III — Annexes

1 Exercices

EXERCICE N° 6.1 : Le rectangle

On considère une rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle a-t-elle augmenté ou diminué ? Quel est le pourcentage d'augmentation ou de diminution ?

EXERCICE N° 6.2 : Reconnaissance de fonctions

Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.

$f(x) = -3x$
$g(x) = 1 - 5x$
$h(x) = x$
$k(x) = 1$

$l(x) = 0$
$m(x) = \dfrac{x}{7}$
$n(x) = 3x^2$
$t(x) = 3,14159x$

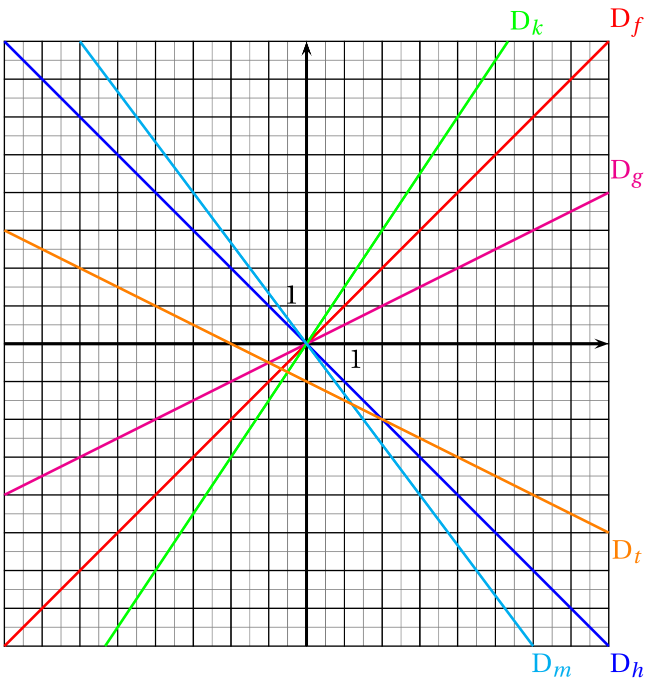
EXERCICE N° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire

1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction ?

2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4.

3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

EXERCICE N° 6.4 : Fonction linéaire et représentation graphique



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f, g, h, k, m et t. Chacune de ces représentation est une droite.
Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune des ces fonctions ?

Exercice n° 6.1 : Le rectangle

Correction

On considère une rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle avant transformation était : $\mathbb{A} = 5\ cm \times 4\ cm = 20\ cm^2$

En augmentant sa largeur de 20 % elle devient : $4\ cm \times 1,20 = 4,8\ cm$
En diminuant sa longueur de 20 % elle devient : $5\ cm \times 0,80 = 4\ cm$

L'aire après transformation est donc : $\mathbb{B} = 4\ cm \times 4,8\ cm = 19,2\ cm^2$

Il s'agit donc d'une diminution.

Notons k le coefficient d'agrandissement/réduction on a $20\ cm^2 \times k = 19,2\ cm^2$ d'où $k = \dfrac{19,2\ cm^2}{20\ cm^2} = 0,96$

Comme $0,96 = 1 - 0,04 = 1 - \dfrac{4}{100}$: $\boxed{\text{il s'agit d'une diminution de 4 \%}}$.

D'autre part on peut remarquer que $1,20 \times 0,80 = 0,96$ ce qui donne aussi le résultat !

Exercice n° 6.2 : Reconnaissance de fonctions

Correction

Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.
$f(x) = -3x$: oui, linéaire de coefficient -3.
$g(x) = 1 - 5x$: oui, linéaire de coefficient $-1,5$
$h(x) = x$: oui, linéaire de coefficient 1
$k(x) = 1$: non, elle n'est pas linéaire car $1 \neq ax$ pour tous nombres a.
$l(x) = 0$: oui, elle est linéaire car $0 = 0 \times x$, donc de coefficient 0.
$m(x) = \dfrac{x}{7}$: oui, elle est linéaire de coefficient $\dfrac{1}{7}$ car $\dfrac{x}{7} = \dfrac{1}{7} \times x$
$n(x) = 3x^2$: non, elle n'est pas linéaire.
$t(x) = 3,14159x$: oui, elle est linéaire de coefficient $3,14159$

Exercice n° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire

Correction

1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction ?

