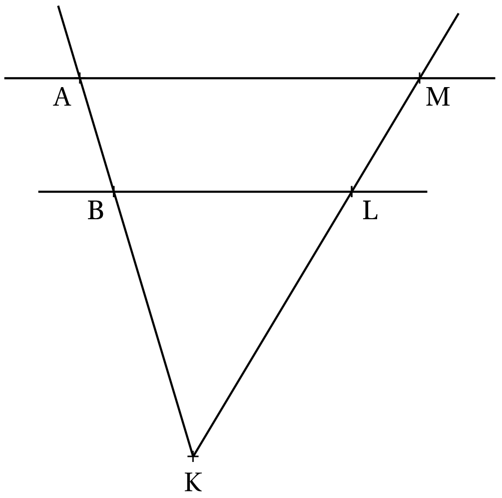
NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Interrogation de mathématiques

Exercice 1



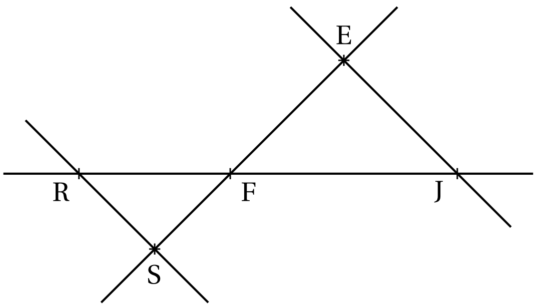
Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

— (AM)//(BL) ;
— (AB) et (ML) sont sécantes en K ;
— BL = 5 cm, AM = 9 cm, KL = 3 cm et KA = 8 cm.

Calculer les valeurs exactes des longueurs KB et KM puis en donner une valeur approchée au millimètre près.

Rédigez ci-dessous votre raisonnement

Exercice 2



Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

— (RS)//(EJ) ;
— (RJ) et (SE) sont sécantes en F ;
— FJ = 10 m, RF = 7 m, EJ = 12 m et FS = 5 m.

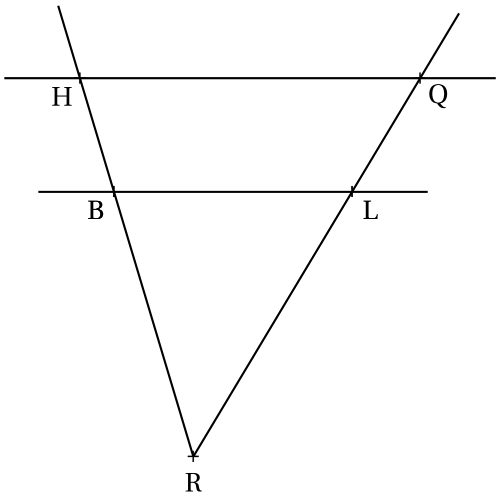
Calculer les valeurs exactes des longueurs FE et RS puis en donner une valeur approchée au centimètre près.

Rédigez ci-dessous votre raisonnement

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Interrogation de mathématiques

Exercice 1



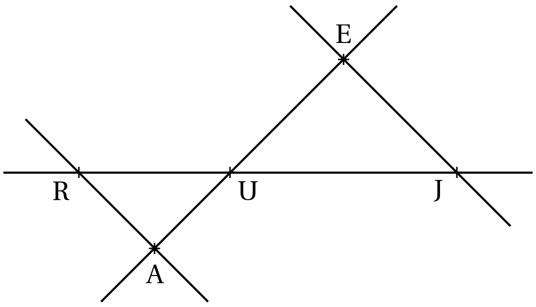
Rédigez ci-dessous votre raisonnement

Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

- (HQ)//(BL);
- (HB) et (QL) sont sécantes en R;
- BL = 7 cm, HQ = 9 cm, RL = 3 cm et RH = 10 cm.

Calculer les valeurs exactes des longueurs RB et RQ puis en donner une valeur approchée au millimètre près.

Exercice 2



Rédigez ci-dessous votre raisonnement

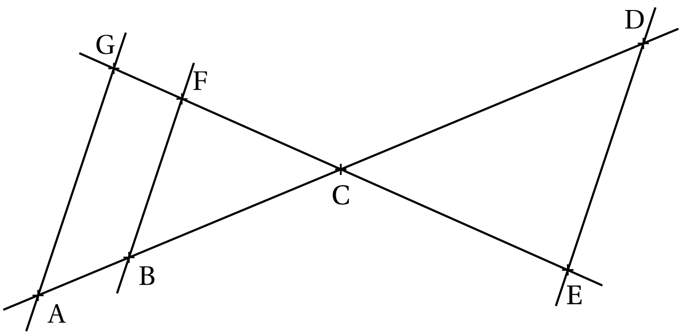
Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

- (RA)//(EJ);
- (RJ) et (AE) sont sécantes en U;
- UJ = 10 m, RU = 7 m, EJ = 12 m et UA = 5 m.

