



Ce travail est à rédiger sur une copie double. Toutes traces de recherche sera valorisée !

## EXERCICE N° 1 : Les nombres parfaits

1. Faire la liste des diviseurs des nombres suivants : 6 — 10 — 12 — 28 — 60 — 64
2. Pour chacun des nombres précédent faire la somme des diviseurs différents du nombre. Que remarquez-vous pour 6 et 28 ?

**On dit que les nombres 6 et 28 sont parfaits.**

**3.a** Décomposer 496 en produit de facteurs premiers. En déduire la liste des diviseurs de 496.

**3.b** Montrer que 496 est parfait.

**4.** Faire le même travail avec le nombre 8 128

*On connaît pour l'instant 51 nombres parfaits (Décembre 2018). Aucun n'est impair. On ne sait pas s'il en existe!*

*En voici quelques-uns : 6 – 28 – 496 – 8 128 – 33 550 336 – 8 589 869 056 – 137 438 691 328*

## EXERCICE N° 3 : Les nombres de Mersenne

**1.** Les nombres de Mersenne sont de la forme  $M_n = 2^n - 1$  où  $n$  est un entier positif. Par exemple  $M_3 = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$   
Calculer les nombres de Mersenne :  $M_0, M_1, M_2, M_3, \dots, M_{10}$

**2.** Décomposer les onze nombres de Mersenne précédents en produit de nombres premiers.

Lesquels de ces nombres de Mersenne sont premiers ?

**3.** Un théorème de Marin Mersenne, moine mathématiciens du XVIII<sup>e</sup> siècle, affirme que :

**« Si  $M_n$  est premier alors  $n$  est premier. »**

Vérifiez que ce théorème semble être vrai en observant les onze nombres de Mersenne de la question 1.

**4.** Calculer  $M_{11}$ . Est-il premier ? Que pouvez-vous en déduire en relisant la question 3. ?

*Le plus grand nombre premier connu est un nombre de Mersenne. Il s'agit de  $M_{82589933} = 2^{82589933} - 1$ . Ce nombre écrit en base 10 comporte 24862048 chiffres ! Il a été découvert en décembre 2018 par le Great Internet Prime Search. Ce projet de calcul partagé est accessible à tous et propose des primes financières importante en cas de découverte de grands nombres premiers.*

## DEVOIR MAISON : ARITHMÉTIQUE — Les Repunits

Un **Repunit** est un nombre dont l'écriture décimale est constituée que du chiffre 1.

1, 11, 111, 1111, 11111... 111111111111 sont des Repunits.

**1.** Effectuer la division euclidienne en la posant de 11 par 9, de 111 par 9, de 1 111 par 9 et enfin de 11 111 par 9

**2.** En utilisant votre calculatrice, écrire l'égalité euclidienne qui correspond à la division par 9 des Repunits 111 111, 1 111 111, 11 111 111 et 111 111 111.

**3.** Que remarquez-vous ?

**4.** Quels sont les Repunits inférieurs à  $10^{18}$  qui sont divisibles par 3 ?

**5.** Quels sont les Repunits inférieurs à  $10^{18}$  qui sont divisibles par 9 ?

**6.** [WEB] – Un Repunit peut-il être premier ?

## EXERCICE

**1.** Décom

**2.** Pour 2

**On dit q**

**3.** En vo

Les nomi

nombres

220 et 28

## EXERCICE

**1.** Les n

Calculer

**2.** Vérifi

**3.** Effect

En 1670,

partie de

641. Auj

autre no

## DEVOIR MAISON : ARITHMÉTIQUE — La divisibilité par 11