En continuant à ce rythme pendant six semaines, combien de temps aurai-je passé à regarder mes séries préférées durant cette période étrange?

Il faut savoir que 1 $h = 60\ min$, que 1 $min = 60\ s$ et donc que 1 $h = 3\,600\ s$

Il y a plusieurs méthodes :
Méthode n° 1 : on passe tout en secondes
$3\ h\ 19\ min\ 42\ s = 3 \times 3\,600\ s + 19 \times 60\ s + 42\ s = 10\,800\ s + 1\,140\ s + 42\ s = 11\,982\ s$

6 semaines sont constituées de $6 \times 7\ j = 42\ j$.
Le temps total passé devant TekFlix est donc $42 \times 11\,982\ s = 503\,244\ s$.

Il faut maintenant repasser en jours, heures, minutes et secondes en faisant des divisions euclidiennes.
$503\,244\ s = 8\,387 \times 60\ s + 24\ s = 8\,387\ min\ 24\ s$
$8\,387\ min = 139 \times 60\ min + 47\ min = 139\ h\ 47\ min$
$139\ h = 5 \times 24\ h + 19\ h = 5\ j\ 19\ h$

$\boxed{\text{Le temps passé devant la télévision est : } 5\ j\ 19\ h\ 47\ min\ 24\ s.}$

Méthode n° 2 : on travaille par bloc
6 semaines sont constituées de $6 \times 7\ j = 42\ j$
$42 \times 3\ h = 126\ h$ or $126\ h = 5 \times 24\ h + 6\ h = 5\ j\ 6\ h$
$42 \times 19\ min = 798\ min$ or $798\ min = 13 \times 60\ min + 18\ min = 13\ h\ 18\ min$
$42 \times 42\ s = 1\,764\ s$ or $1\,764\ s = 29 \times 60\ s + 24\ s = 29\ min\ 24\ s$

Il faut maintenant ajouter : $5\ j\ 6\ h + 13\ h\ 18\ min + 29\ min\ 24\ s = 5\ j\ 19\ h\ 47\ min\ 24\ s$
Ouf, on obtient la même chose!!

Problème n° 2 : Mon voisin a encore acheté 17 paquets de pâtes Parilla à 1,97 € le paquet, 8 kg de riz Tustucru à 3,98 € le kilo et 8 paquets de 120 rouleaux de papier toilette Poltonel à 7,95 € le paquet.

Sachant qu'il fait cela une fois par semaine, combien va-t-il dépenser en six semaines? (Mais où va-t-il ranger tout cela???)

$17 \times 1,97$ € $= 33,49$ € : le prix des pâtes pour une semaine est 33,49 €.
$8 \times 3,98$ € $= 31,84$ € : le prix du riz pour une semaine est 31,84 €.
$8 \times 7,95$ € $= 63,60$ € : le prix du papier toilette pour une semaine est 63,60 €.
Le prix pour une semaine est donc : 33,49 € +31,84 € +63,60 € = 128,93 €.

Pour six semaines : $6 \times 128,93$ € $=$ $\boxed{773,58 \text{ €.}}$

Problème n° 3 : En rangeant la chambre, j'ai retrouvé sous le lit un énorme paquets contenant plein de bonbons.
Quand je partage le paquet avec mes trois frères et mes cinq soeurs, il en reste 6.
Quand je partage le paquet seulement avec mes soeurs, il en reste 3.
Quand je partage le paquet seulement avec mes frères, il en reste 3.
Mon plus jeune frère a compté rapidement, il y a moins de 200 bonbons mais plus de 160.

Combien il y a-t-il de bonbons dans ce paquet mystérieux?

Il faut penser à me compter en plus à chaque fois!
Voici comment on peut comprendre l'énoncé :

- quand je divise ce nombre par 9 il reste 6;
- quand je divise ce nombre par 6 il reste 3;
- quand je divise ce nombre par 4 il reste 3.

Nous savons que ce nombre est compris entre 160 et 200. Nous allons chercher les nombres qui vérifient les conditions ci-dessus.
On divise 160 par 9, par 6 et par 4.
$160 = 9 \times 17 + 7$, $160 = 6 \times 26 + 4$ et $160 = 4 \times 40 + 0$

On peut remarquer ainsi que $159 = 9 \times 17 + 6$, $159 = 6 \times 26 + 3$ et $159 = 3 \times 39 + 3$.

En clair 159 pourrait être le nombre cherché mais il n'est pas dans les limites de l'exercices.
Nous allons donc partir de 159 et chercher les multiples de 9, de 6 et de 4 en espérant trouver un nombre commun !

Multiples de 9 : 159 – 168 – 177 – 186 – 195
Multiples de 6 : 159 – 165 – 171 – 177 – 183 – 189 – 195
Multiples de 4 : 159 – 163 – 167 – 171 – 175 – 179 – 183 – 187 – 191 – 195 – 199

Vérifions que 195 est la bonne réponse : $195 = 9 \times 21 + 6$, $195 = 6 \times 32 + 3$ et $195 = 4 \times 48 + 3$

$\boxed{\text{Il y a 195 bonbons dans ce paquet.}}$

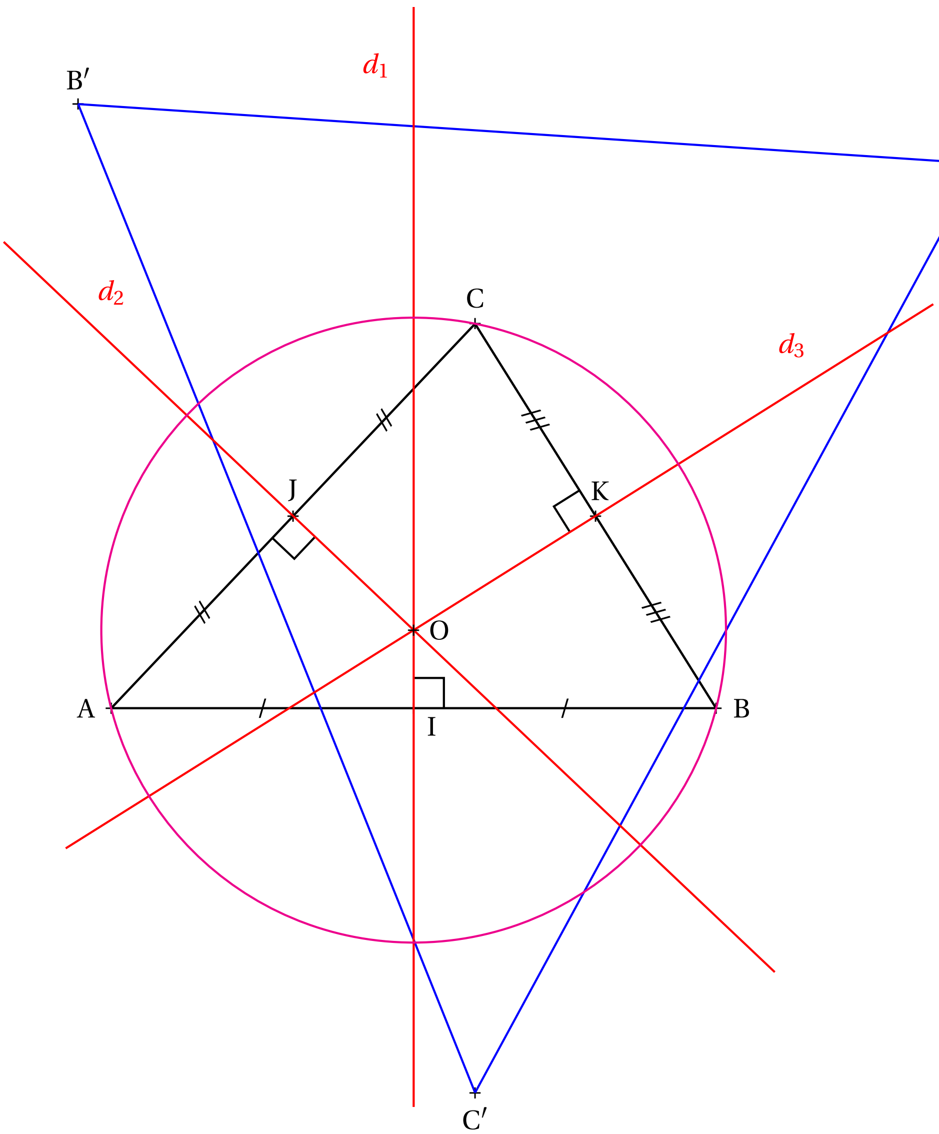
Exercice 2

1. Tracer un triangle ABC tel que AB = 8 cm, AC = 7 cm et BC = 6 cm. (Au milieu de la feuille!)

2. Placer I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC].

3.a Tracer le symétrique de A par rapport à la droite (BC) et le nommer A′.
3.b Tracer le symétrique de B par rapport à la droite (AC) et le nommer B′.
3.c Tracer le symétrique de C par rapport à la droite (AB) et le nommer C′.
3.d Tracer le triangle A′B′C′.

4.a Tracer la droite (d_1) perpendiculaire à la droite (AB) passant par I.
4.b Tracer la droite (d_2) perpendiculaire à la droite (AC) passant par J.
4.c Placer le point O à l'intersection de (d_1) et (d_2).
4.d Tracer le cercle de centre O passant par A.



Chapitre VI

La division euclidienne

SITUATION INITIALE : Recherche du jour de ma naissance

Première partie : RECHERCHE DU NUMÉRO DU JOUR DE VOTRE ANNIVERSAIRE

1. Le 1er janvier 2020 était un mercredi. Quel jour de la semaine était le 8 janvier 2020, le 15 janvier 2020, le 22 janvier 2020 ? Calculer le quotient et le reste de la division de 8 par 7. Recommencer en divisant 15 par 7 et enfin 22 par 7.

2. Le 22 janvier 2020 est le 22e jour de l'année. Nous sommes en vacances le vendredi 7 février 2020.
Quel est le numéro de ce jour ? Calculer le reste de la division de ce numéro par 7.

3. Les vacances d'été débuteront le samedi 4 juillet 2020. Quel est le numéro de ce jour en 2020 ?
Calculer le reste et le quotient de la division de ce numéro par 7.

4. Quel est le numéro du jour de la date de votre anniversaire en 2020 ?
Diviser ce nombre par 7 et déterminer le quotient et le reste.
Quel jour de la semaine votre anniversaire a-t-il lieu en 2020 ?
Quel date de la première semaine de janvier 2020 correspond au même jour de la semaine que votre anniversaire ?

Deuxième partie : VOYAGE DANS LE TEMPS

1. Combien l'année 2019 comptait t-elle de jours ? Et 2020 ? Et 2021 ?

2. Déterminer le quotient et le reste de la division entière de 365 par 7 puis le quotient et le reste de la division de 366 par 7. Que pouvez-vous en conclure ?

3. Quel jour de la semaine était le 1er janvier 2019 ? Le 1er janvier 2018 ? Le 1er janvier 2017 ?

4. Quel jour de la semaine sera le 1er janvier 2021 ? Quel jour était le 1er janvier 2016 ?

5. Quel sera le numéro du jour de la date de votre anniversaire ne 2021 ?
Diviser ce nombre par 7 et déterminer le quotient et le reste.
Quel date de la première semaine de janvier 2021 correspondra au même jour de la semaine que votre anniversaire ?
Quel jour de la semaine votre anniversaire aura-t-il lieu en 2021 ?

6. Quel jour de la semaine était le jour de votre anniversaire en 2019, en 2018, en 2017 et 2016 ?

Troisième partie : QUELQUES DÉFIS POUR ALLER TROP LOIN ...

1. Quel jour de la semaine était le 1er janvier de l'année de votre naissance ?
Pouvez-vous retrouver le jour de la semaine de votre date de naissance ?