Calculer les valeurs exactes des longueurs UE et RA puis en donner une valeur approchée au centimètre près.

Interrogation de mathématiques

Exercice 1



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs nous savons que :

- Les droites (AD) et (GE) sont sécantes en C ;
- B ∈ (AD) et F ∈ (GE) ;
- (BF)//(ED)
- FC = 51 mm, GF = 18 mm, BF = 68 mm ;
- BC = 85 mm, AB = 30 mm, CD = 135 mm.

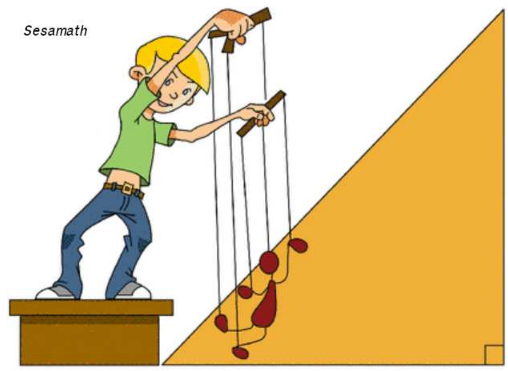
1. Calculer DE et CE.
2. Démontrer que les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
3. En utilisant la question **3.**, calculer GA.
4. Les droites (FC) et (FB) sont-elles perpendiculaires ?
5. Démontrer en utilisant la question **4.** que le triangle CDE est rectangle.

Exercice 2

Julien prépare un spectacle de marionnettes et d'ombres chinoises.

Son écran mesure 2 m et sa marionnette 24 cm. Debout sur son estrade, il positionne sa marionnette à 30 cm de la lumière.

À quelle distance de la source de lumière doit-il placer l'écran pour que agrandir la marionnette au maximum ?



Toutes les traces de recherches seront valorisées.

Exercice 3

Voici trois fonctions :

$f\ :\ x \rightarrow 6x - 8$ $\qquad g\ :\ x \rightarrow 10 - 3x$ $\qquad h\ :\ x \rightarrow x^2 + 3x - 28$

1. Calculer $f(4)$, $g(-2)$ et $h(-1)$.
2. Calculer l'antécédent de 5 par f.
3. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

D3 fx Σ = =10-3*D1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2	$f(x)$	-38	-32	-26	-20	-14	-8	-2	4	10	16	22
3	$g(x)$	25	22	19	16	13	10	7	4	1	-2	-5
4	$h(x)$	-18	-24	-28	-30	-30	-28	-24	-18	-10	0	12

4. Déterminer sans justification les antécédents de −28 par h.
5. Déterminer sans justification l'image de 4 par h.
6. Quelle formule a été écrite dans la cellule B4 puis recopiée vers la droite.

Correction

Exercice 1

1. Les droites (FE) et (BD) sont sécantes en C. Les droites (BF) et (ED) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CF}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{FB}{DE}$$

$$\frac{51\ mm}{CE} = \frac{85\ mm}{135\ mm} = \frac{68\ mm}{DE}$$

$CE = \dfrac{51\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{6\,885}{85}\ mm = 81\ mm$ et $DE = \dfrac{68\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{9\,180}{85}\ mm = 108\ mm$

2. Comparons $\dfrac{CF}{CG}$ et $\dfrac{CB}{CA}$

$\dfrac{CF}{CG} = \dfrac{51\ mm}{51\ mm + 18\ mm} = \dfrac{51}{69}$ et $\dfrac{CB}{CA} = \dfrac{85\ mm}{85\ mm + 30\ mm} = \dfrac{85}{115}$

Il y a trois méthodes pour vérifier si ces fractions sont égales :

Valeurs approchées	**Simplification**	**Les produits en croix**
$\dfrac{51}{69} \approx 0,739$ à $0,001$ près.	$\dfrac{51}{69} = \dfrac{3 \times 17}{3 \times 23} = \dfrac{17}{23}$	$51 \times 115 = 5\,865$
$\dfrac{85}{115} \approx 0,739$ à $0,001$ près.	$\dfrac{85}{115} = \dfrac{5 \times 17}{5 \times 23} = \dfrac{17}{23}$	$69 \times 85 = 5\,865$

Ainsi $\dfrac{CF}{CG} = \dfrac{CB}{CA}$. Comme les points C, F et G sont alignés et dans le même ordre que les points alignésC, B et A.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (FB) et (GA) sont parallèles.

