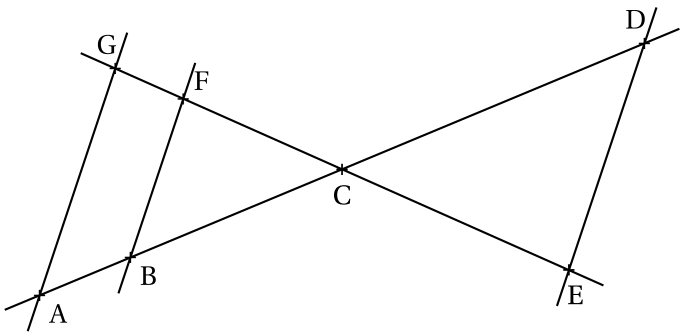
Interrogation de mathématiques

Exercice 1



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs nous savons que :

— Les droites (AD) et (GE) sont sécantes en C ;
— B ∈ (AD) et F ∈ (GE) ;
— (BF)//(ED)
— FC = 51 mm, GF = 18 mm, BF = 68 mm ;
— BC = 85 mm, AB = 30 mm, CD = 135 mm.

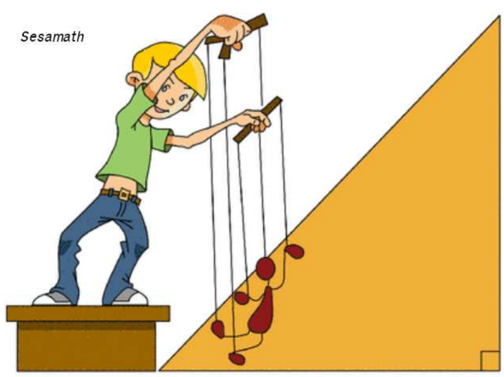
1. Calculer DE et CE.
2. Démontrer que les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
3. En utilisant la question **3.**, calculer GA.
4. Les droites (FC) et (FB) sont-elles perpendiculaires ?
5. Démontrer en utilisant la question **4.** que le triangle CDE est rectangle.

Exercice 2

Julien prépare un spectacle de marionnettes et d'ombres chinoises.

Son écran mesure 2 m et sa marionnette 24 cm. Debout sur son estrade, il positionne sa marionnette à 30 cm de la lumière.

À quelle distance de la source de lumière doit-il placer l'écran pour que agrandir la marionnette au maximum ?



Toutes les traces de recherches seront valorisées.

Exercice 3

Voici trois fonctions :

$f\ :\ x \to 6x - 8$ $\qquad g\ :\ x \to 10 - 3x$ $\qquad h\ :\ x \to x^2 + 3x - 28$

1. Calculer $f(4)$, $g(-2)$ et $h(-1)$.
2. Calculer l'antécédent de 5 par f.
3. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

D3 =10-3*D1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2	$f(x)$	-38	-32	-26	-20	-14	-8	-2	4	10	16	22
3	$g(x)$	25	22	19	16	13	10	7	4	1	-2	-5
4	$h(x)$	-18	-24	-28	-30	-30	-28	-24	-18	-10	0	12

4. Déterminer sans justification les antécédents de −28 par h.
5. Déterminer sans justification l'image de 4 par h.
6. Quelle formule a été écrite dans la cellule B4 puis recopiée vers la droite.

Correction

Exercice 1

1. Les droites (FE) et (BD) sont sécantes en C. Les droites (BF) et (ED) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{CF}}{\text{CE}} = \frac{\text{CB}}{\text{CD}} = \frac{\text{FB}}{\text{DE}}$$

$$\frac{51\ mm}{\text{CE}} = \frac{85\ mm}{135\ mm} = \frac{68\ mm}{\text{DE}}$$

$\text{CE} = \dfrac{51\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{6\,885}{85}\ mm = 81\ mm$ et $\text{DE} = \dfrac{68\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{9\,180}{85}\ mm = 108\ mm$

2. Comparons $\dfrac{\text{CF}}{\text{CG}}$ et $\dfrac{\text{CB}}{\text{CA}}$

$\dfrac{\text{CF}}{\text{CG}} = \dfrac{51\ mm}{51\ mm + 18\ mm} = \dfrac{51}{69}$ et $\dfrac{\text{CB}}{\text{CA}} = \dfrac{85\ mm}{85\ mm + 30\ mm} = \dfrac{85}{115}$

Il y a trois méthodes pour vérifier si ces fractions sont égales :

