✿ DEVOIRS MAISONS ✿

DEVOIR MAISON : ARITHMÉTIQUE — **Les Repunits**

Un **Repunit** est un nombre dont l'écriture décimale est constituée que du chiffre 1.
1, 11, 111, 11 111... 111 111 111 111 sont des Repunits.

1. Effectuer la division euclidienne en la posant de 11 par 9, de 111 par 9, de 1 111 par 9 et enfin de 11 111 par 9

2. En utilisant votre calculatrice, écrire l'égalité euclidienne qui correspond à la division par 9 des Repunits 111 111, 1 111 111, 11 111 111 et 111 111 111.

3. Que remarquez-vous ?

4. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 3 ?

5. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 9 ?

6. [WEB] – Un Repunit peut-il être premier ?

DEVOIR MAISON : ARITHMÉTIQUE — **La divisibilité par** 11

DEVOIR MAISON : ARITHMÉTIQUE — **Irrationalité de $\sqrt{2}$**

1. Calculer $\left(\sqrt{2}\right)^2$

2.a p un nombre entier. Que peut-on dire du nombre entier $2p$ et du nombre entier $2p+1$?
Tester avec des valeurs de p de votre choix pour justifier votre réponse.

2.b p un nombre entier. Simplifier les expressions suivantes :
- $(2p)^2$
- $(2p+1)^2$

2.c En utilisant les questions **2.a** et **2.b** dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier votre réponse.
- **Affirmation 1 :** Le carré d'un nombre entier pair est pair ;
- **Affirmation 2 :** Le carré d'un nombre entier impair est pair.

3.a On suppose maintenant qu'il existe une fraction irréductible telle que $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$.
Démontrer que dans ce cas que $2q^2 = p^2$.

3.b En déduire que p^2 est pair. Qu'en est-il de p ?

3.c Comme p est pair on peut écrire $p = 2k$ où k est un entier. En calculant p^2 et en utilisant la question **3.a** montrer que $q^2 = 2k^2$

3.d En déduire que q et p sont tous les deux pairs.

3.e Que pensez-vous de la fraction $\dfrac{p}{q}$?
Pourquoi est-ce en contradiction avec l'hypothèse de départ de la question **3.a**

4. Qu'est-ce que ce raisonnement prouve pour le nombre $\sqrt{2}$?