3. Les droites (FG) et (BA) sont sécantes en C. Les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CF}{CG} = \frac{CB}{CA} = \frac{BF}{GA}$$

$$\frac{51}{69} = \frac{85}{115} = \frac{68\ mm}{GA}$$

Donc $GA = \dfrac{68\ mm \times 69}{51} = \dfrac{4\,692}{51} = 92\ mm$

4. Nous allons démontrer que le triangle BFC est rectangle.

$FC^2 + FB^2 = 51^2 + 68^2$
$FC^2 + FB^2 = 2\,601 + 4\,624$
$FC^2 + FB^2 = 7\,225$

$BC^2 = 85^2$
$BC^2 = 7\,225$

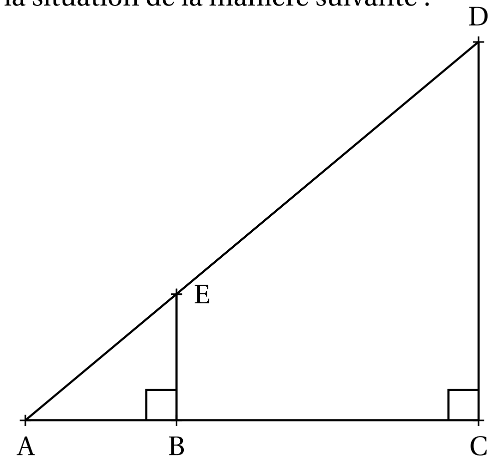
Comme $FC^2 + FB^2 = BC^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle FBC est rectangle en F.
Les droites (FC) et (FB) sont donc perpendiculaires.

5. On sait que (DE)//(FB) et aussi que (FB) $\perp$ (FE)
Or **si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**

Ainsi (DE) $\perp$ (CE) et le triangle CED est rectangle en E.

Exercice 2

On peut modéliser la situation de la manière suivante :



Comme la marionnette et l'écran sont en position verticale, on peut raisonnablement dire que (CD)//(BE)
Les droites (BC) et (ED) sont sécantes en A.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{AE}}{\text{AD}} = \frac{\text{BE}}{\text{CD}}$$

$$\frac{30\ cm}{\text{AC}} = \frac{\text{AE}}{\text{AD}} = \frac{24\ cm}{2\ m}$$

Donc $\text{AC} = \frac{30\ cm \times 2\ m}{24\ cm} = \frac{30\ cm \times 200\ cm}{24\ cm} = \frac{6000\ cm}{24\ cm} = 250\ cm = 2,5\ m$

Il doit placer l'écran à $2,50\ m$ de la lumière.

Exercice 3

1. $f(4) = 6 \times 4 - 8 = 24 - 8 = 16$
$g(-2) = 10 - 3 \times (-2) = 10 + 6 = 16$
$h(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 28 = 1 - 3 - 28 = -30$

2. Il faut résoudre $f(x) = 5$

$$6x - 8 = 5$$

$$6x - 8 + 8 = 5 + 8$$

$$6x = 13$$

$$x = \frac{13}{6}$$

3.

$$f(x) = g(x)$$

$$6x - 8 = 10 - 3x$$

$$6x - 8 + 8 = 10 - 3x + 8$$

$$6x = 18 - 3x$$

$$6x + 3x = 10 - 3x + 3x$$

$$9x = 10$$

$$x = \frac{10}{9}$$

4. Dans le tableau on lit que -3 et 0 sont des antécédents de -28 par h.

5. Dans le tableau on lit que l'image de 4 par h est 0.

6. Dans la cellule B4 il faut écrire $= \text{B4} * \text{B4} + 3 * \text{B4} - 28$ ou $= \text{B4}\hat{}2 + 3 * \text{B4} - 28$ ou $= \text{B4}^2 + 3 * \text{B4} - 28$

Évaluation de mathématiques

Exercice 1

(6 points)

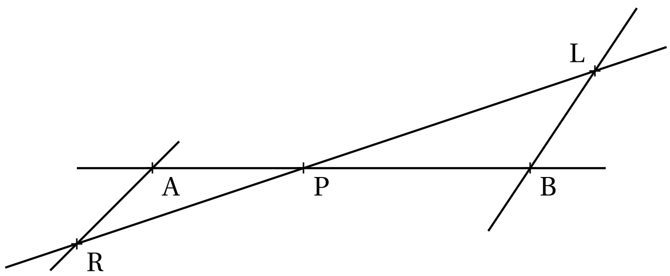
On pose :

— $f(x) = (x-4)(-6x-2)$;
— $g(x) = 8+2x(7-3x)+8x$;
— $h(x) = (x-4)(x+3)+(x-4)(-5-7x)$

Montrer en développant que $f(x) = g(x) = h(x)$

Exercice 2

(4 points)



