

EXERCICE N° 1 : Les balances



Voici des « balances Roberval » dont les deux plateaux sont en équilibre. Un cercle représente une masse unité. Un carré a une masse inconnue.

Pour chaque situation, vous devez déterminer la masse d'un carré jaune.

Z Dans certains cas, le carré peut avoir une masse négative...

| | | | |
|----|--|----|--|
| 1. | | 5. | |
| 2. | | 6. | |
| 3. | | 7. | |
| 4. | | 8. | |

EXERCICE N° 2 : Des balances aux équation



Reprendre l'exercice n° 1 en modélisant chaque situation par une équation.

On choisira la lettre x pour désigner la masse du carré.

Résoudre ensuite chacune de ces équations et vérifier votre réponse.

Par exemple pour la situation 1.

$$\begin{aligned}
 x + 2 &= 5 \\
 x + 2 - 2 &= 5 - 2 \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$

Et on a bien le plateau n° 1 qui porte $2 + 3 = 5$ comme le plateau n° 2.

EXERCICE N° 3 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x + 1 = 2x - 1$

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x - 7 = 3x - 9$

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x + 1) = 3(2x - 1)$

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x - 7 = 3x - 2$

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x - 8 = 2x - 4$

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2 - 21 = 2x^2 + 4x$

EXERCICE N° 4 : Résoudre des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

(1) $5x + 3 = 3x + 9$

(2) $3x - 2 = x + 11$

(3) $7x - 8 = 10x - 7$

(4) $7 - 2x = 9 - 5x$

(5) $-3x - 9 = -1 + 7x$

(6) $10x - 1 = 1 - 3x$

(7) $9x - 5 = 8 - 7x$

(8) $4 + 8x = 1 - 4x$

EXERCICE N° 5 : Problème et équation

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices. Juliette multiplie le nombre par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Clément multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

1. En notant x le nombre de départ, exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Juliette.
2. Exprimer en utilisant la lettre x les calculs effectués par Clément.
3. En résolvant une équation qui utilise les expressions des questions 1. et 2., trouver quel était le nombre affiché au départ sur les deux calculatrices.
4. Vérifier le résultat obtenu en reprenant les étapes de l'énoncé.

EXERCICE N° 6 : Problème et équation — Épisode 2

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices. Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Adrien multiplie le nombre par 2 puis ajoute 10. Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Quel était le nombre affiché au départ?

EXERCICE N° 7 : Problème et équation — Épisode 3

Je pense à un nombre. Son double augmenté de 16 est égal à son triple diminué de 21.

Quel est ce nombre?

EXERCICE N° 8 : Problème et équation — Épisode 4

Trois personnes se partagent un héritage de 1900 €. La seconde personne reçoit 70 € de plus que la première. La troisième personne reçoit le double de la part de la première moins 150 €.

Calculer la part de chaque personne.

EXERCICE N° 9 : Problème et équation — Épisode 5

- a. Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 129.
 - b. Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est 455.
 - c. Trouver trois nombres entiers pairs consécutifs dont la somme est 144.
 - d. Trouver trois nombres entiers impairs consécutifs dont la somme est 633.
- Deux nombres entiers sont consécutifs « s'ils se suivent » comme 10 et 11 ou 101 et 102.

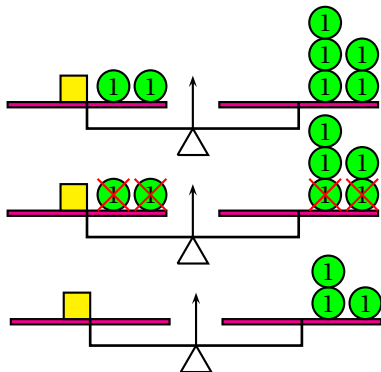
EXERCICE N° 10 : Trop difficile!!

Un père a 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants?

EXERCICE N° 1 ET 2 : Les balances

CORRECTION

1.

