



## Exercice n° 1 :

(5 points)



Un chocolatier vient de préparer 630 poissons et 1 155 cloches de Pâques. Il souhaite préparer des sachets mélangés **tous identiques**, chaque sachet contenant la même quantité de poissons et la même quantité de cloches en chocolat. Après la répartition dans des sachets, **il ne doit rester aucun chocolat!**

- 1.a. Peut-il constituer des sachets contenant 7 poissons et 11 cloches de Pâques?
- 1.b. Peut-il constituer 35 sachets?
2. Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.
3. Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.
4. Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer?  
Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques?

## Exercice n° 2 :

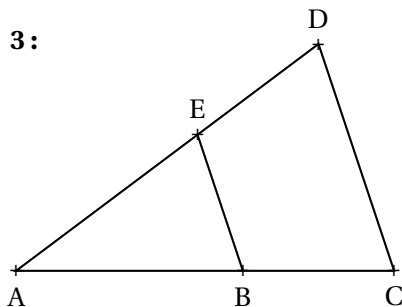
(5 points)



On note  $f(x) = (3x - 1)(2x + 3) + (5x - 1)(3x - 1)$  et  $g(x) = 5x(2x - 1) - 10x^2 + 3$

1. Développer et réduire  $f(x)$ .
2. Développer et réduire  $g(x)$ .
3. Démontrer que  $f(x) = (3x - 1)(7x + 2)$ .
4. En utilisant l'expression de la question 3. calculer les images de  $-1$  et  $5$  par la fonction  $f$ .
5. On peut prouver que  $g(x) = -5x + 3$ . Calculer l'antécédent de  $11$  par la fonction  $g$ .

## Exercice n° 3 :

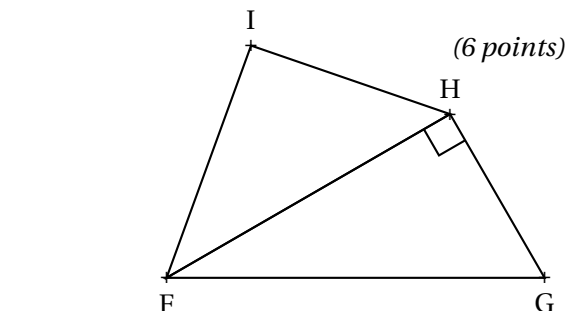
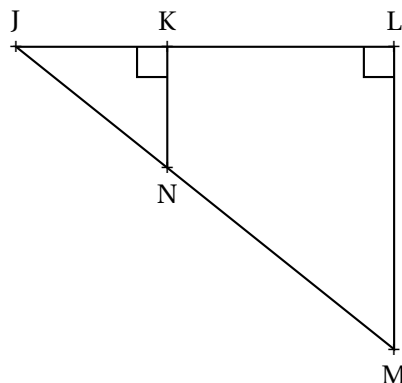


Sur la figure ci-dessus on sait que :

- $B \in [AC]$  et  $E \in [AD]$  et  $(BE) \parallel (CD)$ ;
- $CD = 125 \text{ mm}$ ,  $EB = 75 \text{ mm}$ ;
- $AD = 165 \text{ mm}$ ,  $AB = 87 \text{ mm}$ .

1. Calculer la valeur exacte des longueurs  $AE$  et  $AC$ .

## Exercice n° 4 :



(6 points)



Sur la figure ci-dessus on sait que :

- $FHG$  est rectangle en  $H$ ;
- $FG = 97 \text{ m}$ ,  $HG = 72 \text{ m}$ ,  $IH = 36 \text{ m}$ ,  $IF = 54 \text{ m}$ .

2. Le triangle  $FIH$  est-il rectangle?

(4 points)



Sur la figure ci-contre on sait que :

- $JKN$  est rectangle en  $K$  et  $JLM$  est rectangle en  $L$ ;
- $K \in [JL]$  et  $N \in [JM]$ ;
- $JN = 70 \text{ cm}$ ,  $KN = 56 \text{ cm}$  et  $LM = 136 \text{ cm}$ .

