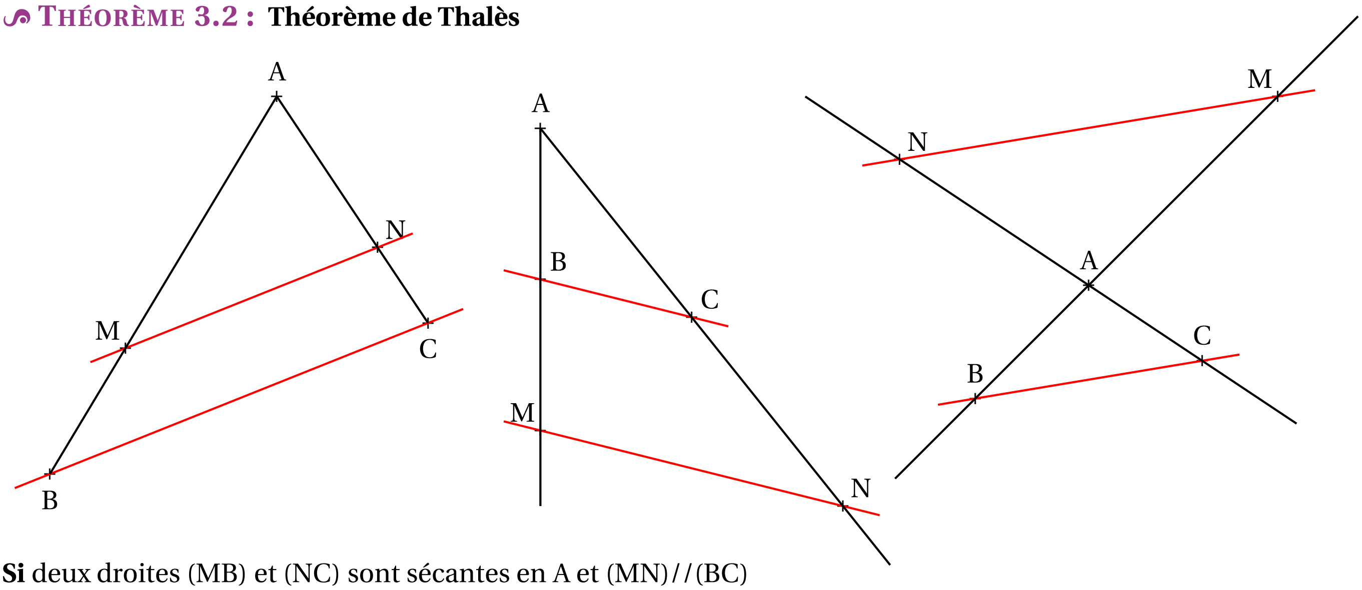
II — Le théorème de Thalès – Version générale

THÉORÈME 3.2 : Théorème de Thalès



Si deux droites (MB) et (NC) sont sécantes en A et (MN)//(BC)
alors les mesures des triangles AMN et ABC sont proportionnelles c'est-à-dire

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

DÉMONSTRATION :

Il y a trois possibilités liées à l'ordre des points :

Premier cas : M ∈ [AB] et N ∈ [AC]
Il s'agit de la situation étudiée en première partie, on applique le théorème de Thalès dans le triangle ABC.

Second cas : M ∈ [AB) et N ∈ [AC) mais M ∉ [AB] et N ∉ [AC]
Il suffit d'appliquer le théorème de Thalès dans le triangle AMN. Comme (BC)//(MN) on a $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$
Comme ces trois quotients sont égaux, leurs inverses le sont aussi. D'où le résultat.

Troisième cas : M ∈ (AB) et N ∈ [AC) mais M ∉ [AB) et N ∉ [AC)
Considérons les symétriques M′ et N′ de M et N dans la symétrie de centre A.