Chapitre X

Les objets de l'espace

Sommaire

I Vocabulaire . . . 402
II Les prismes droits et le cylindre . . . 402
III Les pyramides et le cône . . . 403
IV La sphère et la boule . . . 403
Fiche de synthèse : Triangles égaux et triangles semblables . . . 405
Fiche de synthèse : Les quadrilatères . . . 406
Fiche de synthèse : Périmètres et aires . . . 407
Fiche de synthèse : Angles et triangles . . . 408
Fiche de synthèse : Solides et volumes . . . 409
Fiche de synthèse : Cercle, disque, sphère et boule . . . 410
Fiche de synthèse : Les transformations . . . 411

I — Vocabulaire

DÉFINITION 10.1 : Solide

Un **solide** est un ensemble de points de l'espace situé à l'intérieur d'une partie fermée.

DÉFINITION 10.2 : Polyèdre

Un **polyèdre** est un solide dont toutes les faces sont des polygones. Les côtés de ces polygones sont appelés **arêtes** . Les extrémités de ces arêtes sont appelés **sommet**

II — Les prismes droits et le cylindre

DÉFINITION 10.3 : Prisme droit

Un **Prisme droit** est un solide

EXEMPLE

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$

$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \frac{2x}{3} - \frac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \frac{2}{3}$ et $b = -\frac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$

$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$

$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.

n est une fonction **constante**.

PROPRIÉTÉ 10.1 :

a un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient a est une **fonction affine** de paramètres a et $b = 0$.

DÉMONSTRATION :

a un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine !

CQFD

III — Les pyramides et le cône

DÉFINITION 10.4 : Prisme droit

Un **Prisme droit** est un solide

EXEMPLE

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \frac{2x}{3} - \frac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \frac{2}{3}$ et $b = -\frac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$
$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$
$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.
n est une fonction **constante**.

PROPRIÉTÉ 10.2 :

a un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient a est une **fonction affine** de paramètres a et $b = 0$.

DÉMONSTRATION :

a un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine !

CQFD

IV — La sphère et la boule

DÉFINITION 10.5 : Prisme droit

Un **Prisme droit** est un solide

EXEMPLE

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \frac{2x}{3} - \frac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \frac{2}{3}$ et $b = -\frac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$

$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

Z $m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$
$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.
n est une fonction **constante**.

PROPRIÉTÉ 10.3 :

a un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient a est une **fonction affine** de paramètres a et $b = 0$.

DÉMONSTRATION :

a un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine !

CQFD

Triangles égaux et triangles semblables

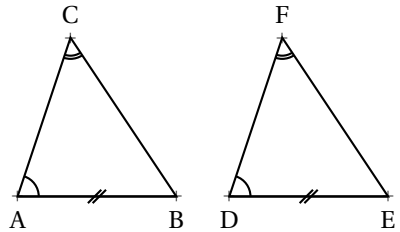
Définition : triangles égaux

Deux triangles sont égaux s'ils sont superposables.
Cela signifie que leurs trois côtés et leurs trois angles sont égaux.

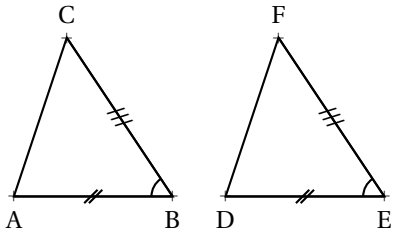
Propriétés

Deux triangles sont égaux quand ils ont un côté de même longueur et deux angles de même mesure.
Deux triangles sont égaux quand ils ont deux côtés de même longueur et l'angle formé par ces côtés de même mesure.

Illustrations :



$AB = DE$, $\widehat{CAB} = \widehat{FDE}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$
Les triangles ABC et DEF sont égaux.



$AB = DE$, $BC = EF$ et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$
Les triangles ABC et DEF sont égaux.

Définition : triangles semblables

Deux triangles semblables quand leurs trois angles sont égaux deux à deux.

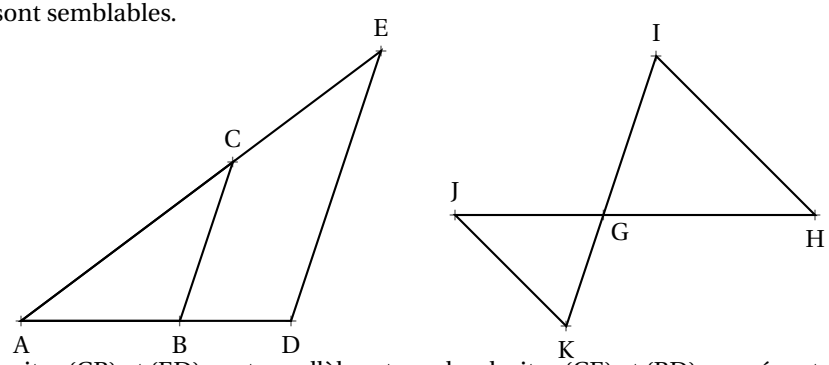
Propriétés

Si deux triangles ont deux angles égaux alors ils sont **semblables**.
Si deux triangles sont semblables alors l'un est l'**agrandissement** de l'autre.
Si deux triangles sont semblables alors l'un est la **réduction** de l'autre.
Si deux triangles sont **égaux** alors ils sont **semblables**.
Si deux triangles sont semblables alors leurs côtés sont **proportionnels**.