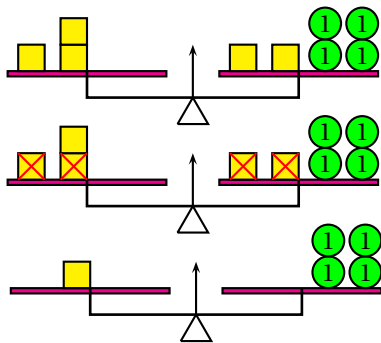


$$x + 2 = 5$$

$$x + 2 - 2 = 5 - 2$$

$$x = 3$$

2.

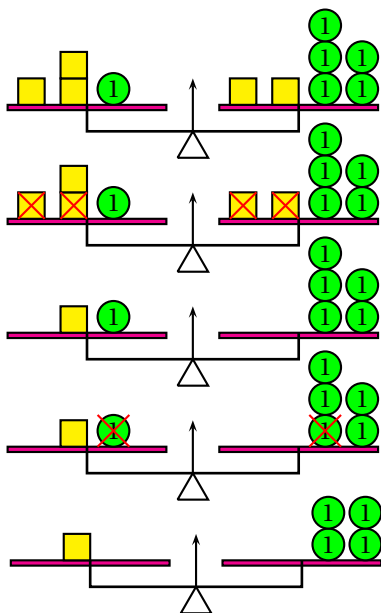


$$3x = 2x + 4$$

$$3x - 2x = 2x + 4 - 2x$$

$$x = 4$$

3.



$$3x + 1 = 2x + 5$$

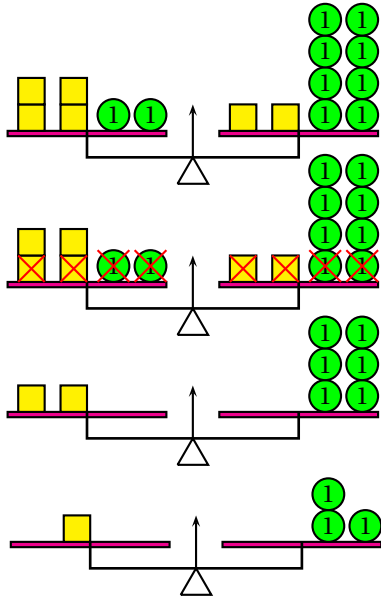
$$3x + 1 - 2x = 2x + 5 - 2x$$

$$x + 1 = 5$$

$$x + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$x = 4$$

4.



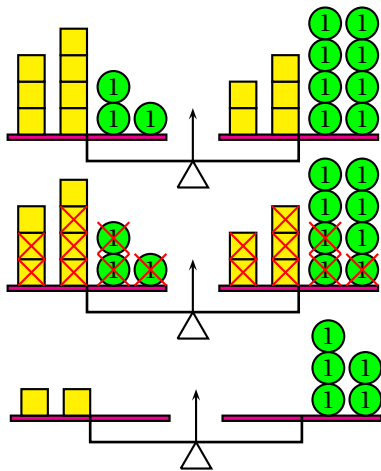
$$4x + 2 = 2x + 8$$

$$4x + 2 - 2x - 2 = 2x + 8 - 2x - 2$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

5.



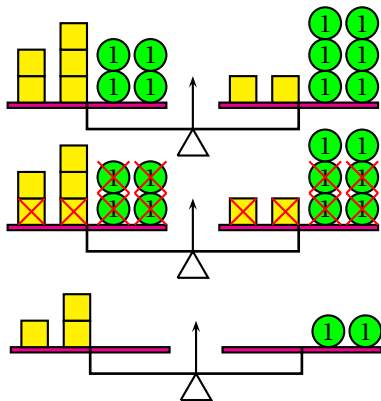
$$7x + 3 = 5x + 8$$

$$7x + 3 - 5x - 3 = 5x + 8 - 5x - 3$$

$$2x = 5$$

$$x = 2,5$$

6.



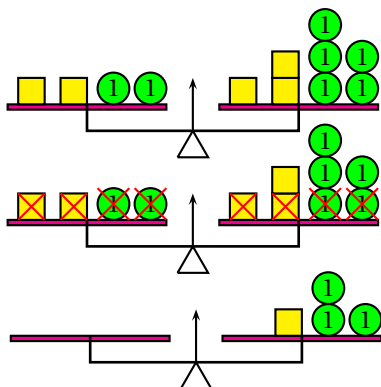
$$5x + 4 = 2x + 6$$

$$5x + 4 - 2x - 4 = 2x + 6 - 2x - 4$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

7.