La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

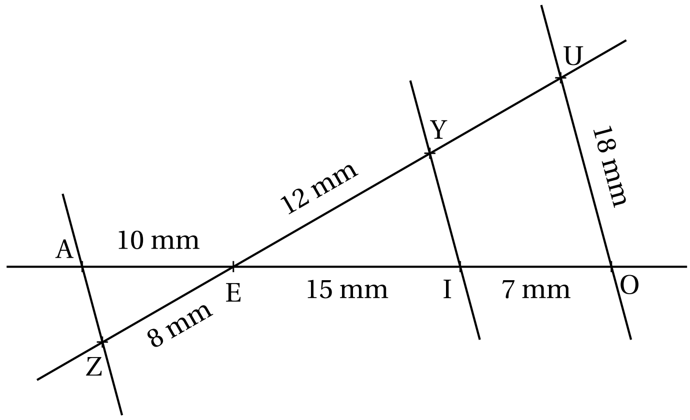
— (AB) et (RL) sont sécantes en P ;
— LB = 4 m, PR = 5 m, PB = 5 m et PA = 3 m ;
— (AR)//(LB)

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

Exercice 3

(6 points)

La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.



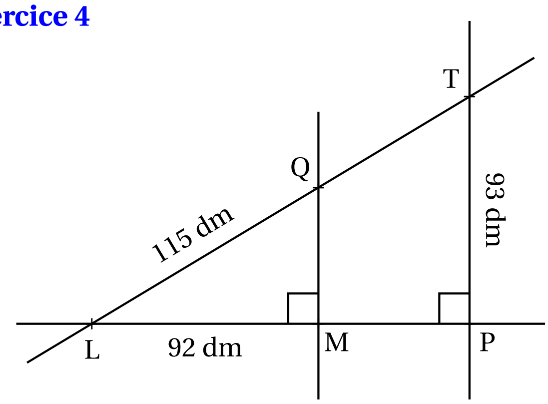
1. On sait que les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E et que les droites (YI) et (UO) sont parallèles.

Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au dixième près.

2. Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?

Exercice 4

(4 points)



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

— Le triangle LMQ est rectangle en M ;
— Le triangle LPT est rectangle en P ;
— Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

1. Calculer QM

2. En admettant que QM = 69 dm, calculer LT et LP.

Évaluation de mathématiques — Correction

Exercice 1

$f(x) = (x-4)(-6x-2)$
$f(x) = -6x^2 - 2x + 24x + 8$

$\boxed{f(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

$g(x) = 8 + 2x(7-3x) + 8x$
$g(x) = 8 + 14x - 6x^2 + 8x$

$\boxed{g(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

$h(x) = (x-4)(x+3) + (x-4)(-5-7x)$
$h(x) = x^2 + 3x - 4x - 12 - 5x - 7x^2 + 20 + 28x$

$\boxed{h(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

Exercice 2

Les droites (LR) et (AB) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PB}}{\text{PA}} = \frac{\text{PL}}{\text{PR}} = \frac{\text{BL}}{\text{AR}}$$

$$\frac{5\ m}{3\ m} = \frac{\text{PL}}{5\ m} = \frac{4\ m}{\text{AR}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{PL} = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $\text{PL} = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et $\text{PL} \approx 8,333\ m$

$\text{AR} = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $\text{AR} = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $\text{AR} = 2,4\ m$

$\boxed{\text{PL} \approx 8,333\ m \text{ et AR} = 2,4\ m}$

Exercice 3

1. Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{EY}}{\text{EU}} = \frac{\text{EI}}{\text{EO}} = \frac{\text{YI}}{\text{UO}}$$

$$\frac{12\ mm}{\text{EU}} = \frac{15\ mm}{15\ mm + 7\ mm} = \frac{\text{YI}}{18\ mm}$$

$$\frac{12\ mm}{\text{EU}} = \frac{15\ mm}{22\ mm} = \frac{\text{YI}}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{EU} = \dfrac{12\ mm \times 22\ mm}{15\ mm}$ d'où $\text{EU} = \dfrac{264\ mm^2}{15\ mm}$ et $\text{EU} = 17,6\ mm$

$\text{YI} = \dfrac{15\ mm \times 18\ mm}{22\ mm}$ d'où $\text{YI} = \dfrac{270\ mm^2}{22\ mm}$ et $\text{YI} \approx 12,3\ mm$

$\boxed{\text{EU} = 17,6\ mm \text{ et YI} \approx 12,3\ mm}$

2. Comparons $\dfrac{\text{EI}}{\text{EA}}$ et $\dfrac{\text{EY}}{\text{EZ}}$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{15\ mm}{10\ mm} \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{12\ mm}{8\ mm}$$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{3}{2} = 1,5 \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Comme $\frac{EY}{EZ} = \frac{EI}{EA}$ et comme les points E, I et A sont alignés et dans le même ordre que les points E, Y et Z, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (YI) et (AZ) sont parallèles.