1. Calculer la valeur exacte de  $JK$ .
2. Démontrer que  $(KN) \parallel (LM)$ .
3. Calculer  $JL$  et  $JM$  puis  $KL$  et  $NM$ .



**Exercice n° 1 : Les chocolats**

CORRECTION

*Arithmétique*

**1.a.** On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 7 et 11.  
 $630 = 7 \times 90$  et  $1\ 155 = 11 \times 105$

Ce n'est pas possible car les quotients ne sont pas égaux (90 et 105).

**1.b.** On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 35.  
 $630 = 35 \times 18$  et  $1\ 155 = 35 \times 33$ .

Il peut préparer 35 sachets contenant chacun 18 poissons et 33 cloches de Pâques.

**2.** Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1\ 155 & 3 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$  donc  $630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$1\ 155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$

**3.** Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.

On constate en examinant les produits de facteurs premiers que les facteurs 3, 5 et 7 sont communs aux deux nombres. Les diviseurs communs à ces deux nombres sont donc tous les produits que l'on peut construire à partir des ces nombres :

$$\begin{aligned} 1 &= 3^0 \times 5^0 \times 7^0 \\ 3 &= 3^1 \times 5^0 \times 7^0 \\ 5 &= 3^0 \times 5^1 \times 7^0 \\ 7 &= 3^0 \times 5^0 \times 7^1 \\ 15 &= 3^1 \times 5^1 \times 7^0 \\ 21 &= 3^1 \times 5^0 \times 7^1 \\ 35 &= 3^0 \times 5^1 \times 7^1 \\ 105 &= 3^1 \times 5^1 \times 7^1. \end{aligned}$$

La liste des diviseurs communs à 630 et 1 155 sont : 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 et 105.

**4.** Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer?  
 Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques?

Il pourra faire au maximum 105 sachets et comme  $630 = 105 \times 6$  et  $1\ 155 = 105 \times 11$ ,

Il pourra faire 105 sachets au maximum contenant chacun 6 poissons et 11 cloches de Pâques.



**Exercice n° 2 : Fonctions et calcul littéral**

CORRECTION

*Fonction et calcul littéral*

On note  $f(x) = (3x - 1)(2x + 3) + (5x - 1)(3x - 1)$  et  $g(x) = 5x(2x - 1) - 10x^2 + 3$

1. Développer et réduire  $f(x)$ .

$$f(x) = (3x - 1)(2x + 3) + (5x - 1)(3x - 1)$$

$$f(x) = (6x^2 + 9x - 2x - 3) + (15x^2 - 5x - 3x + 1)$$

$$f(x) = 21x^2 - x - 2$$

2. Développer et réduire  $g(x)$ .

$$g(x) = 5x(2x - 1) - 10x^2 + 3$$

$$g(x) = 10x^2 - 5x - 10x^2 + 3$$

$$g(x) = -5x + 3$$

3. Démontrer que  $f(x) = (3x - 1)(7x + 2)$ .

$$(3x - 1)(7x + 2) = 21x^2 + 6x - 7x - 2$$

$$(3x - 1)(7x + 2) = 21x^2 - x - 2.$$

On constate bien que  $f(x) = (3x - 1)(7x + 2)$ .

4. En utilisant l'expression de la question 3. calculer les images de  $-1$  et  $5$  par la fonction  $f$ .

$$f(-1) = (3 \times (-1) - 1)(7 \times (-1) + 2) = (-3 - 1)(-7 + 2) = (-4) \times 5 = -20$$

$$f(5) = (3 \times 5 - 1)(7 \times 5 + 2) = (15 - 1)(35 + 2) = 14 \times 37 = 518$$

5. On peut prouver que  $g(x) = -5x + 3$ . Calculer l'antécédent de  $11$  par la fonction  $g$ .

Il faut résoudre :

$$-5x + 3 = 11$$

$$-5x + 3 - 3 = 11 - 3$$

$$-5x = 14$$

$$x = -\frac{14}{5}$$

$$x = -2,8$$

$-2,8$  est l'antécédent de  $11$  par la fonction  $g$ .