2. Retrouver les quatre dernières fois où le 1er janvier était un mercredi.

3. Quel jour de la semaine était le 14 juillet 1789 ? (Attention 1900 et 1800 étaient des années communes !)

4. Que s'est-il passé à Toulouse le 16 décembre 1582 ?

5. Calculer le numéro des 13 de chaque mois pour une année commune et une année bissextile.
Observer les reste dans la division de ces numéros par 7.
En déduire combien au maximum il peut y avoir de vendredi 13 dans une année.

SITUATION INITIALE : Combien de vendredi 13 dans une année

La paraskevidékatriaphobie est la phobie du vendredi treize. Cette superstition remonterait aux origines de la Chrétienté. Ce serait la conséquence du fait que le Christ aurait été crucifié un vendredi et que la veille lors de la Cène il était accompagné de ses douzes Apôtres dont Judas Iscariote. Cependant beaucoup estime que cette superstition est beaucoup plus ancienne. Le 12 était depuis longtemps le symbole de l'harmonie (12 signes du zodiaque, 12 dieux de l'Olympe, 12 tribus d'Israël, 12 travaux d'Hercule, 12 heures par jour, 12 heures par nuit, 12 mois...). Le 13 portait ainsi malheur puisqu'il rompait cette harmonie!.
De nos jours, les vendredis 13 sont, dans l'imagination collective, soient des jours de malheur ou des jours de bonheur et l'occasion de participer à des tirages exceptionnels des loteries !

PREMIÈRE PARTIE : le mois de janvier

1. En 2021 le 1^{er}janvier était un vendredi. Quels sont les dates des autres vendredis du mois de janvier 2021 ?

2. Diviser chacune des ces dates par 7. Que constatez-vous ?

3. Faire la même démarche avec tous les mercredis du mois de janvier. Effectuer la division par 7 du numéro de ces jours. Que constatez-vous ?

4. Quel est le reste qui est associé au vendredi ?

DEUXIÈME PARTIE — Le vendredi

1. Quel sont les dates de tous les vendredis du mois de février ? Quel sont les numéro de ce jour dans l'année ? Ce numéro s'appelle le quantième du jour.

2. Diviser ces quantième par 7. Que constatez-vous ?

TROISIÈME PARTIE — Les 13 du mois

1. Compléter le tableau suivant pour une année ordinaire comme 2021.

Mois	Nombre de jours	Quantième du 13	Reste de la division par 7	Mois	Nombre de jours	Quantième du 13	Reste de la division par 7
Janvier				Juillet			
Février				Août			
Mars				Septembre			
Avril				Octobre			
Mai				Novembre			
Juin				Décembre			

2. Combien y aura-t-il de vendredi 13 en 2021 ?

3. Compléter le tableau suivant pour une année bissextile comme 2020.

Mois	Quantième du 13	Reste	Mois	Quantième du 13	Reste	Mois	Quantième du 13	Reste
Janvier			Mai			Septembre		
Février			Juin			Octobre		
Mars			Juillet			Novembre		
Avril			Août			Décembre		

CONCLUSION — Combien de vendredi 13 dans une année ?

CHAPITRE VII

La proportionnalité

I — Grandeurs proportionnelles

❧ DÉFINITION 7.1 : Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand il existe un unique coefficient multiplicateur qui permet d'obtenir une des grandeurs en multipliant l'autre par ce nombre.

EXEMPLES :

1. Le pouce est une unité du système impérial britanique sont symbole est " ou in. Cette unité est souvent utilisé pour mesurer la diagonale des écrans des téléphones, tablettes et ordinateurs. On sait que 1" = $2,54\ cm$
Voici un tableau montrant quelques exemples :

Pouces	0	1	2	3	5	8	10	20	30	50	100
Centimètres	0	2,54	5,08	7,62	12,7	20,32	25,4	50,8	76,2	127	254

$\times 2,54$

Ces deux grandeurs sont bien proportionnelles puisqu'il existe un coefficient multiplicateur unique : 2,54 qui permet d'obtenir la mesure en centimètres en multipliant la mesure en pouces.
Dans une situation de proportionnalité comme celle-ci on peut aussi dire qu'il existe un coefficient unique qui permet de diviser la mesure en centimètres pour obtenir des pouces.

On peut faire de nombreuses remarques qui sont valables dans toutes situations de proportionnalité :

- si on divise deux nombres l'un par l'autre dans une même colonne, on obtient toujours le même résultat :
  - $50,8 \div 20 = 2,54$;
  - $254 \div 100 = 2,54$.
- on peut ajouter ou soustraire les colonnes entre elles :
  - $2+3=5$ et $5,08+7,62=12,7$;
  - $3+5=8$ et $7,62+12,7=20,32$;
  - $10+20=30$ et $25,4+50,8=76,2$.
- on peut multiplier une colonne par un nombre pour en obtenir une autre :
  - $2\times 4=8$ et $5,08\times 4=20,32$;
  - $10\times 5=50$ et $25,4\times 5=127$.
- pour la valeur 0 les deux grandeurs sont égales à 0. En effet $0\times 2,54=0$.

2. La température peut se mesurer dans des unités différentes :

- en degrés Celsius (°C) ;
  C'est l'unité de mesure habituelles de températures.[1]
- en degrés Kelvin (K) ;
  C'est l'unité de mesure des physiciens, il faut ajouter 273,15 aux températures en degré Celsius.[2]
- en degrés Fahrenheit (°F) ; C'est l'unité britannique. Il faut multiplier la température en degré Celsius par 1,8 et ajouter 32.[3]

Voici un tableau montrant quelques exemples :

Degré Celsius	-30	-20	-10	0	10	20	30	$37,8$	50	100
Degré Kelvin	$243,15$	$253,15$	$263,15$	$273,15$	$283,15$	$293,15$	$303,15$	$310,95$	$323,15$	$373,15$
Degré Fahrenheit	-22	-4	14	32	50	68	86	$100,04$	122	212

On constate que ces grandeurs ne sont pas proportionnelles entre elles :

- Observons les degrés Celsius et les degrés Kelvin :
  - Quand on divise les colonnes, on n'obtient pas le même nombre :
    $283,15 \div 10 = 28,315$ et $293,15 \div 20 = 14,6575$.
  - On ne peut pas ajouter les colonnes :
    $10 + 20 = 30$ et $283,15 + 293,15 = 576,3 \neq 303,15$.
  - On ne peut pas multiplier les colonnes par un nombre :
    $10 \times 5 = 50$ et $283,15 \times 5 = 1415,75 \neq 323,15$.
  - 0 degré Celsius ne correspond pas à 0 degré Kelvin mais $273,15$.
- Observons les degrés Celsius et les degrés Farenheit :
  - Quand on divise les colonnes, on n'obtient pas le même nombre :
    $50 \div 10 = 5$ et $212 \div 100 = 2,12$.
  - On ne peut pas ajouter les colonnes :
    $10 + 20 = 30$ et $50 + 68 = 118 \neq 86$.
  - On ne peut pas multiplier les colonnes par un nombre :
    $10 \times 5 = 50$ et $50 \times 5 = 250 \neq 122$.
  - 0 degré Celsius ne correspond pas à 0 degré Fahrenheit.

Ainsi les mesures en Celsius et en Kelvin ne sont pas proportionnelles. Les mesures en Celsius et en Fahrenheit ne le sont pas non plus.
Comme on le voit dans les formules données au départ, on ne passe pas des Celsius au Kelvin ou au Fahrenheit en multipliant par un nombre constant.

3. Ma taille et mon âge ne sont pas des grandeurs proportionnelles. Il y a plusieurs justifications :

- il n'existe aucun nombre qui permet d'obtenir ma taille en multipliant mon âge ;
- quand j'étais deux fois plus jeune je n'étais pas deux fois plus petit ;
- quand je serai deux fois plus vieux, je ne serai heureusement pas deux fois plus grand ;
- mon âge continue (malheureusement) à augmenter alors que ma taille commence (malheureusement) à diminuer ;
- quand j'avais 0 an, à ma naissance, je ne mesurais pas 0 cm !

II — Annexe

CHAPITRE VIII

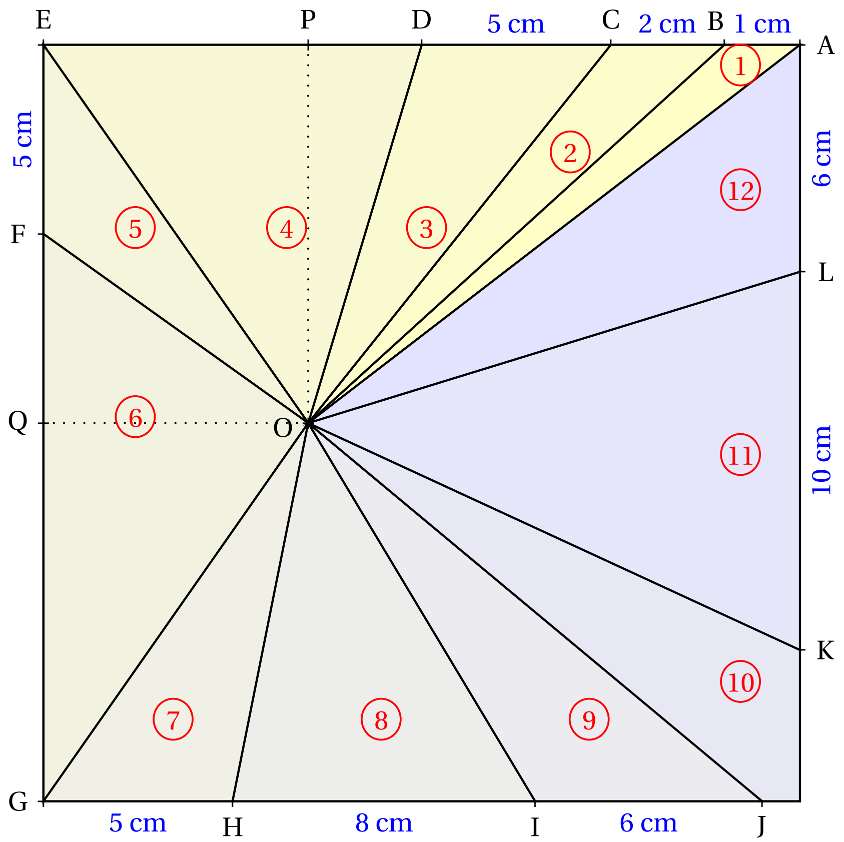
Les angles

SITUATION INITIALE : Comparer les angles en les superposant !

Nous allons dans cette activité nous demander comment comparer des angles entre eux.

Des angles à comparer

Voici un carré dont le côté mesure 20 cm.
Dans ce carré on place un point O tel que EPOQ soit un rectangle avec OQ = 7 cm et OP = 10 cm.
On place ensuites les points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K et L.



1. Reproduire cette figure sur une feuille blanche.
2. Découper chacun des angles numérotés de 1 à 12
3. En superposant ces angles, les classer dans l'ordre croissant de leur ouverture. Indiquer ce classement dans votre cahier.

Nommer les angles

L'angle 1 a pour sommet O. Il a deux côtés : les demi-droites [OA) et [OB).

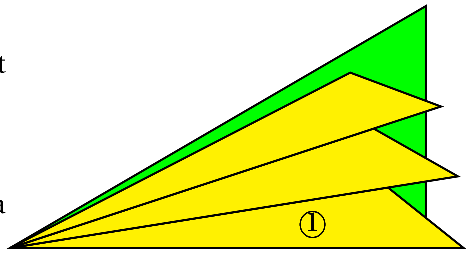
Cet angle se nomme en géométrie $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$. Le sommet doit être entre les deux autres lettres !

Indiquer sur votre cahier le nom géométrique des 11 autres angles.

Utilisation d'un gabarit

Pour mesurer l'ouverture de ces angles, on utilise l'angle 1 comme gabarit unité.
Ainsi $\widehat{AOB}$ mesure 1 unité.

