
III — Annexes

1 Exercices

EXERCICE N° 6.1 : Le rectangle



On considère un rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle a-t-elle augmenté ou diminué? Quel est le pourcentage d'augmentation ou de diminution?

EXERCICE N° 6.2 : Reconnaissance de fonctions



Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.

$$f(x) = -3x$$

$$g(x) = 1 - 5x$$

$$h(x) = x$$

$$k(x) = 1$$

$$l(x) = 0$$

$$m(x) = \frac{x}{7}$$

$$n(x) = 3x^2$$

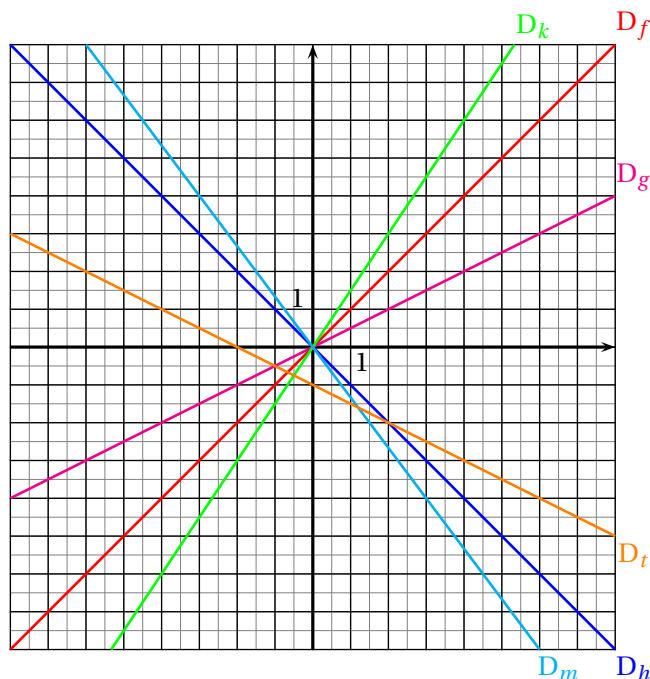
$$t(x) = 3,14159x$$

EXERCICE N° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire



1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction?
2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4.
3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

EXERCICE N° 6.4 : Fonction linéaire et représentation graphique



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f , g , h , k , m et t . Chacune de ces représentations est une droite.

Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune de ces fonctions?

EXERCICE N° 6.1 : Le rectangle

CORRECTION

On considère un rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle avant transformation était : $\mathbb{A} = 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$

En augmentant sa largeur de 20 % elle devient : $4 \text{ cm} \times 1,20 = 4,8 \text{ cm}$

En diminuant sa longueur de 20 % elle devient : $5 \text{ cm} \times 0,80 = 4 \text{ cm}$

L'aire après transformation est donc : $\mathbb{B} = 4 \text{ cm} \times 4,8 \text{ cm} = 19,2 \text{ cm}^2$

Il s'agit donc d'une diminution.

Notons k le coefficient d'agrandissement/réduction on a $20 \text{ cm}^2 \times k = 19,2 \text{ cm}^2$ d'où $k = \frac{19,2 \text{ cm}^2}{20 \text{ cm}^2} = 0,96$

Comme $0,96 = 1 - 0,04 = 1 - \frac{4}{100}$: il s'agit d'une diminution de 4 %.

D'autre part on peut remarquer que $1,20 \times 0,80 = 0,96$ ce qui donne aussi le résultat!

EXERCICE N° 6.2 : Reconnaissance de fonctions

CORRECTION

Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.

$f(x) = -3x$: oui, linéaire de coefficient -3 .

$g(x) = 1 - 5x$: oui, linéaire de coefficient $-1,5$

$h(x) = x$: oui, linéaire de coefficient 1

$k(x) = 1$: non, elle n'est pas linéaire car $1 \neq ax$ pour tous nombres a .

$l(x) = 0$: oui, elle est linéaire car $0 = 0 \times x$, donc de coefficient 0 .

$m(x) = \frac{x}{7}$: oui, elle est linéaire de coefficient $\frac{1}{7}$ car $\frac{x}{7} = \frac{1}{7} \times x$

$n(x) = 3x^2$: non, elle n'est pas linéaire.