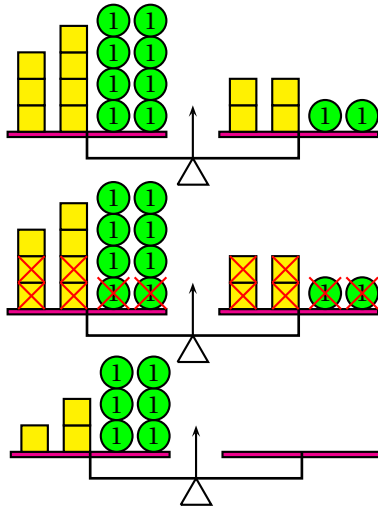
$$2x + 2 = 3x + 5$$

$$2x + 2 - 2x - 2 = 3x + 5 - 2x - 2$$

$$0 = x + 3$$

$$x = -3$$

8.



$$7x + 8 = 4x + 2$$

$$7x + 8 - 4x - 2 = 4x + 2 - 4x - 2$$

$$3x + 6 = 0$$

$$3x = -6$$

$$x = -2$$

EXERCICE N° 3 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation

CORRECTION

Les affirmations suivantes sont-elles vraies?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x + 1 = 2x - 1$

Pour $x = -3$,

$$3x + 1 = 3 \times (-3) + 1 = -9 + 1 = -8$$

$$2x - 1 = 2 \times (-3) - 1 = -6 - 1 = -7$$

-3 n'est pas une solution de l'équation

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x - 7 = 3x - 9$

Pour $x = -1$,

$$5x - 7 = 5 \times (-1) - 7 = -5 - 7 = -12$$

$$3x - 9 = 3 \times (-1) - 9 = -3 - 9 = -12$$

-1 est une solution de l'équation.

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x + 1) = 3(2x - 1)$

Pour $x = 2$,

$$5(3x + 1) = 5(3 \times 2 + 1) = 5(6 + 1) = 5 \times 7 = 35$$

$$3(2x - 1) = 3(2 \times 2 - 1) = 3(4 - 1) = 3 \times 3 = 9$$

2 n'est pas une solution de l'équation;

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x - 7 = 3x - 2$

Pour $x = \frac{5}{3}$,

$$6x - 7 = 6 \times \frac{5}{3} - 7 = \frac{30}{3} - 7 = 10 - 7 = 3$$

$$3x - 2 = 3 \times \frac{5}{3} - 2 = 5 - 2 = 3$$

$\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation.

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x - 8 = 2x - 4$

Pour $x = \frac{3}{4}$,

$$5x - 8 = 5 \times \frac{3}{4} - 8 = \frac{15}{4} - \frac{32}{4} = -\frac{17}{4}$$

$$2x - 4 = 2 \times \frac{3}{4} - 4 = \frac{6}{4} - \frac{16}{4} = -\frac{10}{4}$$

$\frac{3}{4}$ n'est pas une solution de l'équation.

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2 - 21 = 2x^2 + 4x$

Pour $x = -3$,

$$3x^2 - 21 = 3 \times (-3)^2 - 21 = 3 \times 9 - 21 = 27 - 21 = 6$$

$$2x^2 + 4x = 2 \times (-3)^2 + 4 \times (-3) = 2 \times 9 - 12 = 18 - 12 = 6$$

-3 est une solution de l'équation.