En utilisant l'angle 1 comme gabarit, indiquer une valeur approchée de la mesure des 11 autres angles.
Par exemple sur la figure ci-après, l'angle vert mesure environ 3 unités.



CHAPITRE IX

Et le reste...

PARADOXE — Les dés non transitifs

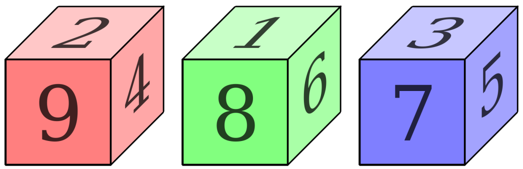
PREMIÈRE PARTIE : un classement

On a mesuré la taille de joueuses de l'équipe de football du collège Vauquelin :

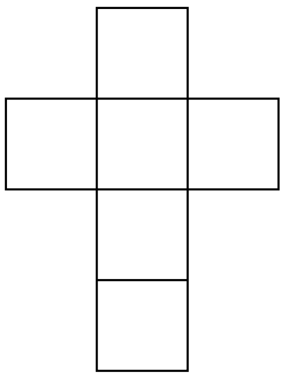
— ① Juliette est plus petite que Salma ;
— ② Clara est plus grande que Marie ;
— ③ Clara est plus petite que Juliette ;
— ④ Marie est plus grande qu'Asmaa ;

Classer ces élèves dans l'ordre croissant de leur taille.

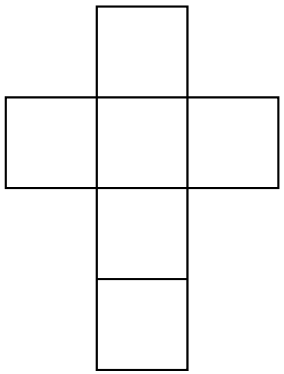
DEUXIÈME PARTIE : construction d'un dé



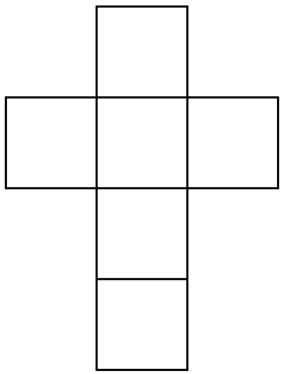
A



B



C



Sur la partie gauche de ce document vous sont présentés trois dés en perspective avec lesquels nous souhaitons jouer. De la gauche vers la droite, nous avons les dés **A**, **B** et **C**. Sur la figure en perspective, les faces cachées ont la même valeur que leurs faces opposées.

1. Compléter les patrons proposés avec les nombres manquants.

2. Construire l'un de ces patrons pour obtenir un cube de 6 cm de côté.

Indique dans le carré le dé que tu dois construire.

TROISIÈME PARTIE : et maintenant on joue !

Deux joueurs vont jouer l'un contre l'autre avec deux dés différents. Le jeu consiste à lancer chacun un dé comme précisé sur la fiche de score. Le gagnant est celui qui obtient le nombre le plus grand.

Sur la fiche de score vous indiquerez les résultats obtenus.

1. Indiquez le score obtenu par la classe entre le dé **A** et le dé **B**.

A	B

2. Indiquez le score obtenu par la classe entre le dé **B** et le dé **C**.

B	C

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire si nous avions joué avec les dés **A** et **C** ?

4. Indiquez le score obtenu par la classe entre le dé **C** et le dé **A**.

A	C

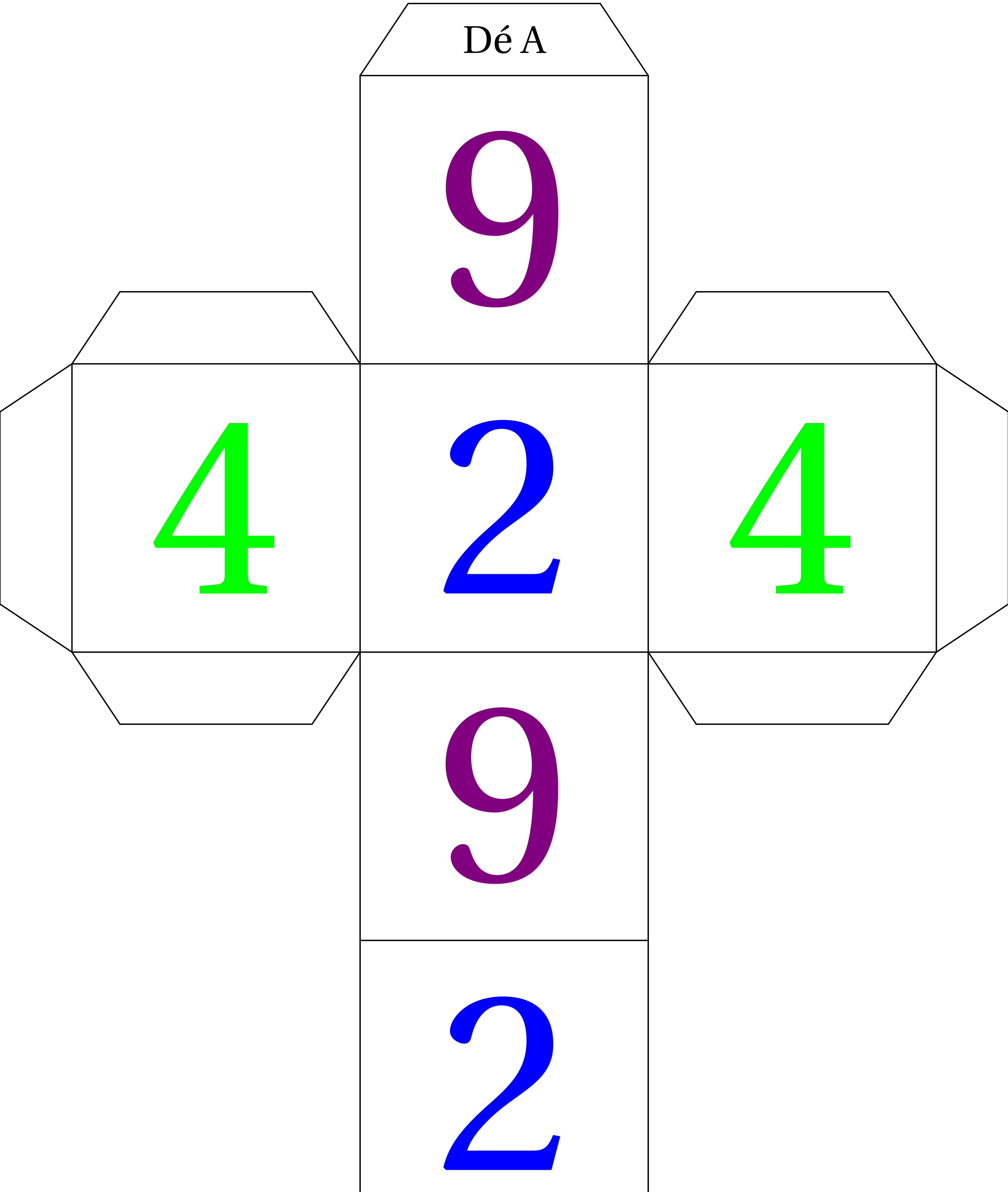
5. Qu'en pensez-vous ?

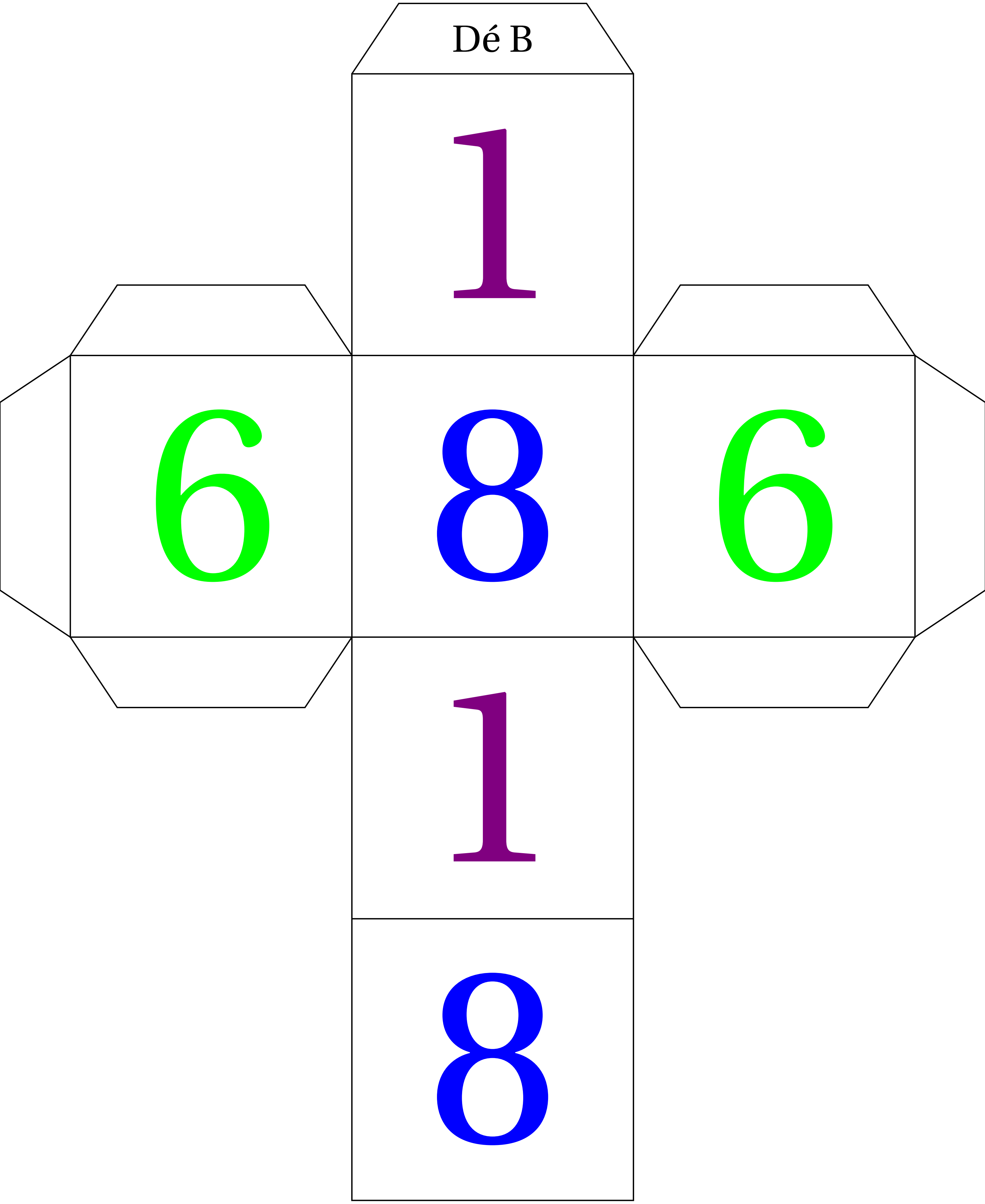
	Nombre de victoires	
	Dé A	Dé B
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		

