III — Annexes

1 Exercices

Exercice n° 6.1 : Le rectangle

On considère une rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle a-t-elle augmenté ou diminué ? Quel est le pourcentage d'augmentation ou de diminution ?

Exercice n° 6.2 : Reconnaissance de fonctions

Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.

$f(x) = -3x$
$g(x) = 1 - 5x$
$h(x) = x$
$k(x) = 1$
$l(x) = 0$
$m(x) = \dfrac{x}{7}$
$n(x) = 3x^2$
$t(x) = 3,14159x$

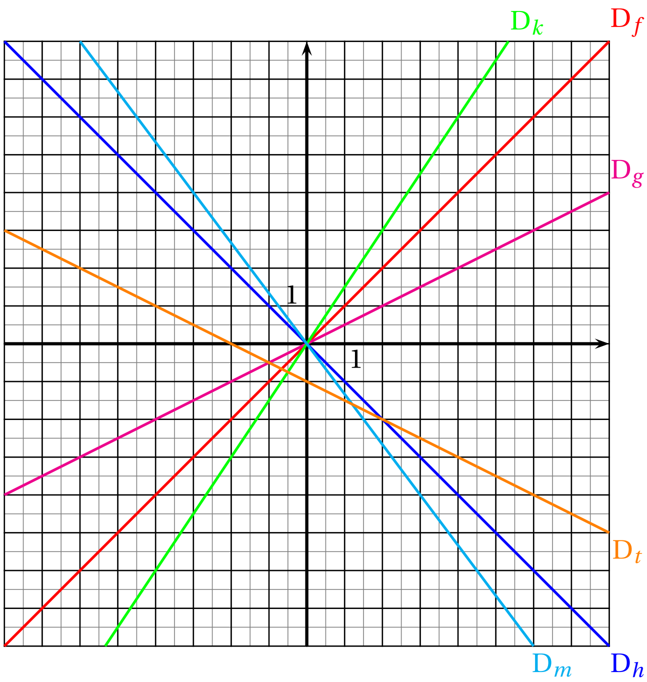
Exercice n° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire

1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction ?

2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4.

3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

Exercice n° 6.4 : Fonction linéaire et représentation graphique



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f, g, h, k, m et t. Chacune de ces représentation est une droite.
Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune des ces fonctions ?

Exercice n° 6.1 : Le rectangle

Correction

On considère une rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle avant transformation était : $\mathbb{A} = 5\ cm \times 4\ cm = 20\ cm^2$

En augmentant sa largeur de 20 % elle devient : $4\ cm \times 1,20 = 4,8\ cm$
En diminuant sa longueur de 20 % elle devient : $5\ cm \times 0,80 = 4\ cm$

L'aire après transformation est donc : $\mathbb{B} = 4\ cm \times 4,8\ cm = 19,2\ cm^2$

Il s'agit donc d'une diminution.

Notons k le coefficient d'agrandissement/réduction on a $20\ cm^2 \times k = 19,2\ cm^2$ d'où $k = \dfrac{19,2\ cm^2}{20\ cm^2} = 0,96$

Comme $0,96 = 1 - 0,04 = 1 - \dfrac{4}{100}$: $\boxed{\text{il s'agit d'une diminution de 4 \%}}$.

D'autre part on peut remarquer que $1,20 \times 0,80 = 0,96$ ce qui donne aussi le résultat !

Exercice n° 6.2 : Reconnaissance de fonctions

Correction

Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.
$f(x) = -3x$: oui, linéaire de coefficient -3.
$g(x) = 1 - 5x$: oui, linéaire de coefficient $-1,5$
$h(x) = x$: oui, linéaire de coefficient 1
$k(x) = 1$: non, elle n'est pas linéaire car $1 \neq ax$ pour tous nombres a.
$l(x) = 0$: oui, elle est linéaire car $0 = 0 \times x$, donc de coefficient 0.
$m(x) = \dfrac{x}{7}$: oui, elle est linéaire de coefficient $\dfrac{1}{7}$ car $\dfrac{x}{7} = \dfrac{1}{7} \times x$
$n(x) = 3x^2$: non, elle n'est pas linéaire.
$t(x) = 3,14159x$: oui, elle est linéaire de coefficient $3,14159$

Exercice n° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire

Correction

1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction ?