$\boxed{(YI)//(AZ)}$

Exercice 4

1. Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + MQ^2 = LQ^2$$
$$92^2 + MQ^2 = 115^2$$
$$8\,464 + MQ^2 = 13\,225$$
$$MQ^2 = 13\,225 - 8\,464$$
$$MQ^2 = 4\,761$$
$$MQ = \sqrt{4\,761}$$
$$MQ = 69$$

$\boxed{MQ = 69\ mm}$

2. Les droites (QM) et (TP) sont perpendiculaires à la droite (LP).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi (QM)//(TP)
Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LQ}{LT} = \frac{LM}{LP} = \frac{QM}{TP}$$

$$\frac{115\ dm}{LT} = \frac{92\ dm}{LP} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$LT = \frac{115\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LT = \frac{10\,695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 155\ dm$

$LP = \frac{93\ dm \times 92\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \frac{8\,556\ dm}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 : *(5 points)*

Un chocolatier vient de préparer 630 poissons et 1 155 cloches de Pâques. Il souhaite préparer des sachets mélangés **tous identiques**, chaque sachet contenant la même quantité de poissons et la même quantité de cloches en chocolat. Après la répartition dans des sachets, **il ne doit rester aucun chocolat !**

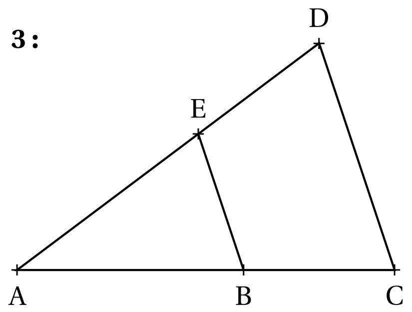
1.a. Peut-il constituer des sachets contenant 7 poissons et 11 cloches de Pâques ?
1.b. Peut-il constituer 35 sachets ?
2. Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.
3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.
4. Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer ?
Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques ?

Exercice n° 2 : *(5 points)*

On note $f(x) = (3x-1)(2x+3) + (5x-1)(3x-1)$ et $g(x) = 5x(2x-1) - 10x^2 + 3$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Développer et réduire $g(x)$.
3. Démontrer que $f(x) = (3x-1)(7x+2)$.
4. En utilisant l'expression de la question **3.** calculer les images de -1 et 5 par la fonction f.
5. On peut prouver que $g(x) = -5x+3$. Calculer l'antécédent de 11 par la fonction g.

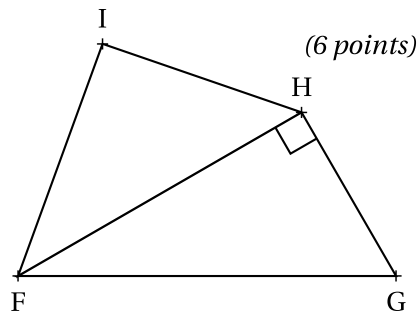
Exercice n° 3 : *(6 points)*



Sur la figure ci-dessus on sait que :

- B ∈ [AC] et E ∈ [AD] et (BE)//(CD) ;
- CD = 125 mm, EB = 75 mm ;
- AD = 165 mm, AB = 87 mm.

1. Calculer la valeur exacte des longueurs AE et AC.

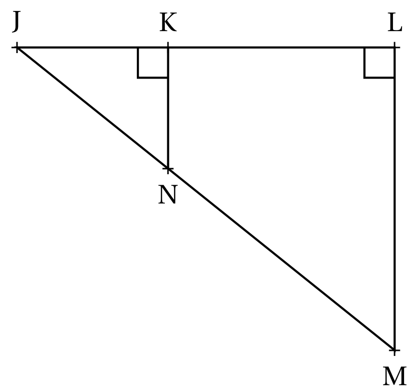


Sur la figure ci-dessus on sait que :

- FHG est rectangle en H ;
- FG = 97 m, HG = 72 m, IH = 36 m, IF = 54 m.

2. Le triangle FIH est-il rectangle ?

Exercice n° 4 : *(4 points)*



Sur la figure ci-contre on sait que :

- JKN est rectangle en K et JLM est rectangle en L ;
- K ∈ [JL] et N ∈ [JM] ;
- JN = 70 cm, KN = 56 cm et LM = 136 cm.

1. Calculer la valeur exacte de JK.
2. Démontrer que (KN)//(LM).
3. Calculer JL et JM puis KL et NM.

Contrôle de mathématiques — CORRECTION

Exercice n° 1 : Les chocolats CORRECTION

Arithmétique

1.a. On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 7 et 11.
$630 = 7 \times 90$ et $1\,155 = 11 \times 105$

Ce n'est pas possible car les quotients ne sont pas égaux (90 et 105).

1.b. On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 35.
$630 = 35 \times 18$ et $1\,155 = 35 \times 33$.

Il peut préparer 35 sachets contenant chacun 18 poissons et 33 cloches de Pâques.

2. Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1\,155 & 3 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ donc } 630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7}$ $\boxed{1\,155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11}$

3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.
On constate en examinant les produits de facteurs premiers que les facteurs 3, 5 et 7 sont communs aux deux nombres. Les diviseurs communs à ces deux nombres sont donc tous les produits que l'on peut construire à partir des ces nombres :

$1 = 3^0 \times 5^0 \times 7^0$
$3 = 3^1 \times 5^0 \times 7^0$
$5 = 3^0 \times 5^1 \times 7^0$
$7 = 3^0 \times 5^0 \times 7^1$
$15 = 3^1 \times 5^1 \times 7^0$
$21 = 3^1 \times 5^0 \times 7^1$
$35 = 3^0 \times 5^1 \times 7^1$
$105 = 3^1 \times 5^1 \times 7^1$.

La liste des diviseurs communs à 630 et 1 155 sont : 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 et 105.

4. Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer ?
Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques ?

Il pourra faire au maximum 105 sachets et comme $630 = 105 \times 6$ et $1\,155 = 105 \times 11$,

Il pourra faire 105 sachets au maximum contenant chacun 6 poissons et 11 cloches de Pâques.

Exercice n° 2 : Fonctions et calcul littéral CORRECTION

Fonction et calcul littéral

On note $f(x) = (3x-1)(2x+3)+(5x-1)(3x-1)$ et $g(x) = 5x(2x-1) - 10x^2 + 3$

1. Développer et réduire $f(x)$.

$f(x) = (3x-1)(2x+3)+(5x-1)(3x-1)$
$f(x) = (6x^2+9x-2x-3)+(15x^2-5x-3x+1)$

$\boxed{f(x) = 21x^2 - x - 2}$

2. Développer et réduire $g(x)$.

$g(x) = 5x(2x-1)-10x^2+3$
$g(x) = 10x^2-5x-10x^2+3$

$\boxed{g(x) = -5x+3}$

3. Démontrer que $f(x) = (3x-1)(7x+2)$.

$(3x-1)(7x+2) = 21x^2+6x-7x-2$
$(3x-1)(7x+2) = 21x^2-x-2.$

$\boxed{\text{On constate bien que } f(x) = (3x-1)(7x+2)}$.

4. En utilisant l'expression de la question **3.** calculer les images de -1 et 5 par la fonction f.

$f(-1) = (3\times(-1)-1)(7\times(-1)+2) = (-3-1)(-7+2) = (-4)\times 5 = \boxed{-20}$

$f(5) = (3\times 5-1)(7\times 5+2) = (15-1)(35+2) = 14\times 37 = \boxed{518}$

5. On peut prouver que $g(x) = -5x+3$. Calculer l'antécédent de 11 par la fonction g.

Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
-5x+3 &= 11\\
-5x+3-3 &= 11-3\\
-5x &= 14\\
x &= -\frac{14}{5}\\
x &= -2,8
\end{aligned}$$

$\boxed{-2,8 \text{ est l'antécédent de 11 par la fonction } g.}$

Exercice n° 3 : Thales et Pythagore

CORRECTION

Pythagore et Thalès

1. Dans le triangle ADC, les droites (BE) et (DC) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{87\,\text{mm}}{AC} = \frac{AE}{165\,\text{mm}} = \frac{75\,\text{mm}}{125\,\text{mm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AC = \dfrac{87\,\text{mm}\times 125\,\text{mm}}{75\,\text{mm}}$ d'où $AC = \dfrac{10875\,\text{mm}^2}{75\,\text{mm}}$ et $AC = 145\,\text{mm}$

$AE = \dfrac{165\,\text{mm}\times 75\,\text{mm}}{125\,\text{mm}}$ d'où $AE = \dfrac{12375\,\text{mm}^2}{125\,\text{mm}}$ et $AE = 99\,\text{mm}$

$\boxed{AC = 145\,\text{mm et } AE = 99\,\text{mm.}}$

2.

Dans le triangle FHG rectangle en H,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HF^2 + HG^2 = FG^2$$

$$HF^2 + 72^2 = 97^2$$

$$HF^2 + 5\,184 = 9\,409$$

$$HF^2 = 9\,409 - 5\,184$$

$$HF^2 = 4\,225$$

$$HF = \sqrt{4\,225}$$

$$HF = 65$$

Comparons $IF^2 + IH^2$ et HF^2 :

$IF^2 + IH^2$	HF^2
$54^2 + 36^2$	65^2
$2\,916 + 1\,296$	
$4\,212$	$4\,225$

Comme

$$IF^2 + IH^2 \neq HF^2$$

, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC n'est pas rectangle}}$.