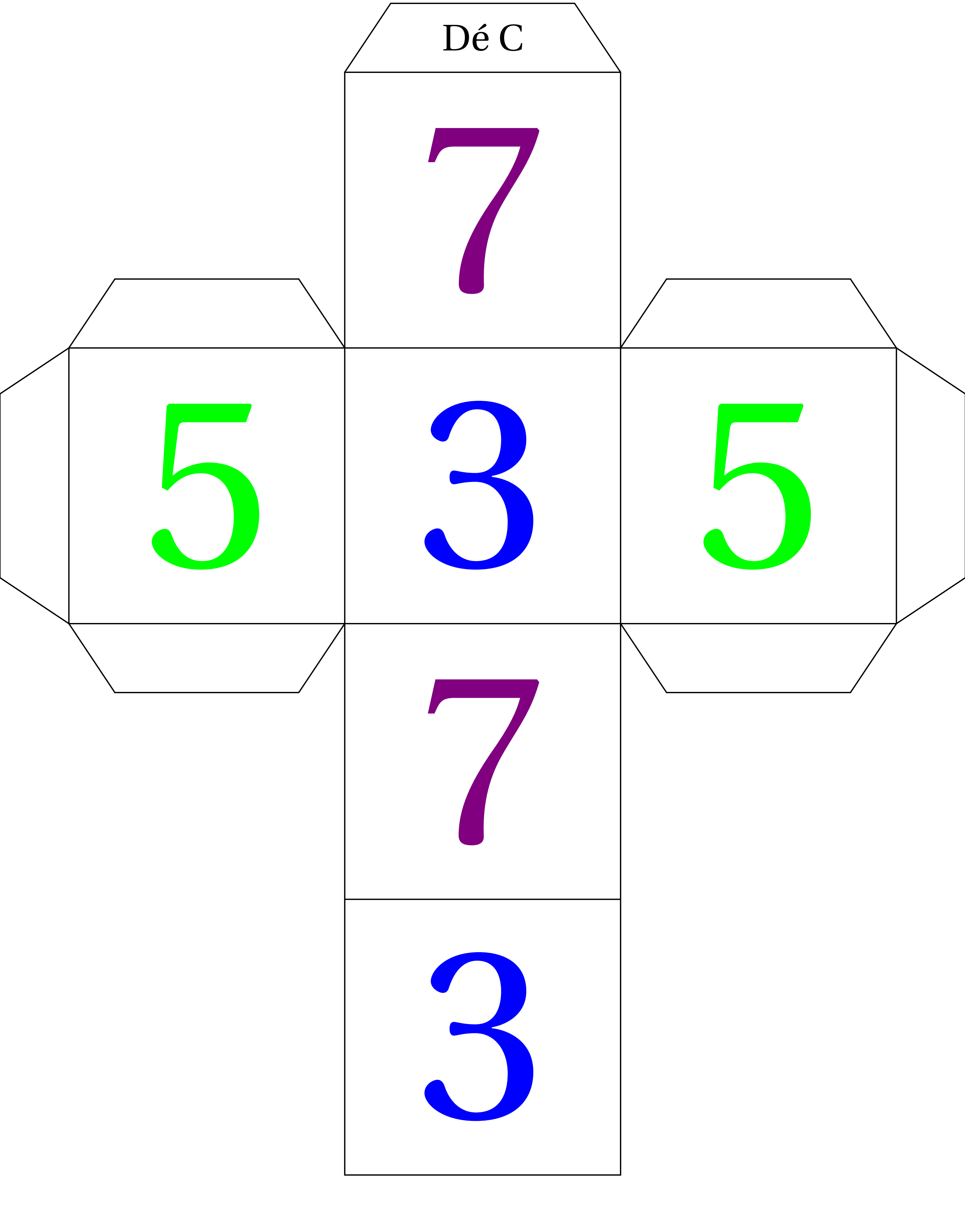
	Nombre de victoires	
	Dé B	Dé C
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		

	Nombre de victoires	
	Dé A	Dé C
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		

	Nombre de victoires	
	Dé A	Dé C
Parties n° 1 à n° 5		
Parties n° 6 à n° 10		
Parties n° 11 à n° 15		
Parties n° 16 à n° 20		
Total		


Dé A
9
4
2
4
9
2


Dé B
1
6
8
6
1
8


Dé C
7
5
3
5
7
3

Paradoxe — Les dés non transitifs — Synthèse

La connaissance scientifique

La **connaissance scientifique** est fondée sur quatre piliers :

— **Premier pilier** : **La question initiale** .
À l'origine de toute connaissance scientifique se trouve une **question** qui interroge le monde dans lequel nous vivons. Une connaissance est une réponse à une question.
« Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on en dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir de connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit. » — Gaston Bachelard

— **Deuxième pilier** : **Le réalisme** .
Le monde des idées n'a pas la priorité sur le monde physique. Le monde là dehors existe indépendamment et antérieurement à la perception que j'en ai et aux descriptions que l'on en fait.

— **Troisième pilier** : **La rationnalité** .
Cela consiste à respecter les lois de la logique fournies par les mathématiques. Cela demande également d'accepter seulement les théories les plus économiques en hypothéses de départ.

— **Quatrième pilier** : **Le matérialisme** .
Les expériences scientifiques n'utilisent que des éléments du monde réel et matériel, cela exclu les définitions immatérielles comme par exemple les esprits.

Croyance et opinion

Croyance :
« La croyance est le processus mental expérimenté par une personne qui adhère à une thèse ou une hypothèse, de façon qu'elle les considère comme vérité, indépendamment des faits, ou de l'absence de faits, confirmant ou infirmant cette thèse ou cette hypothèse. Ainsi, les croyances sont souvent des certitudes sans preuve. » — Wikipédia

Opinion :
« L'opinion est un jugement que l'on porte sur un individu, un être vivant, un phénomène, un fait, un objet ou une chose.
Elle peut être considérée comme bonne ou mauvaise. » — Wikipédia

Biais cognitifs

Je suis le frère de deux aveugles.
Pourtant, ces deux aveugles ne sont pas mes frères.
Comment est-ce possible ?

Biais cognitif :
Ce sont des **heuristiques** ou raccourci mentaux qui nous conduisent presque toujours à porter un faux jugement.
Nous utilisons les biais cognitifs lorsque :

— il y a un trop grand nombre d'informations à traiter ;
— nous avons besoin de donner du sens au monde qui nous entoure ;
— nous avons besoin d'agir vite ;
— nous avons besoin de mémoriser les choses pour plus tard.

Voici quatre exemples :

Biais d'ancrage

On a tendance à être trop dépendant de la première information entendue ou observée.

Effet d'entraînement

La probabilité pour qu'une personne adopte une croyance augmente proportionnellement au nombre de personnes qui ont cette croyance.

Biais de confirmation

Tendance à ne porter attention qu'aux informations qui confirment nos opinions.

Biais de Blind-Spot	Le fait de ne pas réussir à identifier ses propres biais est un biais en lui-même.

Notes

[1]L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels forme un magma unifère pour l'addition. 0 est l'élément neutre. L'addition est associative, $a+(b+c)=(a+b)+c$ ce qui fait de $\mathbb{N}$ un monoïde. Ajoutons que c'est un monoïde commutatif.

[1]Cette propriété s'appelle la commutativité de la multiplication. Une démonstration formelle de cette propriété sur les entiers s'obtient en démontrant par récurrence que $a\times n = n\times a$ pour a un entier fixé et n un entier quelconque. On montre que $a\times 1 = 1\times a$ par définition de la multiplication entière. Puis en partant d'une hypothèse de récurrence selon laquelle cette propriété est vraie à l'ordre n, on montre que $a\times(n+1) = (n+1)\times a$ en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. En effet $a\times(n+1) = a\times n + a\times 1 = n\times a + 1\times a = (n+1)\times a$.

[1]Le degré Celsius est l'unité de mesure des températures dans le système décimal métrique. Le 0ř est défini par la température de solidification de l'eau et 100ř par sa température de vaporisation.

[2]Le degré Kelvin est utilisé en science pour faire des calculs. Elle utilise le même degré (marche) que le degré Celsius mais le 0 est défini par la température la plus basse possible : le zéro absolu −273, 15řC qui correspond à la température théorique où le mouvement atomique est nul...

[3]Le degré Fahrenheit a pour zéro la température la plus basse que Daniel Fahrenheit, un physicien allemand du XVIII ^e^siècle, avait mesuré, environ −18řC. La température 100řF correspond à la température du corps humain.

EXERCICE N^o^ 9.1 : Le robot et le microprocesseur – Une histoire de déplacement

Un petit robot doit retrouver un microprocesseur.
Pour cela il doit être programmé afin de se déplacer dans une grille carrée de 10 cases de côtés.
Il connaît quatre commandes de programmation :

- → : Avancer à droite;
- ← : Avancer à gauche;
- ↓ : Avanver vers le bas;
- ↑ : Avancer vers le haut.

Pour chacune de ces commandes, le robot effectue le mouvement demandé et ne s'arrête sur une case qu'à trois conditions :

- si le bord de la grille l'empêche de continuer;
- si une case noire l'empêche de continuer;
- si la case contient le microprocesseur.

Défi n^o^ 1 : Niveaux 1 à 3

Vous devez programmer le robot en utilisant les quatre commandes autant de fois que vous le voulez de telle manière qu'il récupére le microprocesseur.

Défi n^o^ 2 : Niveaux 4 à 6

Le code qui permet au robot de récupérer le microprocesseur vous est fourni. Vous devez placer correctement les cases noires afin que le programme fonctionne.

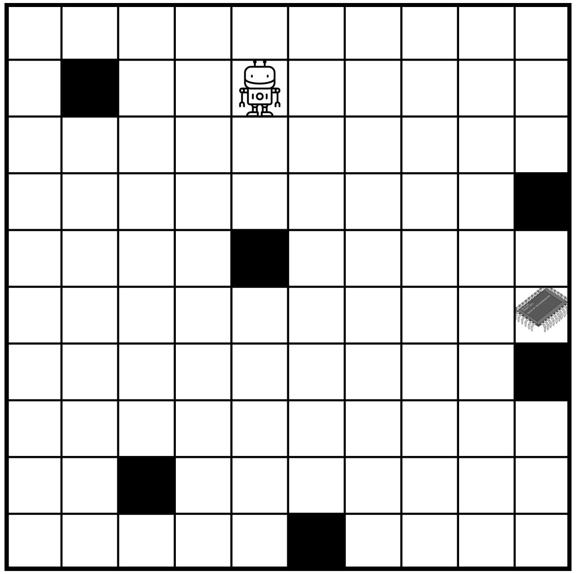
Défi n^o^ 3 : Niveaux 7 à 9

Le code qui permet au robot de récupérer le microprocesseur vous est fourni. Vous devez retrouver sur quelle case se trouvait le robot au départ.

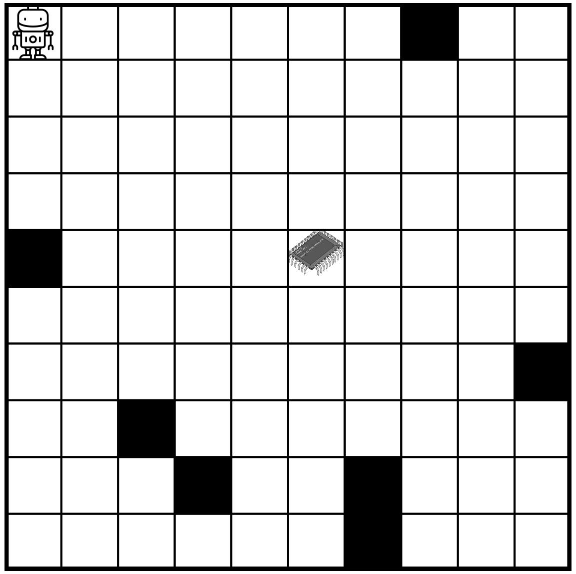
Défi n^o^ 4 : Niveaux 10 à 12

Vous devez écrire un programme qui utilise une fois seulement chacun des codes indiqués afin que le robot récupére le microprocesseur. Vous devez aussi placer les cases noires nécessaires au bon fonctionnement du programme.