Exemples fondamentaux :

Thalès

Dans une configuration géométrique relevant du théorème de Thalès, les triangles sont semblables.

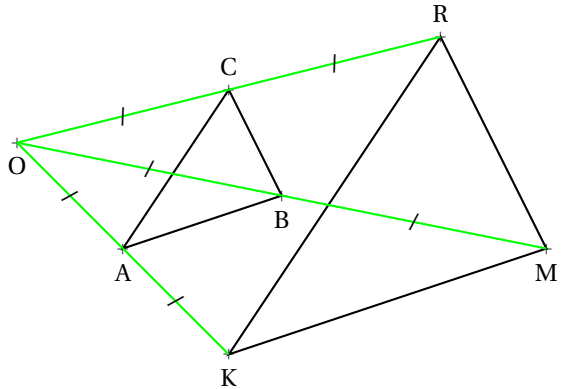


Comme les droites (CB) et (ED) sont parallèles et que les droites (CE) et (BD) son sécantes, **les triangles** ACB **et** AED **sont semblables.**

Comme les droites (JK) et (IH) sont parallèles et que les droites (JH) et (KI) son sécantes, **les triangles** GIH **et** GJK **sont semblables.**

Homothétie

Deux triangles images l'un de l'autre par une **homothétie** sont **semblables**.



ABC est l'image du triangle KMR par l'homothétie de centre O et de coefficient $\frac{1}{2}$. Ces triangles sont semblables.

Un grand classique :

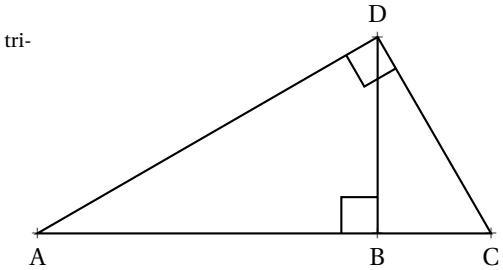
Notons $\alpha = \widehat{DAB}$.
Comme la somme des angles dans un triangle vaut 180°, dans le triangle ADC rectangle en D,
$\widehat{DCB} = 90° - \alpha$.
On dit souvent que $\widehat{DAB}$ et $\widehat{DCB}$ sont **complémentaires** .

Dans le triangle ADB rectangle en B, pour la même raison $\widehat{ADB} = 90° - \alpha$.

Dans le triangle DBC rectangle en B, de même, $\widehat{BDC} = \alpha$

Les triangles ADC, ABD et DBC ont leurs angles égaux : ils sont **semblables**.

Ces trois triangles ont donc des côtés proportionnels.
Ils sont des agrandissements/réductions les uns des autres.



Les quadrilatères

Définition

Un **quadrilatère** est un polygone ayant quatre côtés.
Un **trapèze** est un quadrilatère ayant deux côtés parallèles.
Un **trapèze rectangle** est un trapèze ayant un angle droit (et donc deux!).
Un **parallèlogramme** est un quadrilatère ayant des côtés opposés parallèles.
Un **rectangle** est un quadrilatère ayant quatre angles droits.
Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux.
Un **carré** est un quadrilatère rectangle et losange.

Propriétés du parallélogramme

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :

- ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- ses côtés opposés sont parallèles deux à deux ;
- ses côtés opposés sont égaux deux à deux.

Propriétés du losange

Si un quadrilatère est un losange alors :

- c'est un parallélogramme ;
- ses diagonales sont perpendiculaires ;
- ses côtés sont égaux.

Propriétés du rectangle

Si un quadrilatère est un **rectangle** alors :

- c'est un parallélogramme ;
- ses diagonales sont de même longueur ;
- il a quatre angles droits.

Propriétés du carré

Si un quadrilatère est un **carré** alors :

- c'est un parallélogramme, c'est rectangle, c'est un losange ;
- ses diagonales sont perpendiculaires et de même longueur ;
- il a quatre angles droits et quatre côtés égaux.