$t(x) = 3,14159x$: oui, elle est linéaire de coefficient $3,14159$

EXERCICE N° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire

CORRECTION

1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction ?

On sait que $h(x) = ax$ et que $h(5) = -2$ donc $a \times 5 = -2$ d'où $a = -\frac{2}{5} = -0,4$.

Le coefficient est $-0,4$. Il s'agit de la fonction $h(x) = -0,4x$.

2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4 .

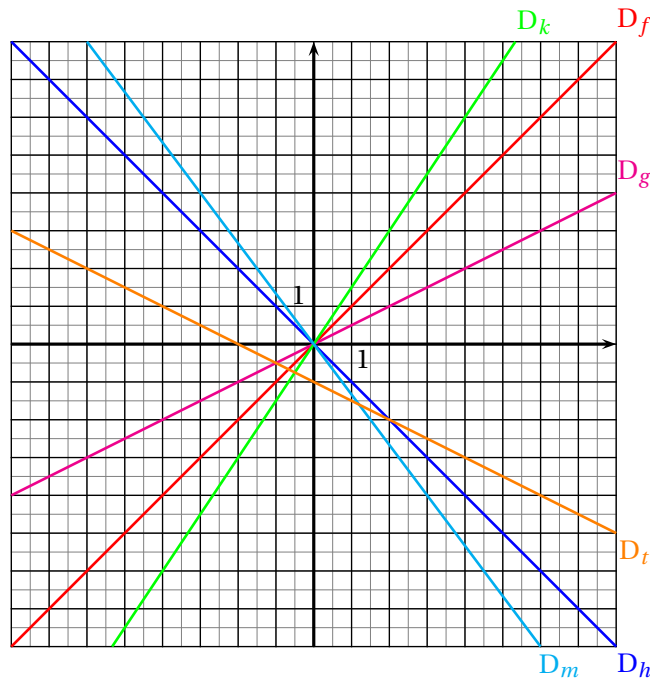
Même technique. $k(x) = ax$ donc comme $k(-3) = 4$ on a $a \times (-3) = 4$ et $a = -\frac{4}{3}$.

Le coefficient est $-\frac{4}{3}$. Il s'agit de la fonction $k(x) = -\frac{4}{3}x$.

3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

$t(x) = ax$ et $t(-2) = 3$ donc $-2 \times a = 3$ et $a = -\frac{3}{2} = -1,5$

La fonction t est linéaire de coefficient $-1,5$ donc $t(x) = -1,5x$, ainsi $t(3) = -1,5 \times 3 = -4,5$.



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f , g , h , k , m et t . Chacune de ces représentation est une droite.

Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune des ces fonctions?

Les fonctions f , g , h , k et m sont linéaires car leurs représentation sont des droites passant par l'origine. La fonction t n'est pas linéaire car la droite qui la représente ne passe pas par l'origine.

La droite D_f passe par le point $(2; 2)$ (on peut choisir n'importe quel point!). Comme f est linéaire, elle s'écrit $f(x) = ax$. On a donc $f(2) = 2$ donc $a \times 2 = 2$ d'où $a = 1$.

f est la fonction linéaire de coefficient 1 c'est à dire $f(x) = 1x = x$.

La droite D_g passe par le point $(4; 2)$ (on peut choisir n'importe quel point!). Comme g est linéaire, elle s'écrit $g(x) = ax$. On a donc $g(4) = 2$ donc $a \times 4 = 2$ d'où $a = \frac{2}{4} = 0,5$.

g est la fonction linéaire de coefficient 0,5 c'est à dire $g(x) = 0,5x$.

La droite D_h passe par le point $(1; -1)$ (on peut choisir n'importe quel point!). Comme h est linéaire, elle s'écrit $h(x) = ax$. On a donc $h(1) = -1$ donc $a \times 1 = -1$ d'où $a = -1$.

h est la fonction linéaire de coefficient -1 c'est à dire $h(x) = -1x = -x$.