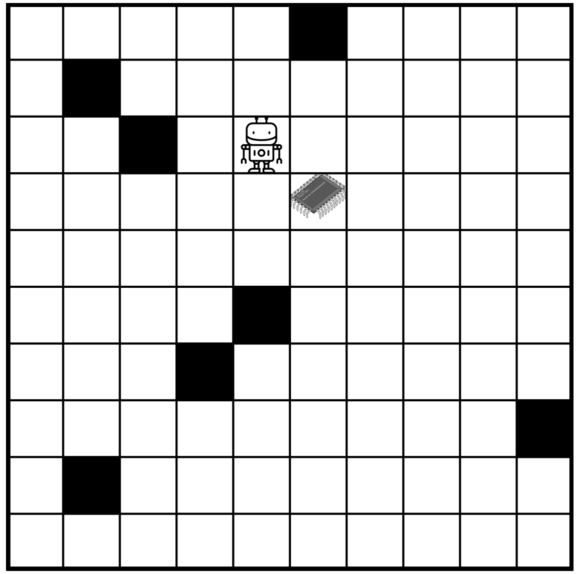
Niveau : 1



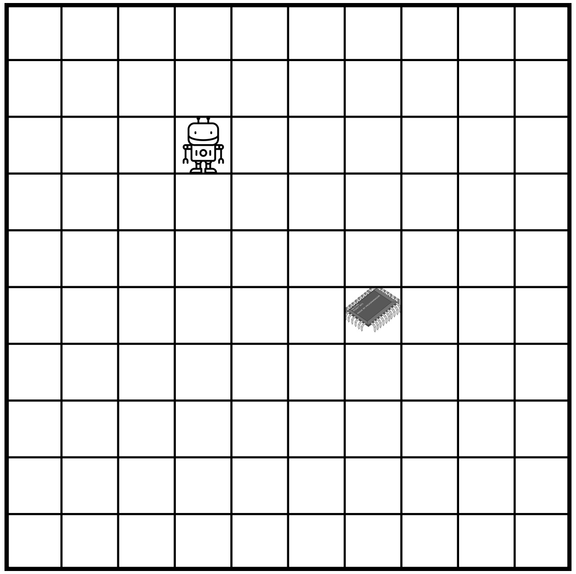
Niveau : 2



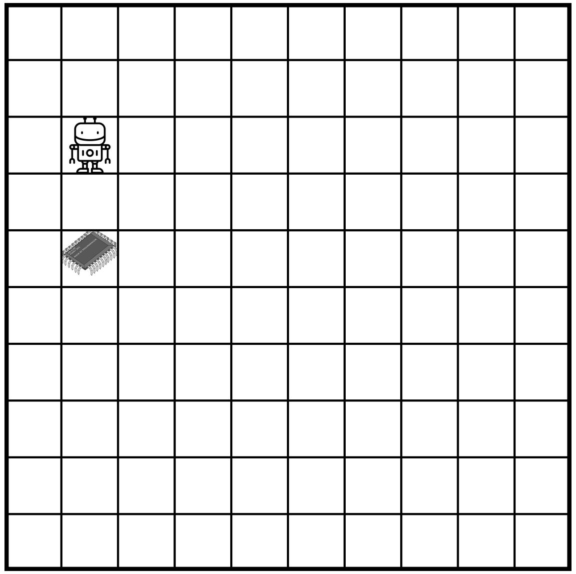
Niveau : 3



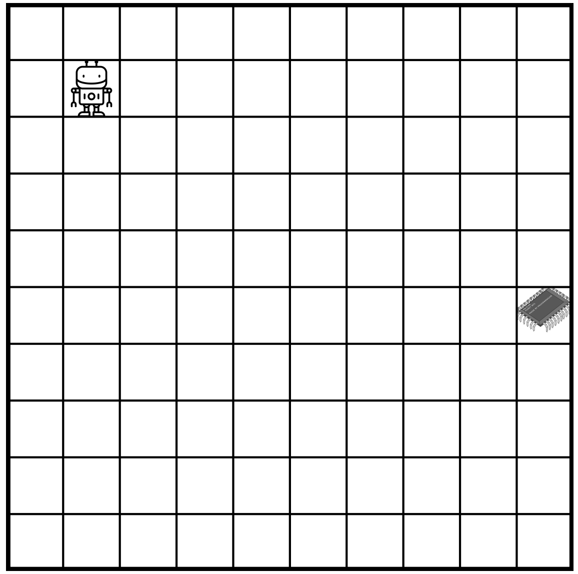
Niveau : 4



Niveau : 5



Niveau : 6

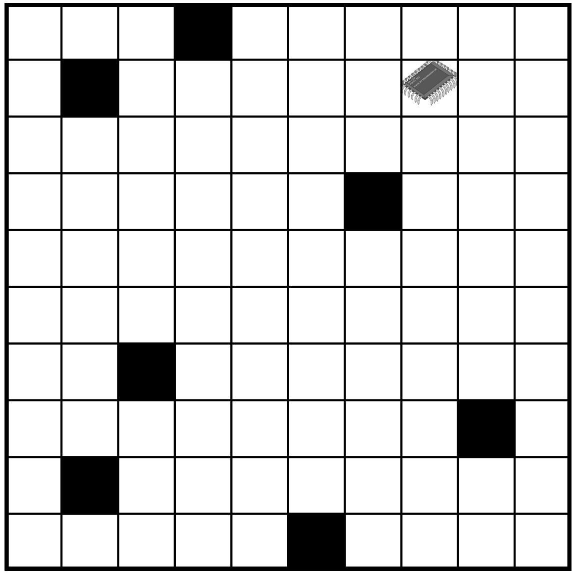


→↓←↑→

←↓→↑→↓←

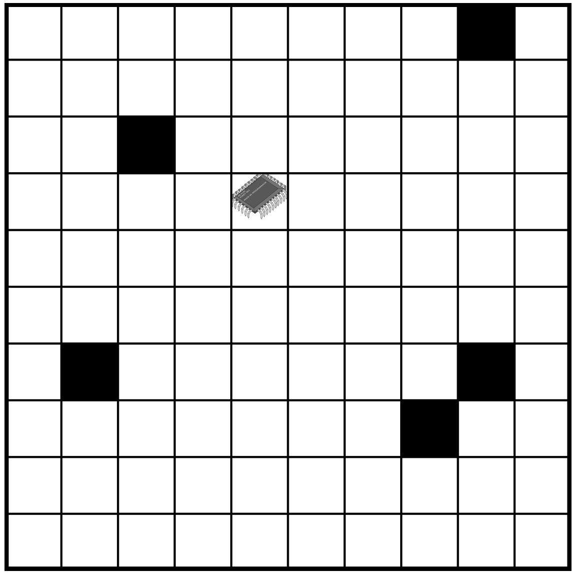
→↓←↓→↑←↑→

Niveau : 7



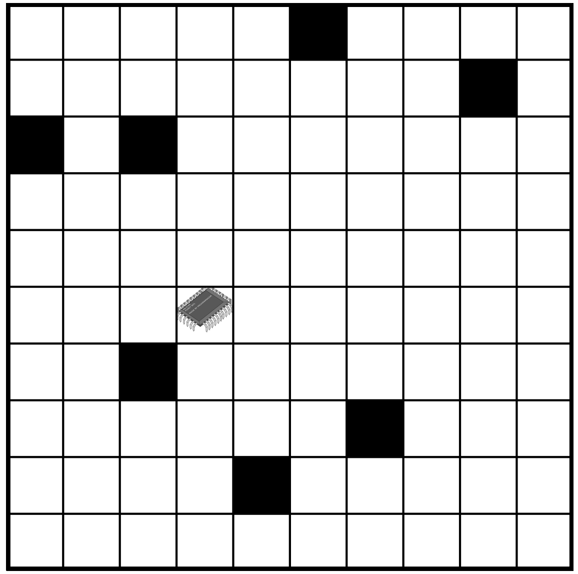
↓←↑→

Niveau : 8



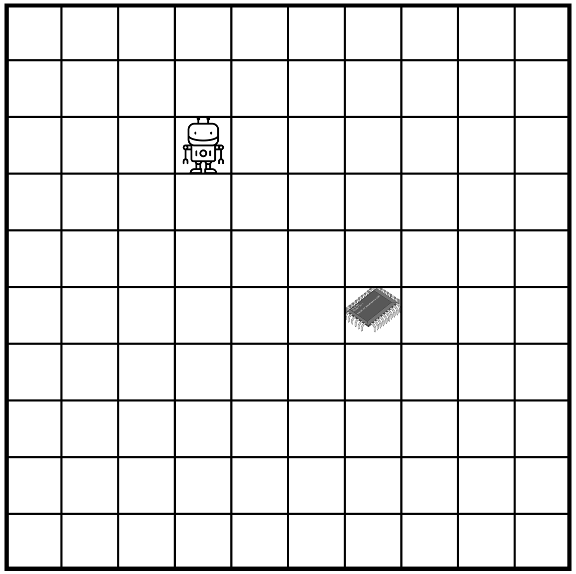
→↑→↓←↑→

Niveau : 9



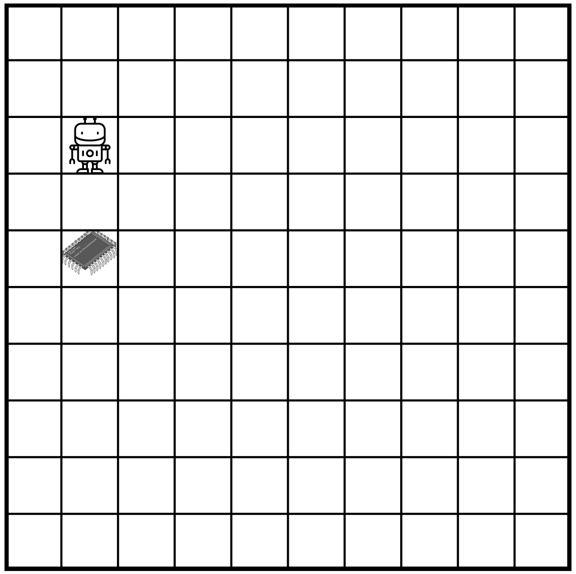
↓→↑→↓←↑→↓→

Niveau : 10



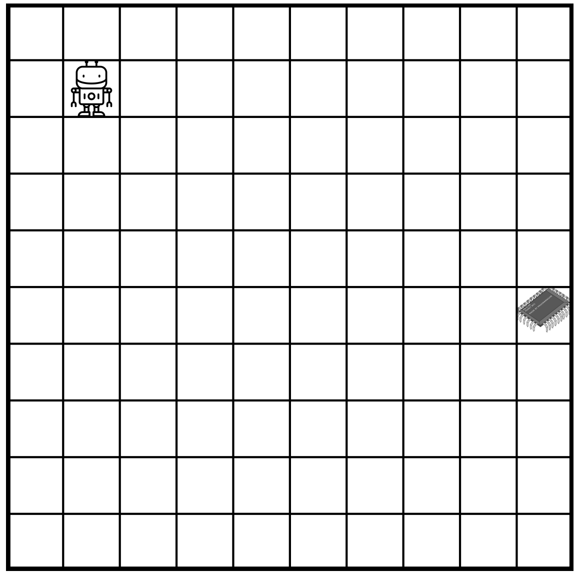
→←↓↑

Niveau : 11



→→↓↓↑←

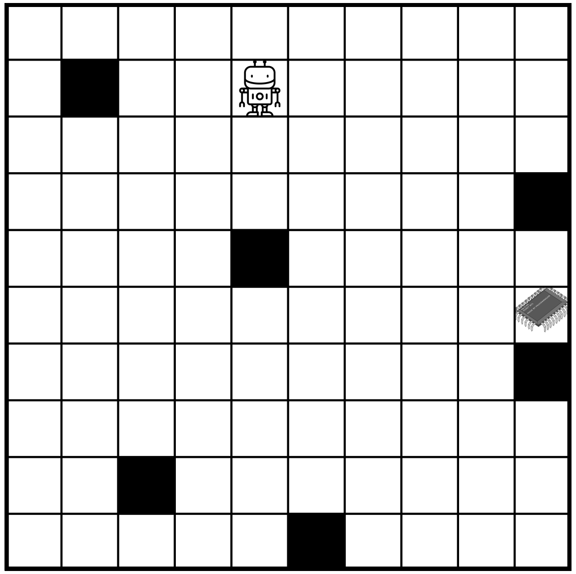
Niveau : 12



↓↓↓↑→←←←

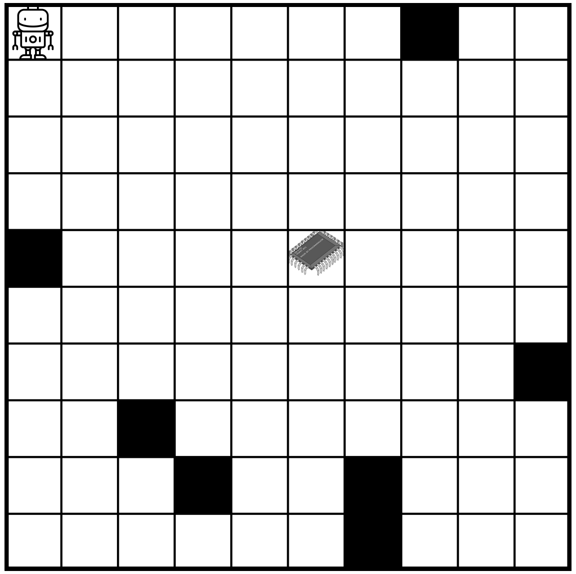
Corrections

Niveau : 1

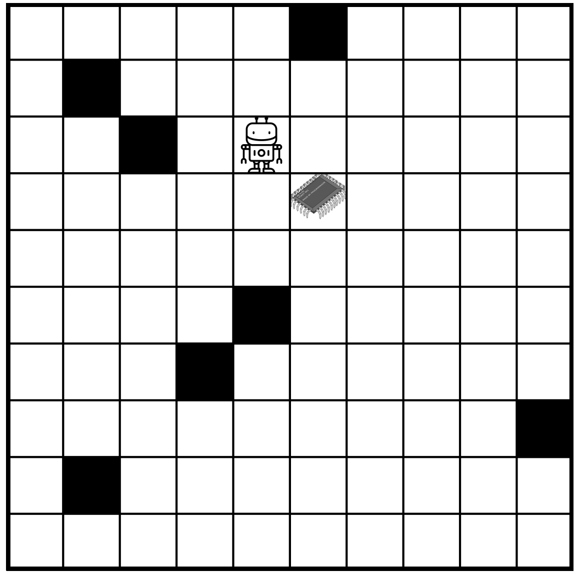


↑←↓→↑→

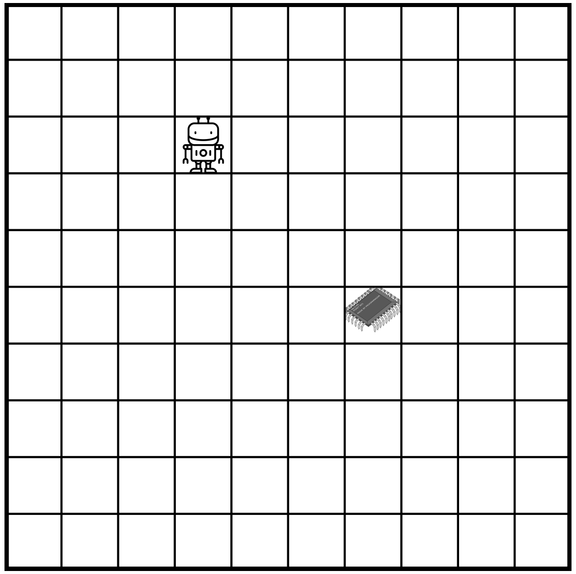
Niveau : 2



Niveau : 3