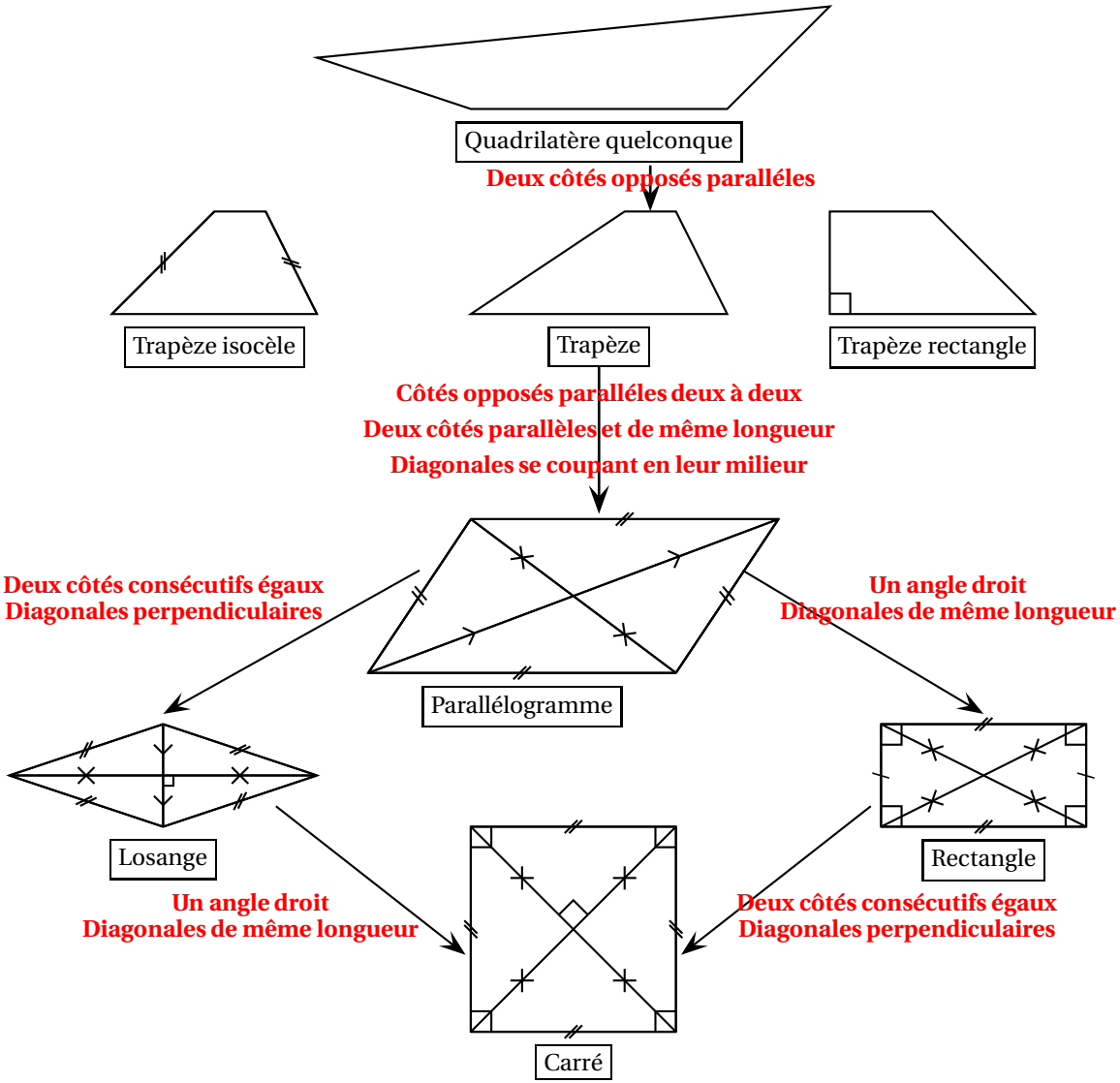
Propriétés caractéristiques

Dans cette propriété, les quadrilatères sont supposés non croisés.

Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu **alors** c'est un parallélogramme.
Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles deux à deux **alors** c'est un parallélogramme.
Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont égaux deux à deux **alors** c'est un parallélogramme.

Si les diagonales d'un parallélogramme sont de même longueur **alors** c'est un rectangle.
Si un parallélogramme a un angle droit **alors** c'est un rectangle.
Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires **alors** c'est un losange.
Si deux côtés consécutifs d'un parallélogramme sont égaux **alors** c'est un losange.

Si un parallélogramme est rectangle et losange **alors** c'est un carré.



Périmètres et aires

Définition

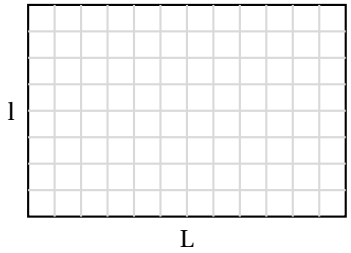
La **périmètre** d'une figure plane est la **longueur** de son contour.
Pour un polygone, il s'agit de la somme des longueurs de ses côtés.

L'**aire** est une grandeur qui correspond à la **surface** d'une figure.

On mesure le **périmètre** en **mètre** (m) et l'**aire** en **mètre carré** (m^2).

Exemples fondamentaux :

Le rectangle



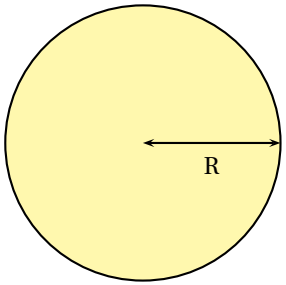
Le périmètre est égal à la somme :

$$L + l + L + l = 2L + 2l = 2(L + l)$$

L'aire est égale au nombre de carrés unités :

$$L \times l$$

Le cercle et le disque



Le périmètre est égal à : $2\pi R$

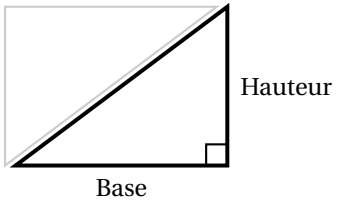
L'aire est égale à : πR^2 où $\pi \approx 3,14$

Méthode de calcul

On peut calculer la plupart des aires polygonales par addition ou soustraction d'aires de polygones simples.
Il est souvent inutile d'apprendre des formules complexes par coeur !

