II — Décomposition des nombres entiers en produit de nombres premiers

1 Les nombres premiers

DÉFINITION 1.3 : Nombre premier

Un **nombre premier** est un nombre entier qui possède **exactement** deux diviseurs.

PROPRIÉTÉ 1.2 :

Si nombre entier est premier alors il est seulement divisible par 1 et lui-même.

DÉMONSTRATION :

a un nombre entier.
$a = 1 \times a$ donc a est divisible par 1 et a est divisible par a.
1 et a sont deux diviseurs de a.
Si a est un nombre premier alors il possède exactement deux diviseurs : ce sont forcément 1 et a.

CQFD

1 n'est pas un nombre premier, car il ne possède qu'un seul diviseur : lui-même! **EXEMPLES :**
Voici la liste des 25 nombres premiers inférieurs à 100 : [3]
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97

2 Décomposition en facteurs premiers

THÉORÈME 1.1 : Théorème fondamental de l'arithmétique (Admis)

Tout nombre entier positif strictement supérieur à 1 peut être écrit sous la forme d'un produit de nombres premiers.
Ce produit est unique à l'ordre des facteurs près.[4]

EXEMPLES :

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

MÉTHODE 1 . 1 : Comment décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers
Pour décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers, on divise ce nombre par les nombres premiers dans l'ordre croissant et on recommence avec le quotient jusqu'à obtenir un quotient égal à 1.
On divise donc par 2, 3, 5, 7, 11, 13...
Les critères de divisibilité sont très utiles dans cette situation.

Décomposons le nombre 3 780