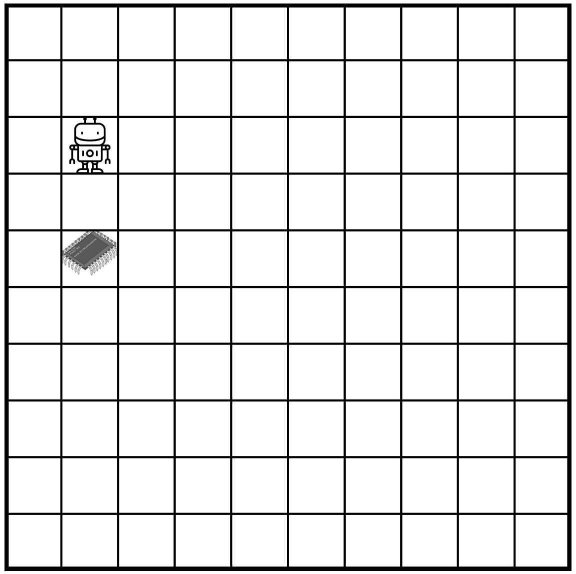


Niveau : 4



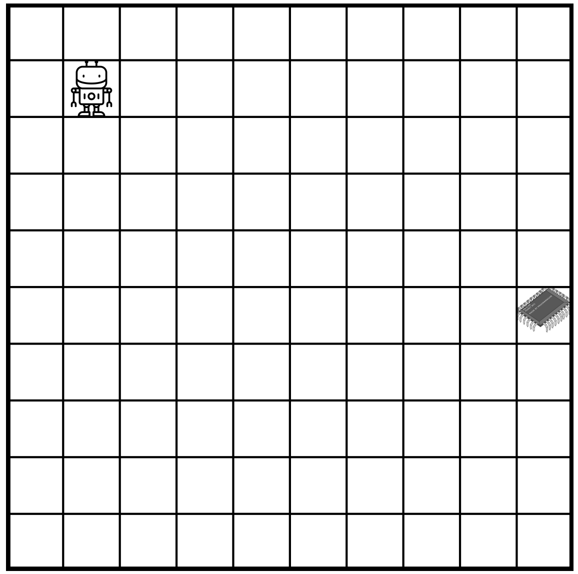
→↓←↑→

Niveau : 5



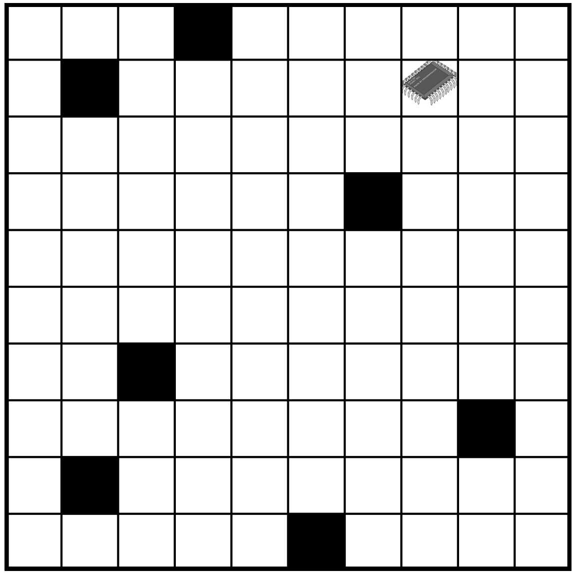
←↓→↑→↓←

Niveau : 6



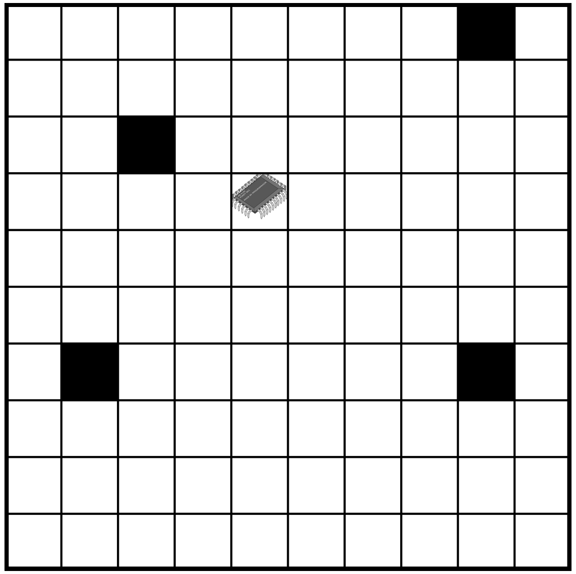
→↓←↓→↑←↑→

Niveau : 7



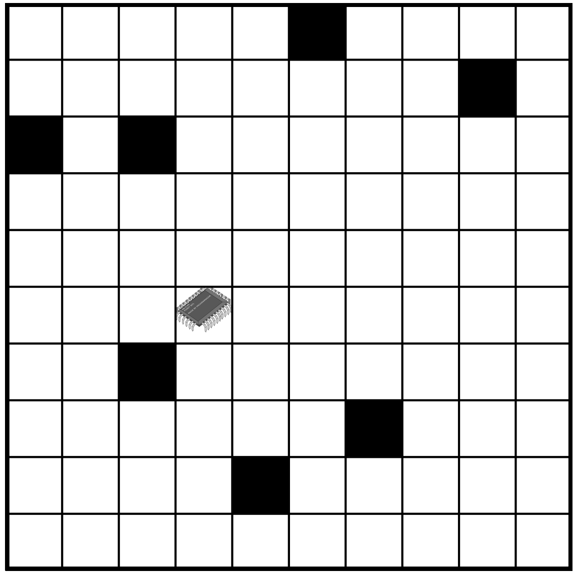
↓←↑→

Niveau : 8



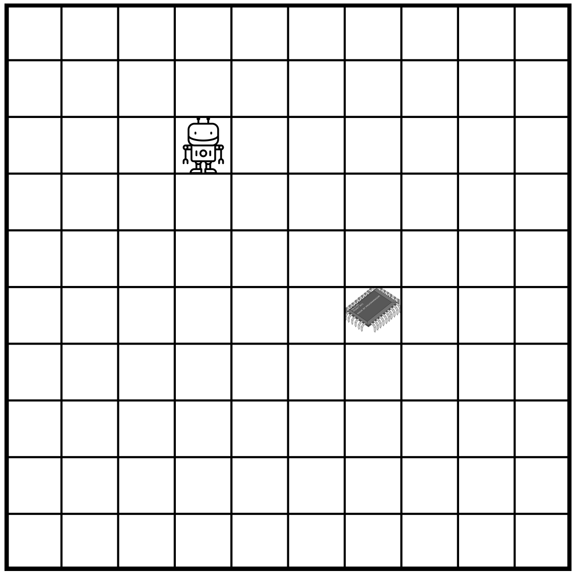
→↑→↓←↑→

Niveau : 9



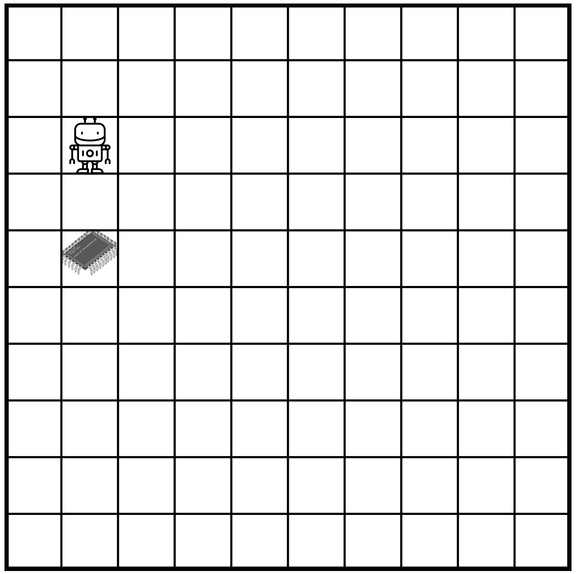
↓→↑→↓←↑→↓→

Niveau : 10



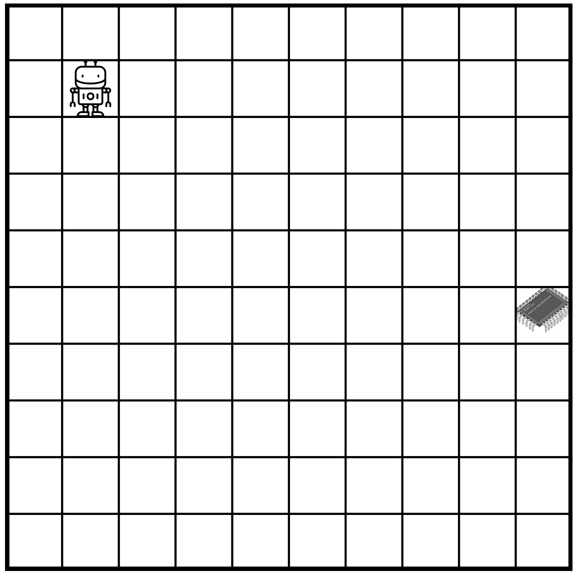
→←↓↑

Niveau : 11



→→↓↓↑←

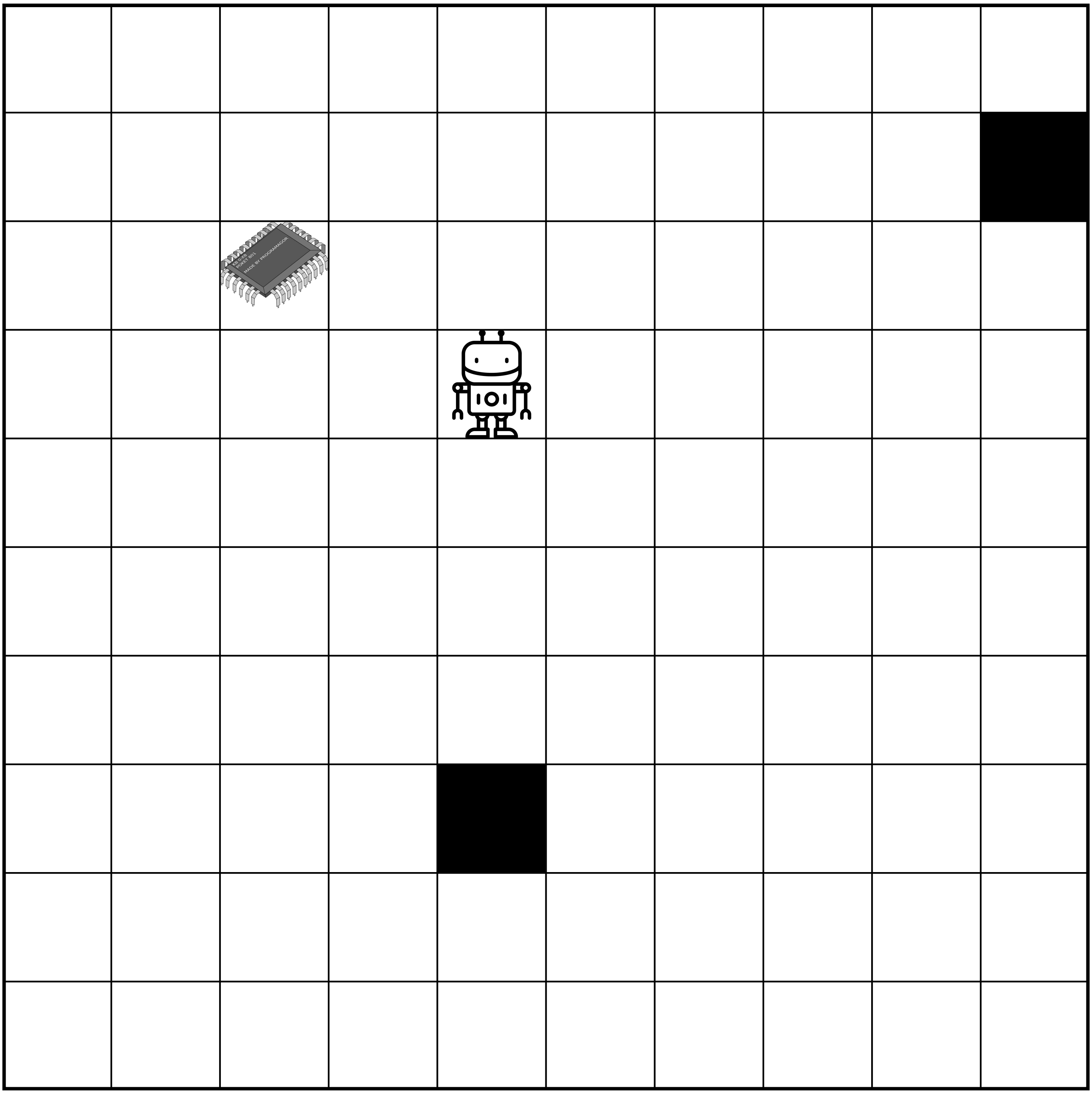
Niveau : 12



↓↓↓↑→←←←

Exemple

NIVEAU : 12



↓→↑→

EXERCICE N° 9.2 : Le robot et le microprocesseur – Une histoire de déplacement

Un petit robot doit retrouver un microprocesseur.
Pour cela il doit être programmé afin de se déplacer dans une grille carrée de 10 cases de côtés.
Il connaît quatre commandes de programmation :

— ➜ : Avancer ;