Exemples :

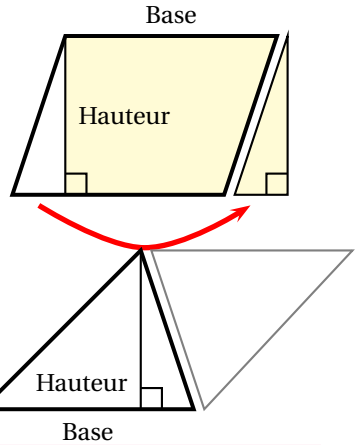
Le triangle rectangle



Il s'agit de la moitié d'un rectangle.

L'aire est égale à : $\dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$

Le parallélogramme



On peut le découper pour obtenir un rectangle.
L'aire est égale à : $\text{Base} \times \text{Hauteur}$

Le triangle

On peut en assembler deux pour former un parallèlogramme.

L'aire est égale à : $\dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$

Unités de mesure

L'unité de mesure des longueurs est le **mètre : m**
1 m=10 dm=100 cm=1000 mm
1 km=10 hm=100 dam=1000 m

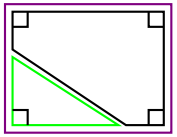
L'unité de mesure des aires est l'aire d'un carré de 1 m de côté, le **mètre carré : m^2**
1 m^2=100 dm^2=10 000 cm^2=1 000 000 mm^2
1 km^2=100 hm^2=10 000 dam^2=1 000 000 m^2

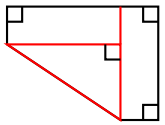
Exemple complexe :

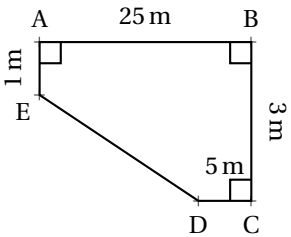
On veut calculer le périmètre et l'aire du polygone suivant :

Pour calculer le périmètre, il faut faire la somme des quatre mesures et obtenir la grandeur manquante en utilisante le théorème de Pythagore.
On obtient $34 + \sqrt{404}$ m $\approx 54,1$ m

Pour calculer l'aire, on peut utiliser deux méthodes :







Aire $= 25\,m \times 3\,m - \dfrac{20\,m \times 2\,m}{2}$

Aire $= 75\,m^2 \times 3\,m - 20\,m^2$

Aire $= 55\,m^2$

Aire $= \dfrac{20\,m \times 2\,m}{2} + 20\,m \times 1\,m + 5\,m \times 3\,m$

Aire $= 20\,m^2 + 20\,m^2\,15\,m^2$

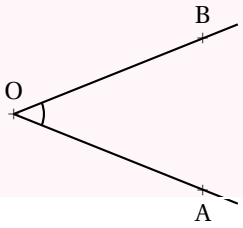
Aire $= 55\,m^2$

Angles et triangles

Définition

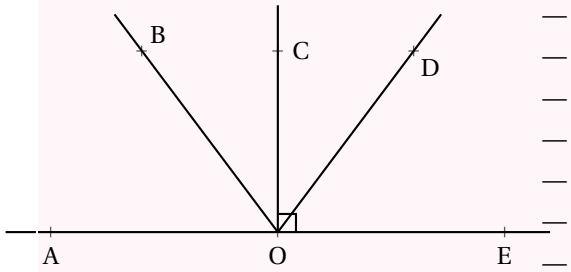
Deux demi-droites ayant la même origine définissent **un angle** .
L'origine commune est **le sommet** de l'angle et les demi-droites sont **les côtés** .

- (O est le sommet de l'angle ;
- ([OA) et [OB) sont des côtés de l'angle
- on note cet angle $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOA}$ ou $\widehat{O}$.



Vocabulaire

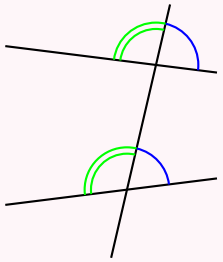
- Un **un angle droit** a ses côtés perpendiculaires, il mesure 90° ;
- un **angle plat** est constitué de deux angles droits, il mesure 180° ;
- un **angle nul** est constitué de deux côtés superposés, il mesure 0° ;
- un **angle aigu** est inférieur à un angle droit, il mesure entre 0° et 90° ;
- un **angle obtus** est supérieur à un angle droit, il mesure entre 90° et 180° ;
- deux angles sont **complémentaires** quand leur somme vaut un angle droit ;
- deux angles sont **supplémentaires** quand leur somme vaut un angle plat ;
- deux angles ayant un côté et le sommet en commun sont **adjacents** .



