Évaluation

EXERCICE N° 1 : On pose $f : x \rightarrow 3x - 5$ et $g : x \rightarrow 7 - 4x$

1. Calculer les images de 0 et -7 par la fonction f.

2. Calculer $g(-3)$ et $g(3)$.

3. Calculer un antécédent de 10 par f puis un antécédent de -5 par g.

4. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

EXERCICE N° 2 : Voici un programme de calcul :

— Choisir un nombre;
— Le multiplier par 2;
— Enlever 15 au résultat précédent;
— Multiplier le tout par le nombre de départ;
— Ajouter 7 au résultat précédent.

1. Montrer qu'en prenant -3 comme nombre de départ on obtient 70 .

2. En posant x pour le nombre de départ donner l'expression de ce programme de calcul. On notera $\mathrm{P}(x)$ cette expression.

3. Compléter à la calculatrice le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\mathrm{P}(x)$									

4. On pose $\mathrm{Q}(x) = (2x - 1)(x - 7)$.

Développer $\mathrm{P}(x)$ et $\mathrm{Q}(x)$ et démontrer que $\mathrm{P}(x) = \mathrm{Q}(x)$.

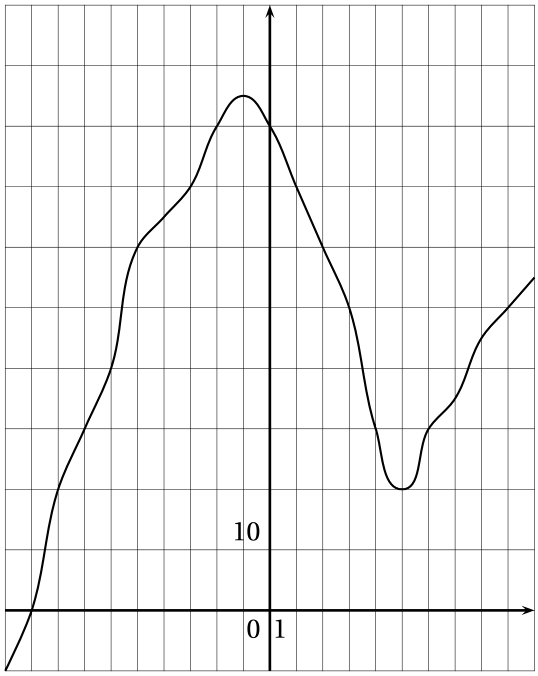
5. Démontrer par le calcul que 7 est un antécédent de 0 pour la fonction P.

EXERCICE N° 3

Dans cette exercice vous justifierez vos réponses en positionnant les points correspondants sur le graphique.

La courbe représente une fonction h.

1. Quelle sont les images de -7 et 8 ;
2. Quels sont les antécédents de 60 ;
3. Combien 40 a-t-il d'antécédents ;
4. Combien 90 a-t-il d'antécédent.



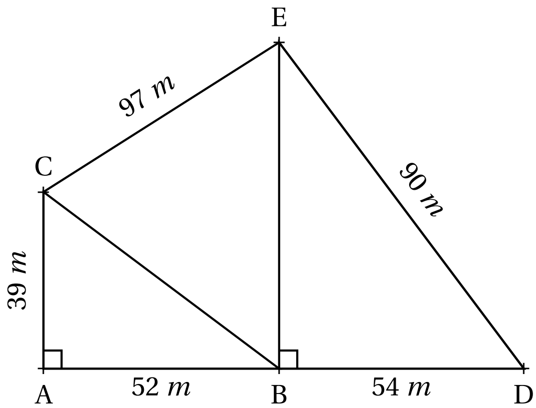
EXERCICE N° 4

Sur la figure ci-après nous savons que :

— ABC est un triangle rectangle en A ;

— BDE est un triangle rectangle en B.

1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la valeur exacte de BE.
3. Le triangle BCE est-il rectangle ?



Évaluation — Correction

Exercice n° 1

1. L'image de 0 consiste à calculer $f(0)$, c'est à dire remplacer x par 0 dans l'expression.
$f(0) = 3\times 0 - 5$ donc $\boxed{f(0) = -5}$. $f(-7) = 3\times(-7) - 5$ donc $f(-7) = -21 - 5$ soit $\boxed{f(-7) = -26}$

2. $g(-3) = 7 - 4\times(-3)$ donc $g(-3) = 7 + 12$ et $\boxed{g(-3) = 19}$. $g(3) = 7 - 4\times 3$ donc $g(3) = 7 - 12$ et $\boxed{g(3) = -5}$

3. Pour calculer un antécédent de 10 par f il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
f(x) &= 10\\
3x - 5 &= 10\\
3x - 5 {\color{red}+5} &= 10 {\color{red}+5}\\
3x &= 15\\
x &= \frac{15}{3}\\
x &= 5
\end{aligned}$$

Vérifions : $f(5) = 3\times 5 - 5 = 15 - 5 = 10$ donc $\boxed{\text{5 est l'antécédent de 10}}$

Pour calculer un antécédent de -5 par g il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
g(x) &= -5\\
7 - 4x &= -5\\
7 - 4x {\color{red}-7} &= -5 {\color{red}-7}\\
-4x &= -12\\
x &= \frac{-12}{-4}\\
x &= 3
\end{aligned}$$

Nous avions trouver cette valeur à la question **2.**.

4. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}
f(x) &= g(x)\\
3x - 5 &= 7 - 4x\\
3x - 5 {\color{red}+5} &= 7 - 4x {\color{red}+5}\\
3x &= 12 - 4x\\
3x {\color{red}+4x} &= 12 - 4x {\color{red}+4x}\\
7x &= 12\\
x &= \frac{12}{7}
\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{12}{7} \text{ est la solution de l'équation } f(x) = g(x)}$

Exercice n° 2

1. En prenant -3 comme nombre de départ on obtient successivement :
-3 puis $2 \times (-3) = -6$ et $-6 - 15 = -21$ et $(-3) \times (-21) = 63$ et finalement $63 + 7 = 70$.

$\boxed{\text{En prenant } -3 \text{ comme nombre de départ on obtient bien } 70.}$

2. x le nombre de départ. En suivant le programme de calcul on obtient successivement :
$2 \times x = 2x$ puis $2x - 15$ et $x(2x - 15)$ et finalement $x(2x - 15) + 7$.

$\boxed{\text{L'expression cherchée est } x(2x-15)+7.}$

3. On utilise le mode tableau de la calculatrice :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\mathrm{P}(x)$	99	70	45	24	7	-6	-15	-20	-21

4. Développons $\mathrm{P}(x)$.
$\mathrm{P}(x) = x(2x - 15) + 7$

$\boxed{\mathrm{P}(x) = 2x^2 - 15x + 7}$

Développons $\mathrm{Q}(x)$.
$\mathrm{Q}(x) = (2x - 1)(x - 7)$
$\mathrm{Q}(x) = 2x^2 - 14x - x + 7$

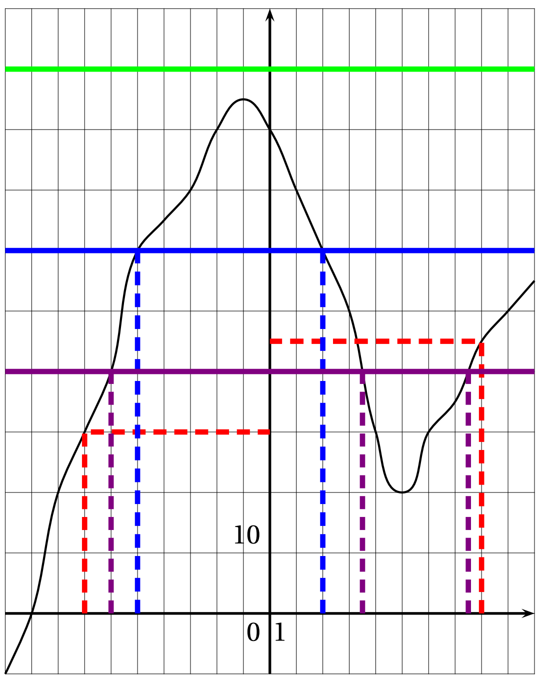
$\boxed{\mathrm{Q}(x) = 2x^2 - 15x + 7}$

$\boxed{\text{On constate que pour tous nombres } x \text{ on a } \mathrm{Q}(x) = \mathrm{P}(x)}$.

5. Il faut calculer $\mathrm{P}(7)$.
$\mathrm{P}(7) = 7 \times (2 \times 7 - 15) + 7$ donc $\mathrm{P}(7) = 7 \times (14 - 15) + 7$ et $\mathrm{P}(7) = 7 \times (-1) + 7$ d'où $\mathrm{P}(7) = 0$.

$\boxed{\text{On constate que 7 est un antécédent de 0 par la fonction P.}}$

Exercice n° 3



1. $\boxed{\text{L'image de } -7 \text{ est } 30.}$

$\boxed{\text{L'image de 8 est 45.}}$

2. $\boxed{\text{Les antécédents de 60 sont } -5 \text{ et } 2.}$

3. $\boxed{\text{40 a trois antécédents}}$

4. $\boxed{\text{90 n'a aucun antécédent.}}$

Exercice n° 4

1. Dans le triangle ABC rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$52^2 + 39^2 = BC^2$$
$$2\,704 + 1\,521 = BC^2$$
$$BC^2 = 4\,225$$
$$BC = \sqrt{4\,225}$$
$$BC = 65$$

$\boxed{BC = 65\ cm}$

2. Dans le triangle EBD rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BD^2 + BE^2 = DE^2$$
$$54^2 + BE^2 = 90^2$$
$$2\,916 + BE^2 = 8\,100$$
$$BE^2 = 8\,100 - 2\,916$$
$$BE^2 = 5\,184$$
$$BE = \sqrt{5\,184}$$
$$BE = 72$$

$\boxed{BE = 72\ cm}$

3. Comme CE est le plus long côté, comparons $BC^2 + BE^2$ et CE^2 :

$BC^2 + BE^2$	CE^2
$65^2 + 72^2$	97^2
$4\,225 + 5\,184$	
$9\,409$	$9\,409$

Comme $BC^2 + BE^2 = CE^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle BCE est rectangle en B}}$.