La droite D_k passe par le point $(2; 3)$ (on peut choisir n'importe quel point!). Comme k est linéaire, elle s'écrit $k(x) = ax$. On a donc $k(2) = 3$ donc $a \times 2 = 3$ d'où $a = \frac{3}{2} = 1,5$.

k est la fonction linéaire de coefficient 1,5 c'est à dire $k(x) = 1,5x$.

La droite D_m passe par le point $(3; -4)$ (on peut choisir n'importe quel point!). Comme m est linéaire, elle s'écrit $m(x) = ax$. On a donc $m(3) = -4$ donc $a \times 3 = -4$ d'où $a = -\frac{4}{3}$.

m est la fonction linéaire de coefficient $-\frac{4}{3}$ c'est à dire $m(x) = -\frac{4}{3}x = -\frac{4x}{3}$.

POURCENTAGES ET FONCTION LINÉAIRE



➤ AUGMENTATION ET DIMINUTION EN POURCENTAGE

x est un nombre positif.

Augmenter une grandeur de x % revient à la multiplier par $1 + \frac{x}{100}$;

Diminuer une grandeur de x % revient à la multiplier par $1 - \frac{x}{100}$.

COEFFICIENT D'AGRANDISSEMENT-RÉDUCTION :

Quand on multiplie une grandeur par un nombre supérieur à 1 on **augmente** la grandeur.

Quand on multiplie une grandeur par 1 on **ne change pas** la grandeur.

Quand on multiplie une grandeur par un nombre inférieur à 1 on **diminue** la grandeur.

EXEMPLE :

Un commerçant diminue tous les prix de 30 % puis un peu plus tard il augmente tous les prix de 30 %. Les prix ont-ils retrouvé le niveau de départ ?

Prenons pour exemple un prix $P = 67$ €.

Diminuer ce prix de 30 % revient à multiplier ce prix par $1 - \frac{30}{100} = 1 - 0,30 = 0,70$

Le prix diminué est donc $D = 0,70 \times P = 0,70 \times 67 \text{ €} = 46,90 \text{ €}$.

Augmenter ce prix de 30 % revient à multiplier ce prix par $1 + \frac{30}{100} = 1 + 0,30 = 1,30$.

Le prix augmenté est donc $A = 1,30 \times D = 1,30 \times 46,90 \text{ €} = 60,97 \text{ €}$.

On constate que le prix final est plus bas que le prix initial. L'augmentation de 30 % ne suffit pas à remonter jusqu'au prix initial.

De manière plus littérale on a : $A = 1,30 \times D = 1,30 \times 0,70 \times P$ or $1,30 \times 0,70 = 0,91$. Ainsi $A = 0,91 \times P$.

Comme $0,91 = 1 - 0,09$ car $1 - 0,91 = 0,09$, on a $0,91 = 1 - \frac{9}{100}$. Il s'agit d'une baisse de 9 %.

On peut se demander quel pourcentage d'augmentation aurait permis de remonter au prix initial. Cela revient à résoudre l'équation suivante dont l'inconnue est k :

$$0,70 \times k \times P = P$$

$$0,70 \times k = 1$$

$$k = \frac{1}{0,70}$$

$$k \approx 1,43$$

Comme $1,43 = 1 + \frac{43}{100}$, il aurait fallu augmenter le prix de 43 %.

➤ LA FONCTION LINÉAIRE

a un nombre quelconque fixé.

La **fonction linéaire de coefficient a** est définie ainsi :

$$f : x \rightarrow f(x) = ax$$

EXEMPLES :

— $f(x) = 3x$ est la fonction linéaire de coefficient 3 ;

— $g(x) = -2x$ est la fonction linéaire de coefficient -2 ;

— $h(x) = x$ est la fonction linéaire de coefficient 1 ;

— $k(x) = -x$ est la fonction linéaire de coefficient -1 ;

— $l(x) = \frac{x}{2}$ est la fonction linéaire de coefficient $\frac{1}{2}$;

— $m(x) = 0$ est la fonction linéaire de coefficient 0 ;

➤ PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION LINÉAIRE

Le **tableau de valeurs** d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité dont le coefficient est celui de la fonction.

La **représentation graphique** d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

EXEMPLES :