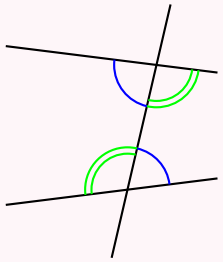
- $\widehat{EOE}$ est nul ;
- $\widehat{EOD}$ est aigu ;
- $\widehat{EOC}$ est droit ;
- $\widehat{EOB}$ est obtus ;
- $\widehat{EOA}$ est plat ;
- $\widehat{EOD}$ et $\widehat{DOC}$ sont complémentaires ;
- $\widehat{EOD}$ et $\widehat{DOA}$ sont supplémentaires ;
- $\widehat{EOD}$ et $\widehat{DOA}$ sont adjacents.

Définitions et propriétés

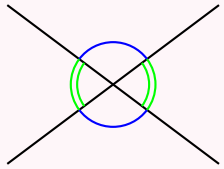
Soient d, d' deux droites et Δ une droite sécante avec d et d'.



Angles correspondants



Angles alternes-internes

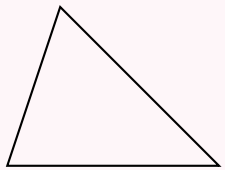


Angles opposés par le sommet

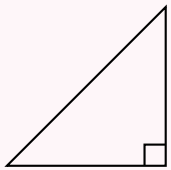
- **Si** $(d)//(d')$ **alors** les angles correspondants sont égaux. La réciproque est vraie.
- **Si** $(d)//(d')$ **alors** les angles alternes-internes sont égaux. La réciproque est vraie.
- Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

Définitions et propriétés

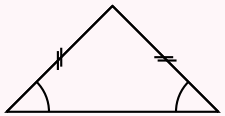
Un **triangle** est un polygone a trois côtés.
Un triangle est **rectangle** si un de ses angles est droit.
Un triangle est **isocèle** si deux côtés sont égaux.
Un triangle est **équilatéral** si les trois côtés sont égaux.



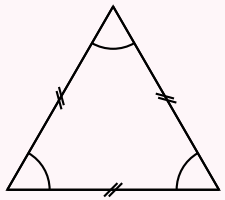
Triangle quelconque



Triangle rectangle



Triangle isocèle



Triangle équilatéral

Propriété

Dans un triangle, la somme des trois angles vaut un angle plat soit 180°.

Conséquences :

- Les trois angles d'un triangle équilatéraux sont égaux à 60°.
- Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.
- Dans un triangle rectangle isocèle, les deux angles aigus sont égaux à 45°.
- Un triangle ne peut possèder qu'un seul angle obtus.

Solides et volumes

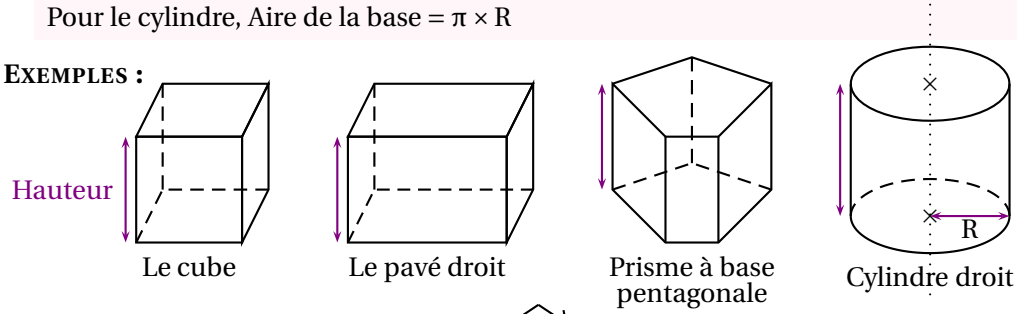
Les prismes droits et le cylindre

Un **prisme droit** est un polyèdre constitué par deux faces polygonales parallèles et superposables reliées par des faces rectangulaires.
Un **cylindre** est un solide constitué par deux disques parallèles, de même rayon, reliés par une surface de révolution.
Les deux faces parallèles sont **les bases** du solide.
La distance entre les base est **la hauteur** du solide.
Le volume d'un cylindre ou d'un prisme droit est donné par la formule :

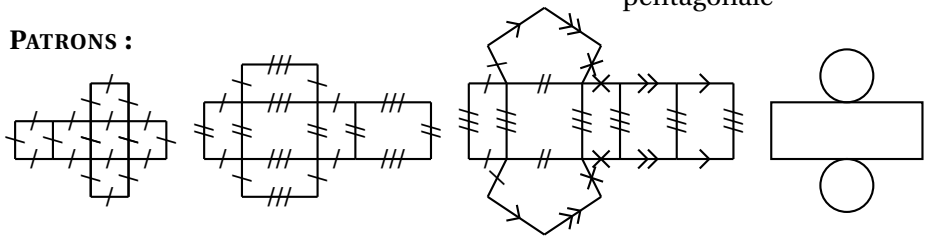
$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

Pour le cylindre, Aire de la base $= \pi \times R$

Exemples :



Patrons :



