II — Annexes

1 Exercices

Exercice n° 4.1 : Un exercice

Statistiques

Vocabulaire

Une **série statistique** est une liste de valeurs obtenues en étudiant une **population** (des élèves, des plantes, des factures...). Pour chaque **individu** de la population étudiée on peut observer un ou plusieurs **caractères** (tailles, masse, âge, prix, couleur...), c'est à dire une information. Un caractère peut être **qualitatif** (couleur, difficulté, goût...) ou **quantitatif** (quantité, nombre, prix...).
On connaît parfois toutes les valeurs d'une série statistiques. Quelquefois on ne connaît que la **répartition** des valeurs étudiées.
L'effectif total d'une série désigne le nombre total d'individu étudié. Dans un tableau de répartition on utilise le mot **effectif** pourle nombre d'individu concerné par une valeur du caractère.
La fréquence d'une valeur du caractère étudié correspond au quotient de l'effectif de ce caractère sur l'effectif total. Une fréquence peut s'exprimer sous forme d'une fraction, d'un pourcentage ou d'un nombre décimal approché ou non.

Exemples :
Voici une première série qualitative : la couleur des yeux de 10 personnes :

Bleu – Bleu – Vert – Vert – Vert – Marron – Marron – Marron – Marron – Noir

Voici une seconde série quantitative : les notes d'un groupe de 9 élèves au diplome de fin d'année :

10 – 05 – 15 – 20 – 11 – 15 – 15 – 03 – 17

Voici une troisième série quantitative : la répartition des notes sur les 156 élèves de dernière année :

Notes	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20]$
Effectif	26	54	60	16

Moyenne arithmétique et pondérée

La **moyenne** ou **moyenne arithmétique** de la série de n valeurs : x_1, x_2, x_3, ... x_n est :

$$\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n}{n}$$

La **moyenne pondérée** de la série de n valeurs x_1, x_2, x_2, ... x_n pondérées par les nombres a_1, a_2, a_3, ... a_n est :

$$\frac{a_1\times x_1+a_2\times x_2+a_3\times x_3+\ldots+a_n\times x_n}{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n}$$

La moyenne d'une série statistique est un nombre qui correspond à un partage équitable de toutes les valeurs de la série.

Exemples :
La première série est qualitative, la moyenne n'a pas de sens pour cette série.
La seconde série a pour moyenne :

$$\frac{10+5+15+20+11+15+15+3+17}{9}=\frac{111}{9}\approx 12,33 \text{ à } 0,01 \text{ près.}$$

Pour la troisième série, il faut calculer la moyenne des centres des intervalles pondérée par l'effectif.

$$\frac{2,5\times 26+7,5\times 54+12,5\times 60+17,5\times 16}{26+54+60+16}=\frac{1500}{156}\approx 9,62 \text{ à } 0,01 \text{ près.}$$

Étendue

L'étendue d'une série statistique est l'écart entre la valeur maximale et minimale de la série.
L'étendue donne une information sur la dispersion des valeurs de la série : plus l'étendue est petite moins la série est dispersée.

Exemple :
L'étendue de la deuxième série est $20-3=17$
Pour la deuxième série on peut seulement dire que l'étendue est inférieure ou égale à 20.

Médiane

La **médiane** d'une série statistique est une valeur du caractère qui partage la série en deux séries ayant le même effectif.
La moitié des valeurs sont inférieures à la médiane, l'autre moitié est supérieure.
La médiane donne une information sur la dispersion des valeurs de la série. Son écart avec la moyenne est souvent intéressant.

Méthode :
Pour calculer la médiane d'une série statistique il faut classer les valeurs du caractère dans l'ordre croissant puis déterminer la valeur centrale.

— si l'effectif est impair, $2n+1$, la médiane est la $n+1^{\text{e}}$ valeur;
— si l'effectif est pair, $2n$, la médiane est la moyenne de la n^{e} et $n+1^{\text{e}}$ valeur.

Exemples :
Pour la deuxième série, l'effectif total est impair : $9=2\times 4+1$, la médiane est la $4+1=5^{\text{e}}$ valeur soit 15.
Pour la troisième série, l'effectif total est pair : $156=2\times 78$, la médiane est la moyenne de la 78$^{\text{e}}$ et 79$^{\text{e}}$ valeurs.
D'après le tableau cette médiane se situe dans l'intervalle $[5;10[$.