On sait que $h(x) = ax$ et que $h(5) = -2$ donc $a \times 5 = -2$ d'où $a = -\dfrac{2}{5} = -0,4$.

Le coefficient est $-0,4$. Il s'agit de la fonction $\boxed{h(x) = -0,4x}$.

2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4.

Même technique. $k(x) = ax$ donc comme $k(-3) = 4$ on a $a \times (-3) = 4$ et $a = -\dfrac{4}{3}$.

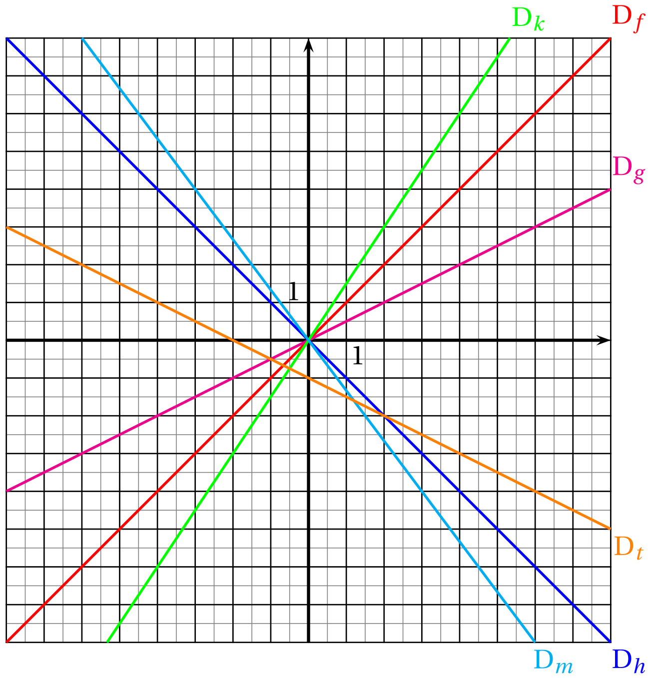
Le coefficient est $-\dfrac{4}{3}$. Il s'agit de la fonction $\boxed{k(x) = -\dfrac{4}{3}x}$.

3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

$t(x) = ax$ et $t(-2) = 3$ donc $-2 \times a = 3$ et $a = -\dfrac{3}{2} = -1,5$

La fonction t est linéaire de coefficient $-1,5$ donc $t(x) = -1,5x$, ainsi $\boxed{t(3) = -1,5 \times 3 = -4,5}$.

EXERCICE N° 6.4 : Fonction linéaire et représentation graphique CORRECTION



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f, g, h, k, m et t. Chacune de ces représentation est une droite.
Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune des ces fonctions ?

Les fonctions f, g, h, k et m sont linéaires car leurs représentation sont des droites passant par l'origine.
La fonction t n'est pas linéaire car la droite qui la représente ne passe pas par l'origine.

La droite D_f passe par le point $(2;2)$ (on peut choisir n'importe quel point !).
Comme f est linéaire, elle s'écrit $f(x) = ax$. On a donc $f(2) = 2$ donc $a \times 2 = 2$ d'où $a = 1$.

f est la fonction linéaire de coefficient 1 c'est à dire $\boxed{f(x) = 1x = x}$.

La droite D_g passe par le point $(4;2)$ (on peut choisir n'importe quel point !).
Comme g est linéaire, elle s'écrit $g(x) = ax$. On a donc $g(4) = 2$ donc $a \times 4 = 2$ d'où $a = \dfrac{2}{4} = 0,5$.

g est la fonction linéaire de coefficient $0,5$ c'est à dire $\boxed{g(x) = 0,5x}$.

La droite D_h passe par le point $(1;-1)$ (on peut choisir n'importe quel point !).
Comme h est linéaire, elle s'écrit $h(x) = ax$. On a donc $h(1) = -1$ donc $a \times 1 = -1$ d'où $a = -1$.

h est la fonction linéaire de coefficient -1 c'est à dire $\boxed{h(x) = -1x = -x}$.