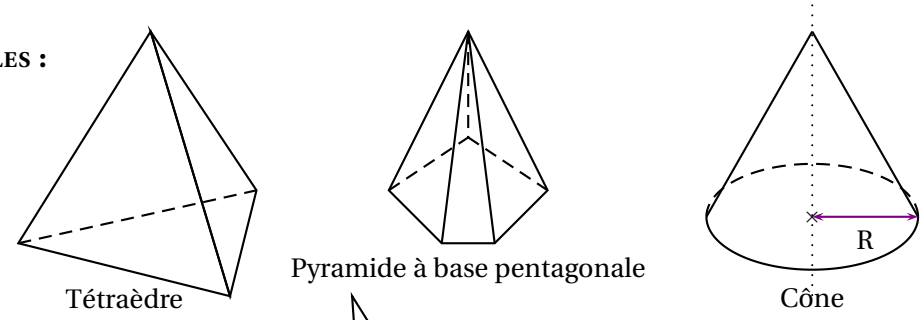
Les pyramides et le cône

Une **pyramide** est un polyèdre constitué d'une base polygonale et d'un sommet principal reliés par des faces triangulaires.
Un **cône** est un solide constitué d'une base circulaire et d'un sommet principal relié par une surface de révolution.
La **hauteur** est la distance entre la base et le sommet principal.
Dans un cône, un segment reliant le sommet principal et un point du cercle de base s'appelle **une génératrice** .

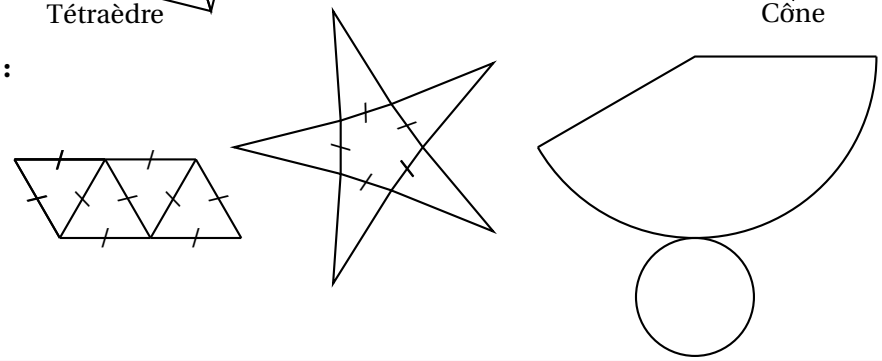
$$\text{Volume} = \frac{1}{3}\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

Dans le cas du cône, Aire de la base $= \pi \times R$.

Exemples :



Patrons :



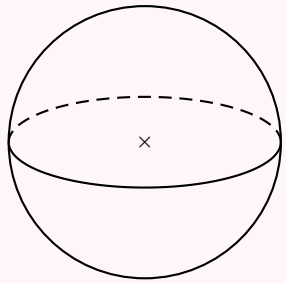
La sphère et la boule

Une **sphère** de centre O et de rayon R est une surface constituée des points situés exactement à la distance R du centre O.
Une **boule** de centre O et de rayon R est un solide constitué des point situées à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

La sphère ne possède pas de patron.

$$\text{Aire de la sphère} = 4\pi R^2$$

$$\text{Volume de la boule} = \frac{4}{3}\pi R^3$$



Unités et conversion

Un mètre cube ($1\,m^3$) est le volume d'un cube de 1 m de côté.

$1\,m^3 = 1000\,dm^3$	$1\,L = 1\,dm^3$	$1\,L = 1000\,mL$
$1\,m^3 = 1\,000\,000\,cm^3$	$1\,L = 1000\,cm^3$	$1\,cm^3 = 1\,cm^3$
$1\,m^3 = 1\,000\,000\,000\,mm^3$	$1\,m^3 = 1000\,L$	$1\,mL = 1000\,mm^3$

Coefficient d'agrandissement/réduction

Si on multiplie les longueurs d'une figure par un nombre $k > 0$ alors les aires sont multpliées par k^2 et les volumes par k^3.

Cercle, disque, sphère et boule

Le plan : cercle et disque

R un nombre positif ou nul, O un point du plan.

Le cercle de centre O et de rayon R est un **courbe** constituée de tous les points du plan situés à exactement la distance R du centre O.

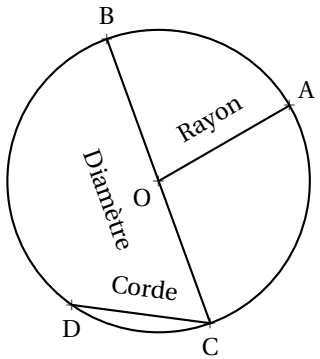
Le disque de centre O et de rayon R est une **surface** constituée de tous les points du plan situés à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

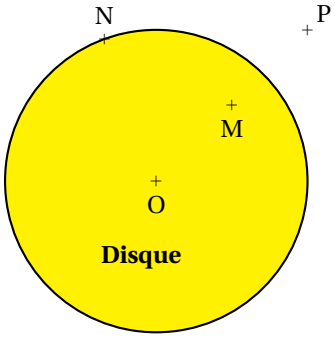
Vocabulaire

Un **rayon** est un segment joignant le centre à un point quelconque du cercle.
Une **code** est un segment joignant deux points du cercle.
Un **diamètre** est une corde passant par le centre du cercle.