EXERCICE N° 4 : Résoudre des équations du premier degré

CORRECTION

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned}5x + 3 &= 3x + 9 \\5x + 3 - 3x &= 3x + 9 - 3x \\2x + 3 &= 9 \\2x + 3 - 3 &= 9 - 3 \\2x &= 6 \\x &= \frac{6}{2} \\x &= 3\end{aligned}$$

3 est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}7x - 8 &= 10x - 7 \\7x - 8 - 10x &= 10x - 7 - 10x \\-3x - 8 &= -7 \\-3x - 8 + 8 &= -7 + 8 \\-3x &= 1 \\x &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$-\frac{1}{3}$ est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}3x - 2 &= x + 11 \\3x - 2 - x &= x + 11 - x \\2x - 2 &= 11 \\2x - 2 + 2 &= 11 + 2 \\2x &= 13 \\x &= \frac{13}{2} \\x &= 6,5\end{aligned}$$

6,5 est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}7 - 2x &= 9 - 5x \\7 - 2x + 5x &= 9 - 5x + 5x \\7 + 3x &= 9 \\7 + 3x - 7 &= 9 - 7 \\3x &= 2 \\x &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

$\frac{2}{3}$ est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}
 -3x - 9 &= -1 + 7x \\
 -3x - 9 - 7x &= -1 + 7x - 7x \\
 -10x - 9 &= -1 \\
 -10x - 9 + 9 &= -1 + 9 \\
 -10x &= 8 \\
 x &= -\frac{8}{10} \\
 x &= -0,8
 \end{aligned}$$

$-0,8$ est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}
 9x - 5 &= 8 - 7x \\
 9x - 5 + 7x &= 8 - 7x + 7x \\
 16x - 5 &= 8 \\
 16x - 5 + 5 &= 8 + 5 \\
 16x &= 13 \\
 x &= \frac{13}{16}
 \end{aligned}$$

$\frac{13}{16}$ est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}
 10x - 1 &= 1 - 3x \\
 10x - 1 + 3x &= 1 - 3x + 3x \\
 13x - 1 &= 1 \\
 13x - 1 + 1 &= 1 + 1 \\
 13x &= 2 \\
 x &= \frac{2}{13}
 \end{aligned}$$

$\frac{2}{13}$ est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}
 4 + 8x &= 1 - 4x \\
 4 + 8x + 4x &= 1 - 4x + 4x \\
 4 + 12x &= 1 \\
 4 + 12x - 4 &= 1 - 4 \\
 12x &= -3 \\
 x &= -\frac{3}{12} \\
 x &= -0,25
 \end{aligned}$$

EXERCICE N° 5 : Problème et équation

CORRECTION

1. Juliette effectue $3 \times x = 3x$ puis $3x + 4$.
2. Clément effectue $2x$ puis $2x + 7$.
3. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}3x + 4 &= 2x + 7 \\3x + 4 - 4 &= 2x + 7 - 4 \\3x &= 2x + 3 \\3x - 2x &= 2x + 3 - 2x \\x &= 3\end{aligned}$$

4. Vérifions :

Juliette a effectué : $3 \times 3 = 9$ puis $9 + 4 = 13$

Clément a effectué : $2 \times 3 = 6$ puis $6 + 7 = 13$

Il s'agit bien de la réponse au problème!

EXERCICE N° 6 : Problème et équation — Épisode 2

CORRECTION

Notons z le nombre affiché sur la calculatrice.

Alice effectue $6z$ puis $6z + 7$.

Adrien effectue $2z$ puis $2z + 10$

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}6z + 7 &= 2z + 10 \\6z + 7 - 7 &= 2z + 10 - 7 \\6z &= 2z + 3 \\6z - 2z &= 2z + 3 - 2z \\4z &= 3 \\z &= \frac{3}{4} \\z &= 0,75\end{aligned}$$

Vérifions :

Alice effectue $6 \times 0,75 = 4,5$ puis $4,5 + 7 = 11,5$.

Adrien effectue $2 \times 0,75 = 1,5$ puis $1,5 + 10 = 11,5$.

Il s'agit donc bien du nombre cherché!

EXERCICE N° 7 : Problème et équation — Épisode 3

CORRECTION

Notons x le nombre auquel je pense.

Son double est $2x$. On augmente de 16 soit $2x + 16$.

Son triple est $3x$. On diminue de 21 soit $3x - 21$

Il faut donc résoudre l'équation :

$$2x + 16 = 3x - 21$$

$$2x + 16 - 3x = 3x - 21 - 3x$$

$$-x + 16 = -21$$

$$-x + 16 - 16 = -21 - 16$$

$$-x = -37$$

$$x = 37$$

Vérifions ce résultat :

$$37 \times 2 = 74 \text{ puis } 74 + 16 = 90$$

$$37 \times 3 = 111 \text{ puis } 111 - 21 = 90$$

Il s'agit bien du nombre cherché!