Exercice n° 4 : *(4 points)*

1. Calculer la valeur exacte de JK.

Dans le triangle JKN rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KJ^2 + KN^2 = JN^2$$
$$KJ^2 + 56^2 = 70^2$$
$$KJ^2 + 3\,136 = 4\,900$$
$$KJ^2 = 4\,900 - 3\,136$$
$$KJ^2 = 1\,764$$
$$KJ = \sqrt{1\,764}$$
$$KJ = 42$$

$\boxed{KJ = 42\,\text{cm}}$

2. Démontrer que (KN)//(LM).

Les droites (KN) et (LM) sont perpendiculaires à la droite (JL) puisque les deux triangles sont rectangles.
Or on sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{\text{Les droites (KN) et (LM) sont donc parallèles.}}$

3. Calculer JL et JM puis KL et NM.

Dans le triangle JLM, les droites (KN) et (LM) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{JK}{JL} = \frac{JN}{JM} = \frac{KN}{LM}$$

$$\frac{42\,\text{cm}}{JL} = \frac{70\,\text{cm}}{JM} = \frac{56\,\text{cm}}{136\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$JL = \dfrac{42\,\text{cm} \times 136\,\text{cm}}{56\,\text{cm}}$ d'où $JL = \dfrac{5\,712\,\text{cm}^2}{56\,\text{cm}}$ et $JL = 102\,\text{cm}$

$JM = \dfrac{70\,\text{cm} \times 136\,\text{cm}}{56\,\text{cm}}$ d'où $JM = \dfrac{9\,520\,\text{cm}^2}{56\,\text{cm}}$ et $JM = 170\,\text{cm}$

Comme $KL = JL - JK = 102\,\text{cm} - 42\,\text{cm} = 60\,\text{cm}$ et $NM = JM - JN = 170\,\text{cm} - 70\,\text{cm} = 100\,\text{cm}$.

$\boxed{JL = 102\,\text{cm},\ JM = 170\,\text{cm},\ KL = 100\,\text{cm} \text{ et } NM = 100\,\text{cm}.}$

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 : *(6 points)*

On pose :

— $f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$

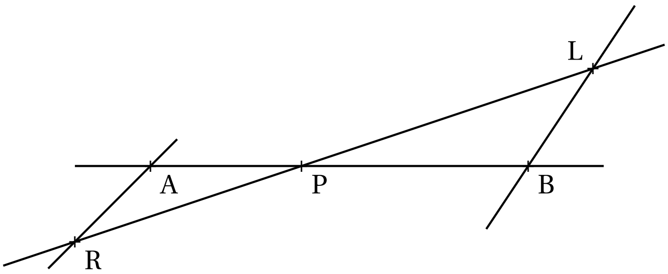
— $g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$

— $h(x) = 47x^2 - 63x - 6$

En développant $f(x)$ et $g(x)$ montrer que :

$$f(x) = g(x) = h(x)$$

Exercice n° 2 : *(4 points)*



La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

— (AB) et (RL) sont sécantes en P ;

— LB = 4 m, PR = 5 m, PB = 5 m et PA = 3 m ;

— (AR)//(LB)

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

Exercice n° 3 : *(6 points)*

La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.

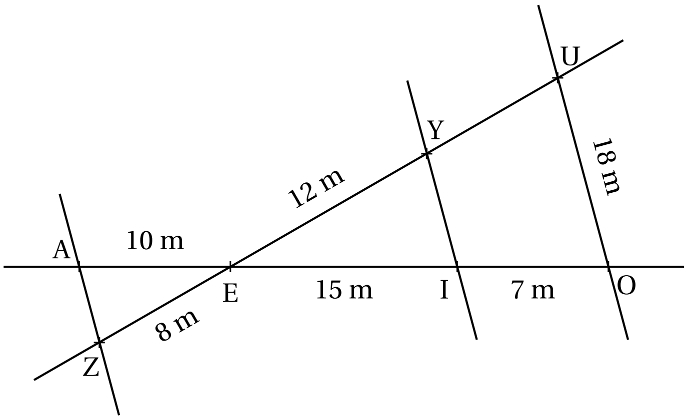
On sait que :

— Les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E ;

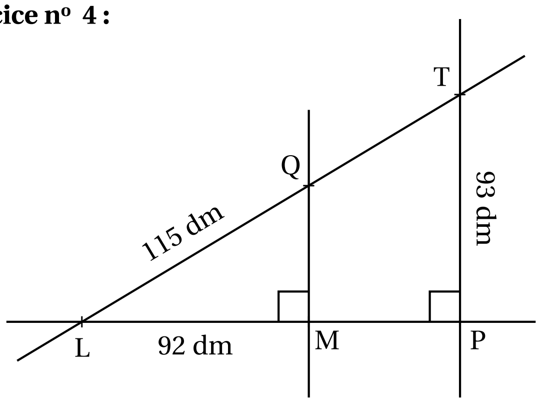
— Les droites (YI) et (UO) sont parallèles.

1. Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au centimètre près.

2. Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?