La longueur d'un rayon s'appelle **le rayon du cercle** , on utilise le même nom pour le segment et sa longueur.
Le diamètre a une longueur égale au double du rayon du cercle.
La longueur maximale d'une corde est égale au diamètre du cercle.

Illustrations :





Cercle

OM < R

ON = R

OP > R

Périmètre et aire

Le **périmètre** d'un cercle de rayon R mesure sa longueur, il vaut : $2\pi R$.
L'**aire** d'un disque de rayon R mesure sa surface, elle vaut : πR^2

L'espace : sphère et boule

R un nombre positif ou nul, O un point de l'espace.

La **sphère** de centre O et de rayon R est une **surface** constituée de tous les points de l'espace situés à exactement la distance R du centre O.

La **boule** de centre O et de rayon R est un **volume** constitué de tous les points de l'espace situés à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

Aire et volume

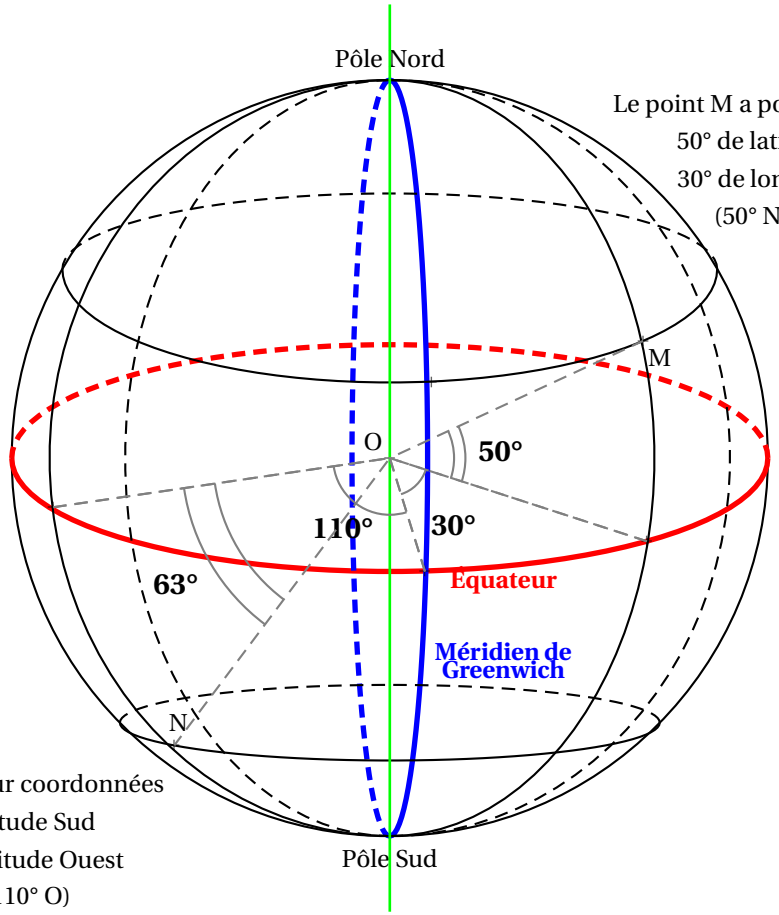
L'**aire** d'une sphère R mesure sa surface, elle vaut : $4\pi R^2$.

Le **volume** d'une boule de rayon R mesure son volume, elle vaut : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Coordonnées géographique

Soit une sphère de rayon R et de centre O.
Un **grand cercle** de la sphère est un cercle de rayon R et de centre O.
Un grand cercle partage la sphère en deux **hémisphères** .
Sur la **sphère terrestre** , l'**équateur** et les **méridiens** sont des grands cercles.
Un **parallèle** est un cercle de la sphère terrestre situé à l'intersection avec un plan parallèle au plan équatorial.
Tout les points de la sphère situés sur un même parallèle sont à la même **latitude** .
Un **méridien** est un cercle de la sphère terrrestre passant par les pôle Nord et Sud.
Tous les points de la sphère situés sur un même méridien sont à la même **longitude** .

Exemples :



Le point M a pour coordonnées
50° de latitude Nord
30° de longitude Est
(50° N ; 30° E)

Le point N a pour coordonnées
63° de latitude Sud
110° de longitude Ouest
(63° S ; 110° O)

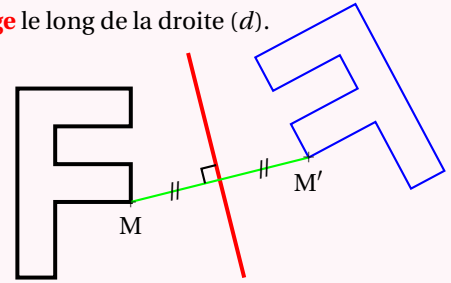
Les transformations

La symétrie axiale

(d) une droite et M un point du plan.

L'image du point M par la **symétrie d'axe** la droite (d) est l'unique point M′ vérifiant :
$(d) \perp (MM')$ et (d) coupe $[MM']$ en son milieu.
Cela revient à dire que (d) est la **médiatrice** de $[MM']$.

C'est le résultat d'un **pliage** le long de la droite (d).