EXERCICE N° 8 : Problème et équation — Épisode 4

CORRECTION

Notons x le montant de l'héritage reçu par la première personne en euros.

La seconde personne reçoit donc $x + 70$ euros.

La troisième personne reçoit $2x - 150$ euros.

Finalement en faisant la somme des trois parts on arrive à l'équation :

$$x + x + 70 + 2x - 150 = 1900$$

$$4x - 80 = 1900$$

$$4x - 80 + 80 = 1900 + 80$$

$$4x = 1980$$

$$x = \frac{1980}{4}$$

$$x = 495$$

Vérifions :

La première personne reçoit 495 €.

La seconde reçoit 495 € + 70 € = 565 €.

La troisième reçoit $2 \times 495 \text{ €} - 150 = 990 \text{ €} - 150 \text{ €} = 840 \text{ €}$.

La somme des trois héritages est : 495 € + 565 € + 840 € = 1900.

Il s'agit bien de la réponse attendue!

EXERCICE N° 9 : Problème et équation — Épisode 5

CORRECTION

a. Notons a le premier nombre entier cherché.

$a + 1$ et $a + 2$ sont les deux autres entiers consécutifs.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}a + a + 1 + a + 2 &= 129 \\3a + 3 &= 129 \\3a + 3 - 3 &= 129 - 3 \\3a &= 126 \\a &= \frac{126}{3} \\a &= 42\end{aligned}$$

Le premier nombre est 42, le second 43 et le troisième 44.

On a bien $42 + 43 + 44 = 129$!

b. Notons b le premier nombre entier cherché.

$b + 1$, $b + 2$, $b + 3$ et $b + 4$ sont les quatre autres entiers consécutifs.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}b + b + 1 + b + 2 + b + 3 + b + 4 &= 455 \\5b + 10 &= 455 \\5b + 10 - 10 &= 455 - 10 \\5b &= 445 \\b &= \frac{445}{5} \\b &= 89\end{aligned}$$

Le premier nombre est 89, le second 90, le troisième 91, le quatrième 92 et le cinquième 93.

On a bien $89 + 90 + 91 + 92 + 93 = 455$!

c. Notons c le premier nombre entier pair cherché.

Le suivant est $c + 2$ et le dernier $c + 4$.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}c + c + 2 + c + 4 &= 144 \\3c + 6 &= 144 \\3c + 6 - 6 &= 144 - 6 \\3c &= 138 \\c &= \frac{138}{3} \\c &= 46\end{aligned}$$

Le premier nombre est 46, le second 48 et le troisième 50.

On a bien $46 + 48 + 50 = 144$!

d. Notons d le premier nombre entier impair cherché.

$d + 2$ est le suivant et $d + 4$ le dernier.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$d + d + 2 + d + 4 = 633$$

$$3d + 6 = 633$$

$$3d + 6 - 6 = 633 - 6$$

$$3d = 627$$

$$d = \frac{627}{3}$$

$$d = 209$$

Le premier nombre est 209, le second 211 et le troisième 213.

On a bien $209 + 211 + 213 = 633$!

EXERCICE N° 10 : Trop difficile!!

CORRECTION

Notons n le nombre d'années que l'on cherche.

Dans n années le père aura $42 + n$ ans.

Le benjamin aura $4 + n$ ans, le cadet $9 + n$ ans et l'aîné $11 + n$ ans.

Il faut résoudre l'équation :

$$4 + n + 9 + n + 11 + n = 42 + n$$

$$3n + 24 = 42 + n$$

$$3n + 24 - 24 = 42 + n - 24$$

$$3n = 18 + n$$

$$3n - n = 18 - n$$

$$2n = 18$$

$$n = 9$$

Dans 9 ans le père aura 51 ans, le benjamin 13 ans, le cadet 18 ans et l'aîné 20 ans.

On constate que $13 + 18 + 20 = 51$.

Cet événement aura bien lieu dans 9 ans!