Exercice n° 4 : *(4 points)*



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

— Le triangle LMQ est rectangle en M ;

— Le triangle LPT est rectangle en P ;

— Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

1. Calculer QM

2. En admettant que QM = 69 dm, calculer LT et LP.

Justifier soigneusement votre démarche.

Contrôle de mathématiques — CORRECTION

Exercice n° 1 : Trois fonctions CORRECTION

Calcul littéral

On pose :

- $f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$
- $g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$
- $h(x) = 47x^2 - 63x - 6$

$f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$
$f(x) = (2x^2 + 3x - 14x - 21) - (25x - 45x^2 - 15 + 27x)$
$f(x) = 2x^2 + 3x - 14x - 21 - 25x + 45x^2 + 15 - 27x$

$\boxed{f(x) = 47x^2 - 63x - 6}$

$g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$
$g(x) = -3x - 3x^2 + 10x + 50x^2 - 14 - 70x + 8$

$\boxed{g(x) = 47x^2 - 63x - 6}$

On constate que $\boxed{f(x) = g(x) = h(x)}$

Exercice n° 2 : Thalès papillon CORRECTION

Thalès

Les droites (AB) et (RL) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{PA}}{\mathrm{PB}} = \frac{\mathrm{PR}}{\mathrm{PL}} = \frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{BL}}$$

$$\frac{3\ m}{5\ m} = \frac{5\ m}{\mathrm{PL}} = \frac{\mathrm{AR}}{4\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\mathrm{PL} = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $\mathrm{PL} = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et PL $\approx 8,33\ m$
$\mathrm{AR} = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $\mathrm{AR} = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $\mathrm{AR} \approx 2,4\ m$

Exercice n° 3 : Thalès papillon et réciproque CORRECTION

Thalès

1.
Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{EY}}{\mathrm{EU}} = \frac{\mathrm{EI}}{\mathrm{EO}} = \frac{\mathrm{YI}}{\mathrm{UO}}$$

$$\frac{12\ m}{\text{EU}} = \frac{15\ m}{22\ m} = \frac{\text{YI}}{18\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{EU} = \dfrac{12\ m \times 22\ m}{15\ m}$ d'où $\text{EU} = \dfrac{264\ m^2}{15\ m}$ et $\text{EU} = 17{,}6\ m$
$\text{YI} = \dfrac{18\ m \times 15\ m}{22\ m}$ d'où $\text{YI} = \dfrac{270\ m}{22\ m}$ et $\text{YU} \approx 12{,}27\ m$

2. Comparons $\dfrac{\text{EA}}{\text{EI}}$ et $\dfrac{\text{EZ}}{\text{EY}}$.

$\dfrac{\text{EA}}{\text{EI}} = \dfrac{10\ m}{15\ m} \approx 0{,}67$

$\dfrac{\text{EZ}}{\text{EY}} = \dfrac{8\ m}{12\ m} \approx 0{,}67$

Comme $\dfrac{10}{15} = \dfrac{5 \times 2}{5 \times 3} = \dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{8}{12} = \dfrac{4 \times 2}{4 \times 3} = \dfrac{2}{3}$

Ou encore comme $10 \times 12 = 120$ et $8 \times 15 = 120$

Les quotients $\dfrac{\text{EA}}{\text{EI}}$ et $\dfrac{\text{EZ}}{\text{EY}}$ sont égaux, les points A E et I sont alignés et dans le même ordre que les points alignés Z, E et Y, d'après **la réciproque de Thalès** les droites (AZ) et (YI) sont parallèles.

Exercice nº 4 : Thalès et pythagore CORRECTION

DIFFICILE

4 points

Thalès et Pythagore **1.**
Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{MQ}^2 + \text{ML}^2 = \text{QL}^2$$
$$\text{MQ}^2 + 92^2 = 115^2$$
$$\text{MQ}^2 + 8\,464 = 13\,225$$
$$\text{MQ}^2 = 13\,225 - 8\,464$$
$$\text{MQ}^2 = 4\,761$$
$$\text{MQ} = 69$$

$\boxed{\text{MQ} = 69\ dm}$

2.
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Comme (QM) $\perp$ (LP) et (TP) $\perp$ (LP), les droites (QM) et (LP) sont parallèles.

Les droites (LP) et (LT) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{LM}}{\text{LP}} = \frac{\text{LQ}}{\text{LT}} = \frac{\text{MQ}}{\text{PT}}$$

$$\frac{92\ dm}{\text{LP}} = \frac{115\ dm}{\text{LT}} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{LP} = \dfrac{92\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $\text{LP} = \dfrac{8\,556\ dm^2}{69\ dm}$ et $\text{LP} = 124\ dm$

$\text{LT} = \dfrac{115\ dmm \times 93\ dm}{69\ cm}$ d'où $\text{LT} = \dfrac{10\,695\ dm^2}{69\ dm}$ et $\text{LT} = 55\ dm$