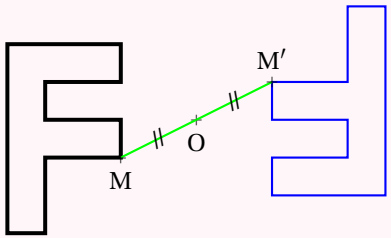


La symétrie centrale

O et M deux points du plan.

L'image du point M par la **symétrie de centre** O est l'unique point M′ vérifiant O est le milieu de $[MM']$.

C'est le résultat d'un **demi-tour** autour du point O.

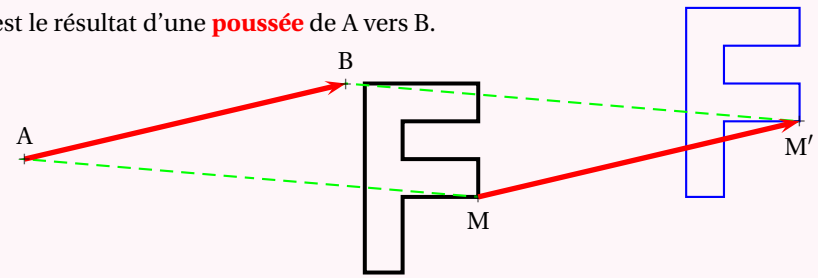


La translation

A, B et M trois points du plan.

L'image du point M par la **translation** qui transforme A en B est l'unique point M′ vérifiant ABM′M est un parallélogramme.

C'est le résultat d'une **poussée** de A vers B.



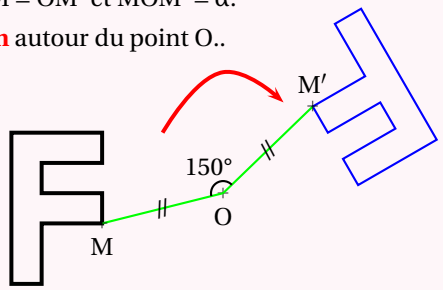
La rotation

O, et M deux points du plan.

L'image du point M par la **rotation** d'angle α dans le sens des aiguilles d'une montre l'unique point M′ vérifiant $OM = OM'$ et $\widehat{MOM'} = \alpha$.

C'est le résultat d'une **rotation** autour du point O..

Rotation d'angle α = 150° dans le sens des aiguilles d'une montre



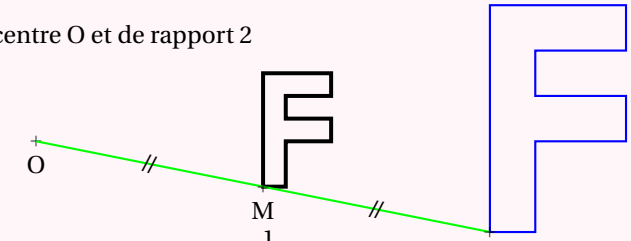
L'homothétie

O, et M deux points du plan.

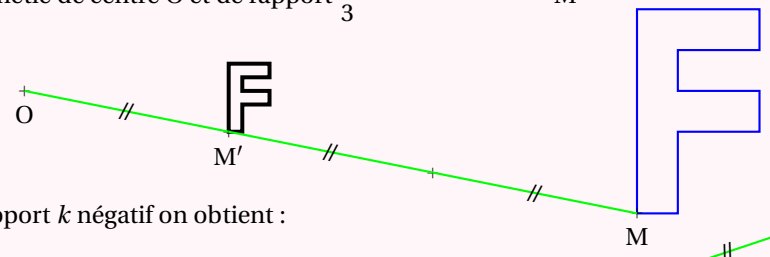
L'image du point M par l'**homothétie** de centre O et de rapport $k > 0$ est l'unique point M′ vérifiant $OM = kOM'$ et $M' \in [OM]$.

C'est le résultat d'un **agrandissement/réduction** de rapport k depuis le point O.

Homothétie de centre O et de rapport 2

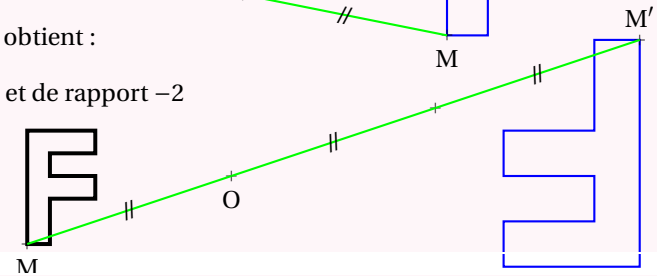


Homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{3}$



Pour un rapport k négatif on obtient :

Homothétie de centre O et de rapport −2



Propriétés

La symétrie axiale, la symétrie centrale, la translation et la rotation sont des **isométries** : elles ne modifient pas les angles et les longueurs.
L'homothétie ne modifie pas les angles. Elle agrandit ou réduit les longueurs.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 8 février 2024 à 6:22

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur Vim 9.0.1000-4.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Lunar 23.04 avec la distribution TeX Live 2022.20230122-2 et pdfTeX 3.141592653-2.6-1.40.24.

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats

Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : `https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr`

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 8 février 2024 à 6:22.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : `https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college`.