### Exercice n° 3 : Thalès et Pythagore

CORRECTION

#### Pythagore et Thalès

1. Dans le triangle ADC, les droites (BE) et (DC) sont parallèles.

D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{87 \text{ mm}}{AC} = \frac{AE}{165 \text{ mm}} = \frac{75 \text{ mm}}{125 \text{ mm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AC = \frac{87 \text{ mm} \times 125 \text{ mm}}{75 \text{ mm}} \text{ d'où } AC = \frac{10875 \text{ mm}^2}{75 \text{ mm}} \text{ et } AC = 145 \text{ mm}$$

$$AE = \frac{165 \text{ mm} \times 75 \text{ mm}}{125 \text{ mm}} \text{ d'où } AE = \frac{12375 \text{ mm}^2}{125 \text{ mm}} \text{ et } AE = 99 \text{ mm}$$

$$AC = 145 \text{ mm et } AE = 99 \text{ mm.}$$

2.

Dans le triangle FHG rectangle en H,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HF^2 + HG^2 = FG^2$$

$$HF^2 + 72^2 = 97^2$$

$$HF^2 + 5184 = 9409$$

$$HF^2 = 9409 - 5184$$

$$HF^2 = 4225$$

$$HF = \sqrt{4225}$$

$$HF = 65$$

Comparons  $IF^2 + IH^2$  et  $HF^2$  :

$IF^2 + IH^2$	$HF^2$
$54^2 + 36^2$	$65^2$
$2916 + 1296$	
4212	4225

Comme

$$IF^2 + IH^2 \neq HF^2$$

, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle ABC n'est pas rectangle .

**Exercice n° 4 :**

(4 points)



1. Calculer la valeur exacte de JK.

Dans le triangle JKN rectangle en K,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KJ^2 + KN^2 = JN^2$$

$$KJ^2 + 56^2 = 70^2$$

$$KJ^2 + 3\,136 = 4\,900$$

$$KJ^2 = 4\,900 - 3\,136$$

$$KJ^2 = 1\,764$$

$$KJ = \sqrt{1\,764}$$

$$KJ = 42$$

$$KJ = 42 \text{ cm}$$

2. Démontrer que (KN) // (LM).

Les droites (KN) et (LM) sont perpendiculaires à la droite (JL) puisque les deux triangles sont rectangles.

Or on sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (KN) et (LM) sont donc parallèles.

3. Calculer JL et JM puis KL et NM.

Dans le triangle JLM, les droites (KN) et (LM) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{JK}{JL} = \frac{JN}{JM} = \frac{KN}{LM}$$

$$\frac{42 \text{ cm}}{JL} = \frac{70 \text{ cm}}{JM} = \frac{56 \text{ cm}}{136 \text{ cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$JL = \frac{42 \text{ cm} \times 136 \text{ cm}}{56 \text{ cm}} \text{ d'où } JL = \frac{5\,712 \text{ cm}^2}{56 \text{ cm}} \text{ et } JL = 102 \text{ cm}$$

$$JM = \frac{70 \text{ cm} \times 136 \text{ cm}}{56 \text{ cm}} \text{ d'où } JM = \frac{9\,520 \text{ cm}^2}{56 \text{ cm}} \text{ et } JM = 170 \text{ cm}$$

Comme  $KL = JL - JK = 102 \text{ cm} - 42 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$  et  $NM = JM - JN = 170 \text{ cm} - 70 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$ .

JL = 102 cm, JM = 170 cm, KL = 60 cm et NM = 100 cm.