La droite D_k passe par le point $(2;3)$ (on peut choisir n'importe quel point !).
Comme k est linéaire, elle s'écrit $k(x) = ax$. On a donc $k(2) = 3$ donc $a \times 2 = 3$ d'où $a = \dfrac{3}{2} = 1,5$.

k est la fonction linéaire de coefficient $1,5$ c'est à dire $\boxed{k(x) = 1,5x}$.

La droite D_m passe par le point $(3;-4)$ (on peut choisir n'importe quel point !).
Comme m est linéaire, elle s'écrit $m(x) = ax$. On a donc $m(3) = -4$ donc $a \times 3 = -4$ d'où $a = -\dfrac{4}{3}$.

m est la fonction linéaire de coefficient $-\dfrac{4}{3}$ c'est à dire $\boxed{m(x) = -\dfrac{4}{3}x = -\dfrac{4x}{3}}$.

Pourcentages et fonction linéaire

La distributivité

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.
Plus précisément, si a, b et k sont des nombres alors

$$\underbrace{k \times (a+b)}_{\textit{Produit}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\textit{Somme}}$$

Développer $\longrightarrow$

Factoriser $\longleftarrow$

Réduire une expression :

Cela revient à effectuer les sommes des termes de même nature en factorisant.

$A = 3x - 2x^2 + 7 - 6x + 10x^2 + 9$

$A = x^2 \times (-2+10) + x \times (3-6) + 7 + 9$ (on n'écrit pas cette étape)

$A = 8x^2 - 3x + 9$

Exemples :

Développer et réduire :

$B = 3x(5x-1) - 3(-2x+5) - 5x^2$

$B = 15x^2 - 3x + 6x - 15 - 5x^2$

$B = 10x^2 + 3x - 15$ (somme de trois termes)

Factoriser :

$C = 15x + 10x^2$

$C = 5x \times 3 + 5x \times 2x$

$C = 5x(3+2x)$ (produit de deux facteurs)

La double distributivité

En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition on peut développer des expressions plus complexe.
Si a, b, c, d sont des nombres alors

$$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On a distribué deux fois : le a puis le b.
Cette formule n'est pas à apprendre... mais à comprendre !

Développer et réduire des expressions complexes :

$D = (x-3)(2x-1) + (5x+3)(4x+1)$

$D = (2x^2 - x - 6x + 3) + (20x^2 + 5x + 12x + 3)$

$D = 2x^2 - 7x + 3 + 20x^2 + 17x + 3$

$D = 22x^2 + 10x + 6$

$E = (3x+7)(5x-2) - (3x+8)(1-2x)$

Le signe $-$ entre les deux produits !

$E = (15x^2 - 6x + 35x - 14) - (3x - 6x^2 + 8 - 16x)$

$E = 15x^2 + 29x - 14 - 3x + 6x^2 - 8 + 16x$

$E = 21x^2 + 42x - 22$

Factoriser des expressions complexes :

$F = (3x-7)(5x-1) - (3x-7)(2x+1)$

$F = (3x-7)\,[(5x-1) - (2x+1)]$

$F = (3x-7)(5x - 1 - 2x - 1)$

$F = (3x-7)(3x-2)$

$G = (6x-3)^2 + (6x-3)$

$G = (6x-3)(6x-3) + (6x-3) \times 1$

$G = (6x-3)\,[(6x-3)+1]$

$G = (6x-3)(6x-3-1)$

$G = (6x-3)(6x-4)$

Les identités remarquables

Si a et b sont des nombres alors

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Usage des identités remarquables :

Développer et réduire :

$H = (x+4)^2$

$H = x^2 + 8x + 16$

$I = (5x-3)^2$

$I = 25x^2 - 30x + 9$

$J = (6x+3)(6x-3)$

$J = 36x^2 - 9$

Factoriser

$K = 25x^2 - 36$

$K = (5x)^2 - 6^2$

$K = (5x+6)(5x-6)$

$L = (3x-2)^2 - (7x+5)^2$

$L = [(3x-2)+(7x+5)]\,[(3x-2)-(7x+5)]$

$L = (3x-2+7x+5)(3x-2-7x-5)$

$L = (10x+3)(-4x-7)$