On sait que $h(x) = ax$ et que $h(5) = -2$ donc $a \times 5 = -2$ d'où $a = -\dfrac{2}{5} = -0,4$.

Le coefficient est $-0,4$. Il s'agit de la fonction $\boxed{h(x) = -0,4x}$.

2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4.

Même technique. $k(x) = ax$ donc comme $k(-3) = 4$ on a $a \times (-3) = 4$ et $a = -\dfrac{4}{3}$.

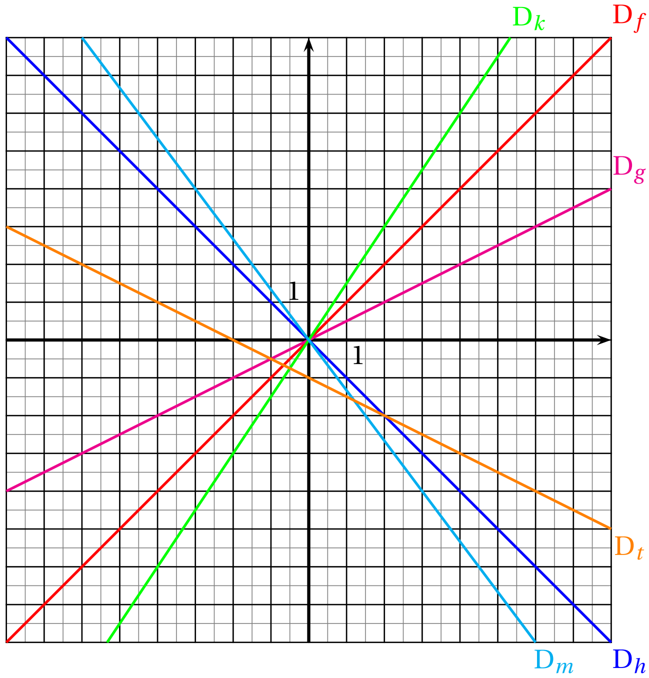
Le coefficient est $-\dfrac{4}{3}$. Il s'agit de la fonction $\boxed{k(x) = -\dfrac{4}{3}x}$.

3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

$t(x) = ax$ et $t(-2) = 3$ donc $-2 \times a = 3$ et $a = -\dfrac{3}{2} = -1,5$

La fonction t est linéaire de coefficient $-1,5$ donc $t(x) = -1,5x$, ainsi $\boxed{t(3) = -1,5 \times 3 = -4,5}$.

EXERCICE N° 6.4 : Fonction linéaire et représentation graphique
CORRECTION



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f, g, h, k, m et t. Chacune de ces représentation est une droite.
Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune des ces fonctions?

Les fonctions f, g, h, k et m sont linéaires car leurs représentation sont des droites passant par l'origine.
La fonction t n'est pas linéaire car la droite qui la représente ne passe pas par l'origine.

La droite D_f passe par le point $(2;2)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme f est linéaire, elle s'écrit $f(x) = ax$. On a donc $f(2) = 2$ donc $a \times 2 = 2$ d'où $a = 1$.

f est la fonction linéaire de coefficient 1 c'est à dire $\boxed{f(x) = 1x = x}$.

La droite D_g passe par le point $(4;2)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme g est linéaire, elle s'écrit $g(x) = ax$. On a donc $g(4) = 2$ donc $a \times 4 = 2$ d'où $a = \dfrac{2}{4} = 0,5$.

g est la fonction linéaire de coefficient $0,5$ c'est à dire $\boxed{g(x) = 0,5x}$.

La droite D_h passe par le point $(1;-1)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme h est linéaire, elle s'écrit $h(x) = ax$. On a donc $h(1) = -1$ donc $a \times 1 = -1$ d'où $a = -1$.

h est la fonction linéaire de coefficient -1 c'est à dire $\boxed{h(x) = -1x = -x}$.