— ↻ : Tourner sur place d'un quart de tour vers la droite ;
— ↺ : Tourner sur place d'un quart de tour vers la gauche.

Pour chacune de ces commandes, le robot effectue le mouvement demandé et ne s'arrête sur une case qu'à trois conditions :

— si le bord de la grille l'empêche de continuer ;
— si une case noire l'empêche de continuer ;
— si la case contient le microprocesseur.

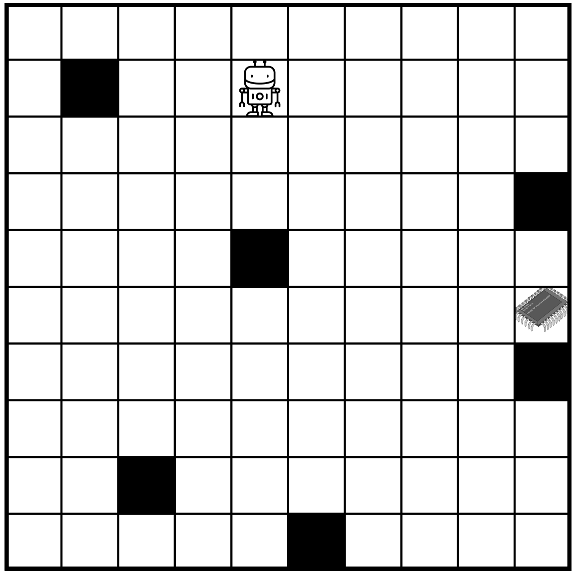
Attention, si le robot avance au démarrage alors il se dirige vers la droite de la grille !
Défi n° 1 : Niveaux 1 à 3

Vous devez programmer le robot en utilisant les quatre commandes autant de fois que vous le voulez de telle manière qu'il récupére le microprocesseur.

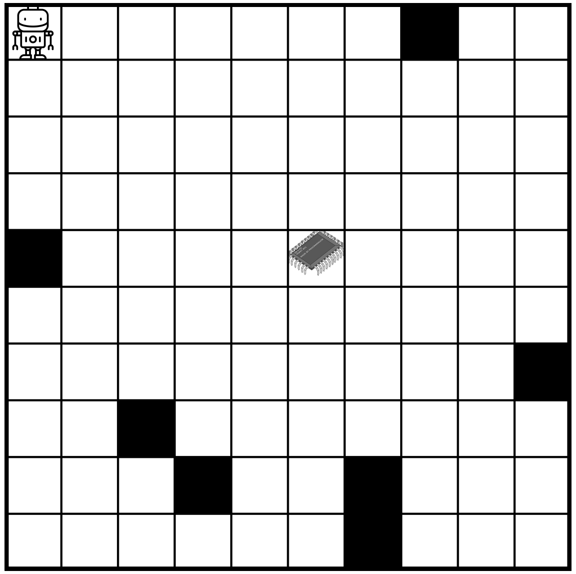
Défi n° 2 : Niveaux 4 à 6

Le code qui permet au robot de récupérer le microprocesseur vous est fourni. Vous devez retrouver sur quelle case se trouvait le robot au départ.