Valeurs approchées	**Simplification**	**Les produits en croix**
$\dfrac{51}{69} \approx 0,739$ à $0,001$ près.	$\dfrac{51}{69} = \dfrac{3 \times 17}{3 \times 23} = \dfrac{17}{23}$	$51 \times 115 = 5\,865$
$\dfrac{85}{115} \approx 0,739$ à $0,001$ près.	$\dfrac{85}{115} = \dfrac{5 \times 17}{5 \times 23} = \dfrac{17}{23}$	$69 \times 85 = 5\,865$

Ainsi $\dfrac{\text{CF}}{\text{CG}} = \dfrac{\text{CB}}{\text{CA}}$. Comme les points C, F et G sont alignés et dans le même ordre que les points alignésC, B et A.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (FB) et (GA) sont parallèles.

3. Les droites (FG) et (BA) sont sécantes en C. Les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{CF}}{\text{CG}} = \frac{\text{CB}}{\text{CA}} = \frac{\text{BF}}{\text{GA}}$$

$$\frac{51}{69} = \frac{85}{115} = \frac{68\ mm}{\text{GA}}$$

Donc $\text{GA} = \dfrac{68\ mm \times 69}{51} = \dfrac{4\,692}{51} = 92\ mm$

4. Nous allons démontrer que le triangle BFC est rectangle.

$\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = 51^2 + 68^2$	$\text{BC}^2 = 85^2$
$\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = 2\,601 + 4\,624$	$\text{BC}^2 = 7\,225$
$\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = 7\,225$	

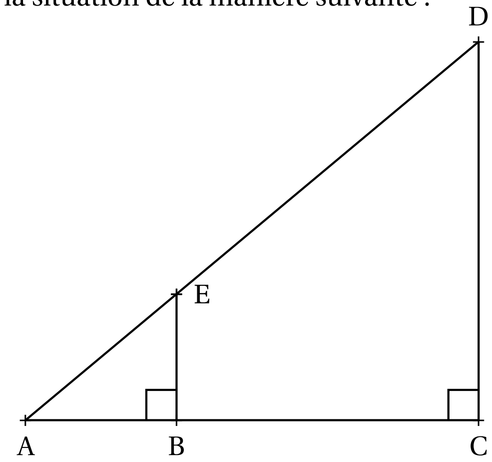
Comme $\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = \text{BC}^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle FBC est rectangle en F.
Les droites (FC) et (FB) sont donc perpendiculaires.

5. On sait que (DE)//(FB) et aussi que (FB) $\perp$ (FE)
Or **si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**

Ainsi (DE) $\perp$ (CE) et le triangle CED est rectangle en E.

Exercice 2

On peut modéliser la situation de la manière suivante :



Comme la marionnette et l'écran sont en position verticale, on peut raisonnablement dire que (CD)//(BE)
Les droites (BC) et (ED) sont sécantes en A.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{30\ cm}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{24\ cm}{2\ m}$$

Donc $AC = \frac{30\ cm \times 2\ m}{24\ cm} = \frac{30\ cm \times 200\ cm}{24\ cm} = \frac{6\,000\ cm}{24\ cm} = 250\ cm = 2,5\ m$

Il doit placer l'écran à $2,50\ m$ de la lumière.

Exercice 3

1. $f(4) = 6 \times 4 - 8 = 24 - 8 = 16$
$g(-2) = 10 - 3 \times (-2) = 10 + 6 = 16$
$h(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 28 = 1 - 3 - 28 = -30$

2. Il faut résoudre $f(x) = 5$

$$6x - 8 = 5$$

$$6x - 8 + 8 = 5 + 8$$

$$6x = 13$$

$$x = \frac{13}{6}$$

3.

$$f(x) = g(x)$$

$$6x - 8 = 10 - 3x$$

$$6x - 8 + 8 = 10 - 3x + 8$$

$$6x = 18 - 3x$$

$$6x + 3x = 10 - 3x + 3x$$

$$9x = 10$$

$$x = \frac{10}{9}$$

4. Dans le tableau on lit que -3 et 0 sont des antécédents de -28 par h.

5. Dans le tableau on lit que l'image de 4 par h est 0.

6. Dans la cellule B4 il faut écrire = B4 ∗ B4 + 3 ∗ B4 − 28 ou = B4^2 + 3 ∗ B4 − 28 ou = $B4^2 + 3 * B4 - 28$