Plus généralement, $a = 10 \times b + c$ où b est un entier et $c = 5d$ car c vaut 0 ou 5.
Ainsi $a = 10b + 5d$ on peut factoriser 5 pour obtenir $a = 5(2b + d)$ ce qui prouve que a est divisible par 5.

Divisibilité par 9 :

a un nombre dont la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Sur un exemple générique, prenons $a = 2718$.
$a = 2 \times 1000 + 7 \times 100 + 1 \times 10 + 2 \times 1$
$a = 2(999+1)+7(99+1)+1(9+1)+8$ donc $a = 2\times999+2+7\times99+7+1\times9+1+8$ ou encore $a = 2\times999+7\times99+1\times9+2+7+1+8$
Comme $999 = 9 \times 111$, $99 = 9 \times 11$ et $9 = 9 \times 1$.
On sait que la somme des chiffres est un multiple de 9, en effet, $2 + 7 + 1 + 8 = 9 \times 2$
$a = 2 \times 9 \times 111 + 7 \times 9 \times 11 + 1 \times 9 + 9 \times 2$.
On peut factoriser 9, $a = 9(2 \times 111 + 7 \times 11 + 1 + 4)$
Finalement a est bien un multiple de 9.

CQFD

II — Décomposition des nombres entiers en produit de nombres premiers

1 Les nombres premiers

DÉFINITION 1.3 : Nombre premier

Un **nombre premier** est un nombre entier qui possède **exactement** deux diviseurs.

PROPRIÉTÉ 1.2 :

Si nombre entier est premier alors il est seulement divisible par 1 et lui-même.

DÉMONSTRATION :

a un nombre entier.
$a = 1 \times a$ donc a est divisible par 1 et a est divisible par a.
1 et a sont deux diviseurs de a.
Si a est un nombre premier alors il possède exactement deux diviseurs : ce sont forcément 1 et a.

CQFD

---

1 n'est pas un nombre premier, car il ne possède qu'un seul diviseur : lui-même! **EXEMPLES :**
Voici la liste des 25 nombres premiers inférieurs à 100 : [3]
2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97

2 Décomposition en facteurs premiers

THÉORÈME 1.1 : Théorème fondamental de l'arithmétique (Admis)

Tout nombre entier positif strictement supérieur à 1 peut être écrit sous la forme d'un produit de nombres premiers.
Ce produit est unique à l'ordre des facteurs près.[4]

EXEMPLES :

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$