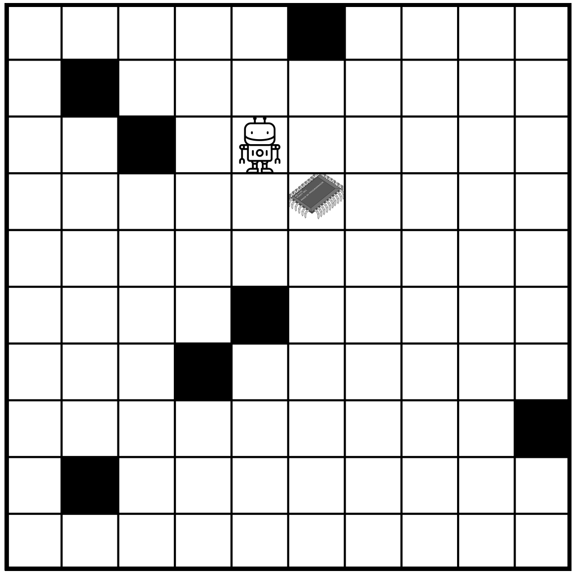
Niveau : 1



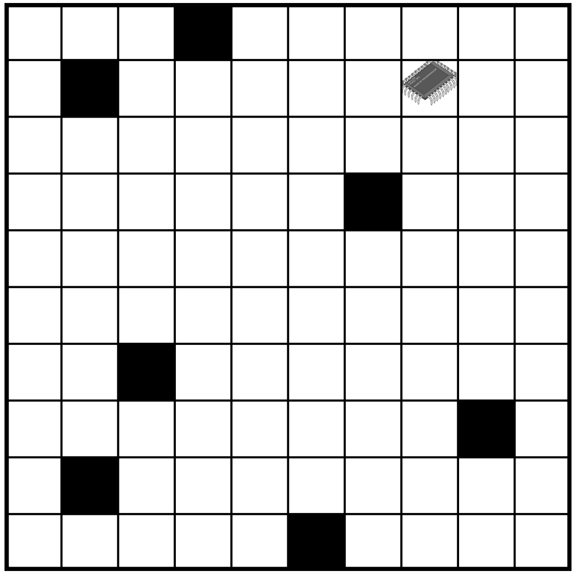
Niveau : 2



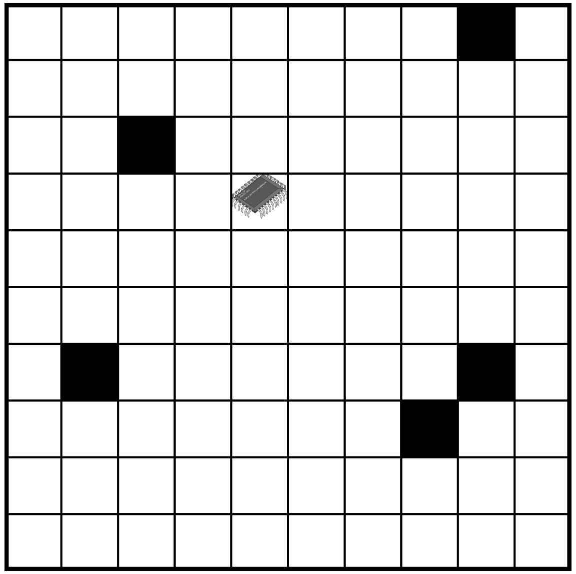
Niveau : 3



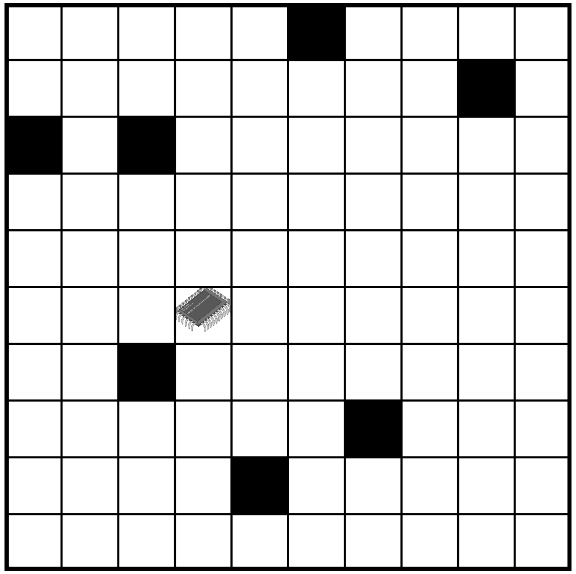
Niveau : 4



Niveau : 5



Niveau : 6



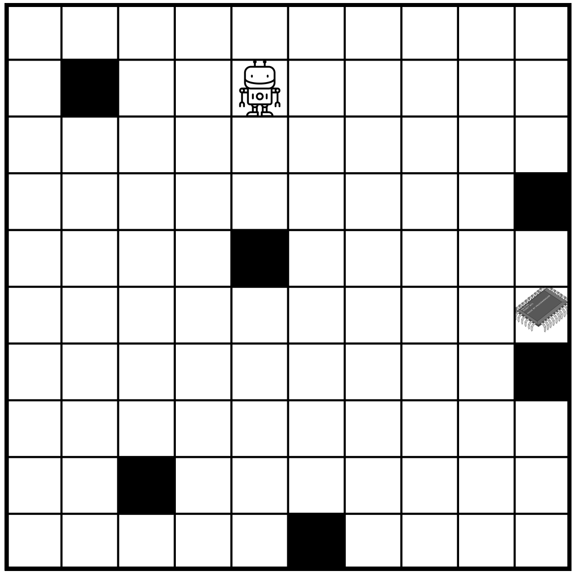
↻↻→↻→↻→↻→

→↺→↻→↻→↻→↻→↻→

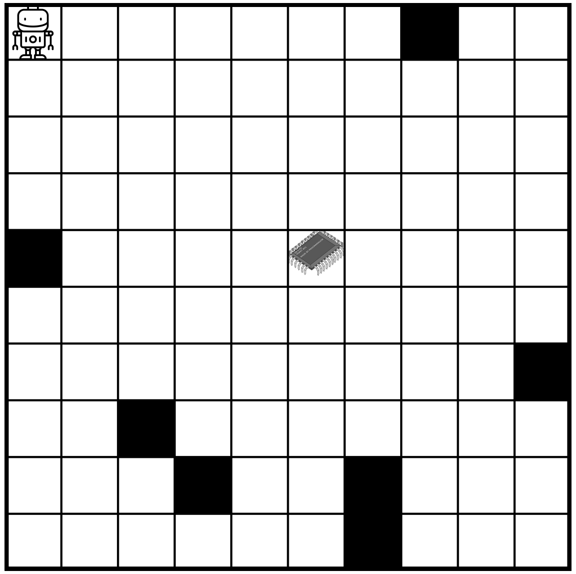
↻→↺→↺→↻→↻→↻→↻→↻→

Corrections

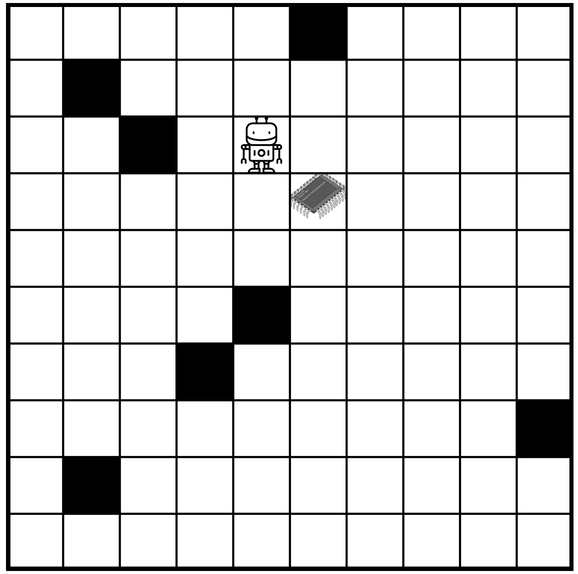
Niveau : 1



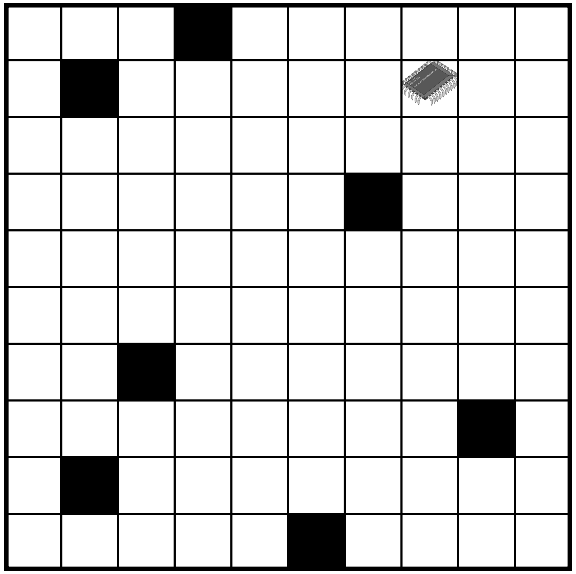
Niveau : 2



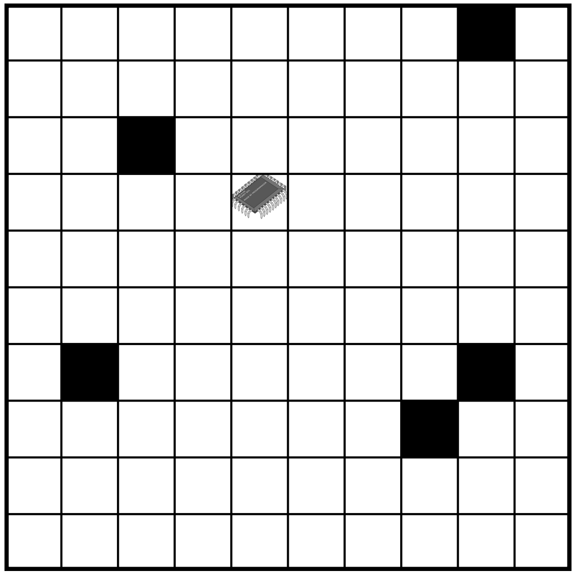
Niveau : 3



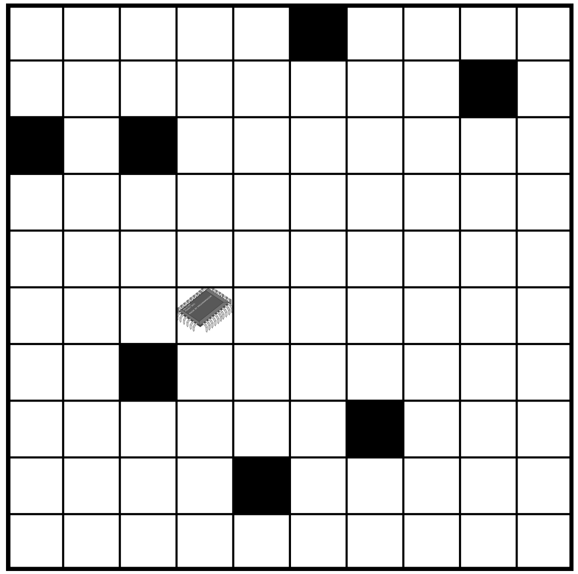
Niveau : 7

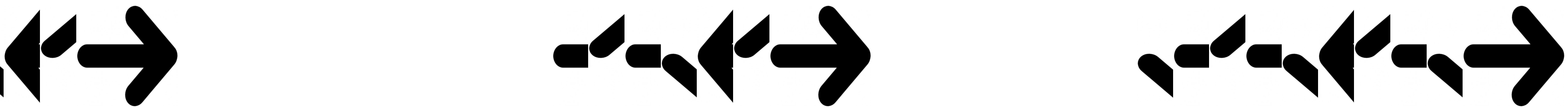


Niveau : 8



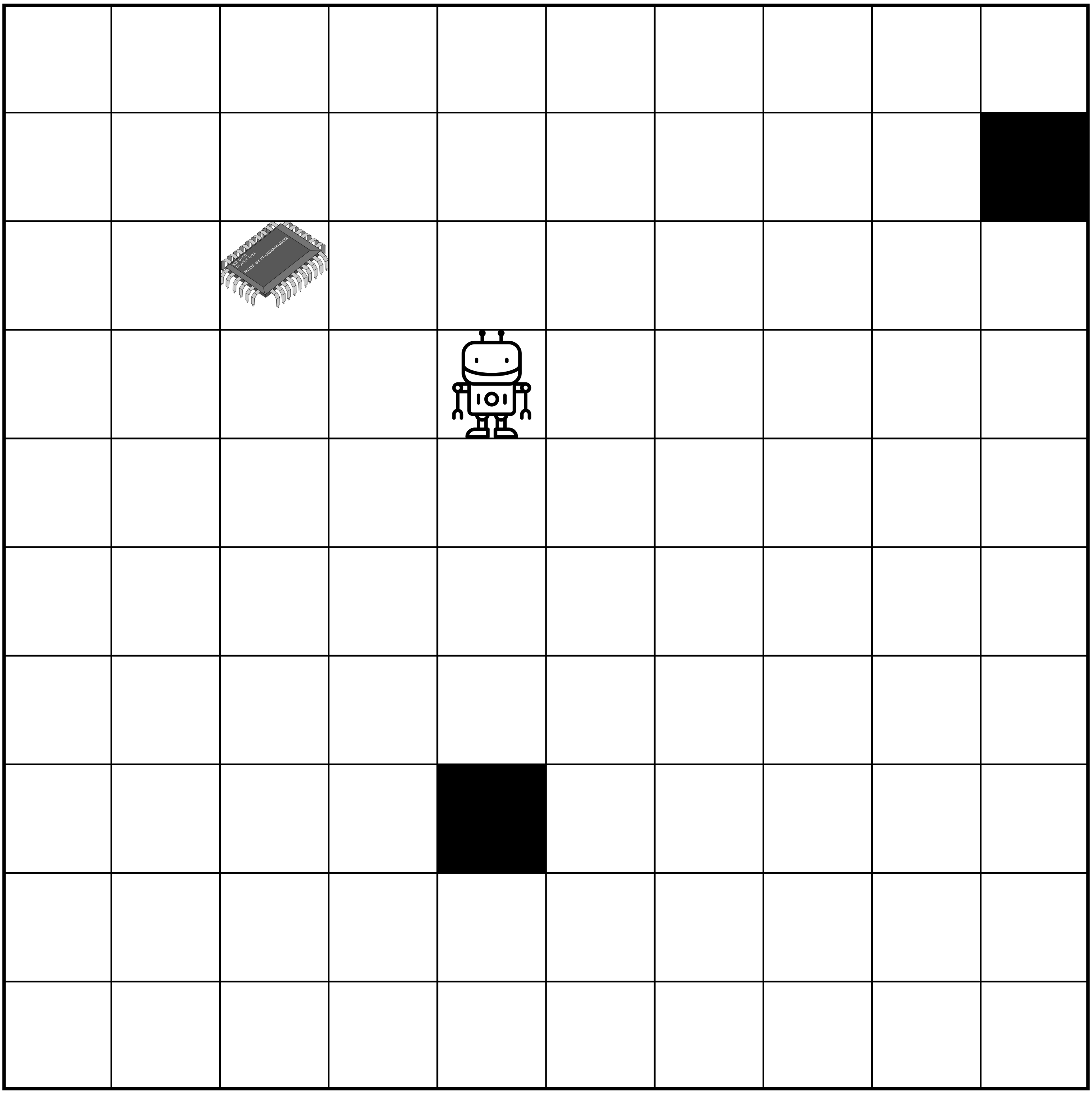
Niveau : 9





Exemple

Niveau : 9



↓→↑→