La droite D_k passe par le point $(2;3)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme k est linéaire, elle s'écrit $k(x) = ax$. On a donc $k(2) = 3$ donc $a \times 2 = 3$ d'où $a = \dfrac{3}{2} = 1,5$.

k est la fonction linéaire de coefficient $1,5$ c'est à dire $\boxed{k(x) = 1,5x}$.

La droite D_m passe par le point $(3;-4)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme m est linéaire, elle s'écrit $m(x) = ax$. On a donc $m(3) = -4$ donc $a \times 3 = -4$ d'où $a = -\dfrac{4}{3}$.

m est la fonction linéaire de coefficient $-\dfrac{4}{3}$ c'est à dire $\boxed{m(x) = -\dfrac{4}{3}x = -\dfrac{4x}{3}}$.

Pourcentages et fonction linéaire

La distributivité

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.
Plus précisément, si a, b et k sont des nombres alors

$$\underbrace{k \times (a+b)}_{\text{Produit}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\text{Somme}}$$

$\xrightarrow{\text{DÉVELOPPER}}$

$\xleftarrow{\text{FACTORISER}}$

Réduire une expression :

Cela revient à effectuer les sommes des termes de même nature en factorisant.

$A = 3x - 2x^2 + 7 - 6x + 10x^2 + 9$

$A = x^2 \times (-2+10) + x \times (3-6) + 7 + 9$ (on n'écrit pas cette étape)

$A = 8x^2 - 3x + 9$

Exemples :

Développer et réduire :

$B = 3x(5x-1) - 3(-2x+5) - 5x^2$

$B = 15x^2 - 3x + 6x - 15 - 5x^2$

$B = 10x^2 + 3x - 15$ (somme de trois termes)

Factoriser :

$C = 15x + 10x^2$

$C = 5x \times 3 + 5x \times 2x$

$C = 5x(3+2x)$ (produit de deux facteurs)

La double distributivité

En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition on peut développer des expressions plus complexe.
Si a, b, c, d sont des nombres alors

$$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On a distribué deux fois : le a puis le b.
Cette formule n'est pas à apprendre... mais à comprendre !

Développer et réduire des expressions complexes :

$D = (x-3)(2x-1) + (5x+3)(4x+1)$

$D = (2x^2 - x - 6x + 3) + (20x^2 + 5x + 12x + 3)$

$D = 2x^2 - 7x + 3 + 20x^2 + 17x + 3$

$D = 22x^2 + 10x + 6$

$E = (3x+7)(5x-2) - (3x+8)(1-2x)$

Le signe − entre les deux produits !

$E = (15x^2 - 6x + 35x - 14) - (3x - 6x^2 + 8 - 16x)$

$E = 15x^2 + 29x - 14 - 3x + 6x^2 - 8 + 16x$

$E = 21x^2 + 42x - 22$

Factoriser des expressions complexes :

$F = (3x-7)(5x-1) - (3x-7)(2x+1)$

$F = (3x-7)[(5x-1) - (2x+1)]$

$F = (3x-7)(5x-1-2x-1)$

$F = (3x-7)(3x-2)$

$G = (6x-3)^2 + (6x-3)$

$G = (6x-3)(6x-3) + (6x-3) \times 1$

$G = (6x-3)[(6x-3)+1]$

$G = (6x-3)(6x-3-1)$

$G = (6x-3)(6x-4)$

Les identités remarquables

Si a et b sont des nombres alors

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Usage des identités remarquables :

Développer et réduire :

$H = (x+4)^2$

$H = x^2 + 8x + 16$

$I = (5x-3)^2$

$I = 25x^2 - 30x + 9$

$J = (6x+3)(6x-3)$

$J = 36x^2 - 9$

Factoriser

$K = 25x^2 - 36$

$K = (5x)^2 - 6^2$

$K = (5x+6)(5x-6)$

$L = (3x-2)^2 - (7x+5)^2$

$L = [(3x-2) + (7x+5)][(3x-2) - (7x+5)]$

$L = (3x-2+7x+5)(3x-2-7x-5)$

$L = (10x+3)(-4x-7)$