III — Annexes

1 Exercices

EXERCICE N° 6.1 : Le rectangle

On considère une rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle a-t-elle augmenté ou diminué ? Quel est le pourcentage d'augmentation ou de diminution ?

EXERCICE N° 6.2 : Reconnaissance de fonctions

Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.

$f(x) = -3x$
$g(x) = 1 - 5x$
$h(x) = x$
$k(x) = 1$

$l(x) = 0$
$m(x) = \dfrac{x}{7}$
$n(x) = 3x^2$
$t(x) = 3,14159x$

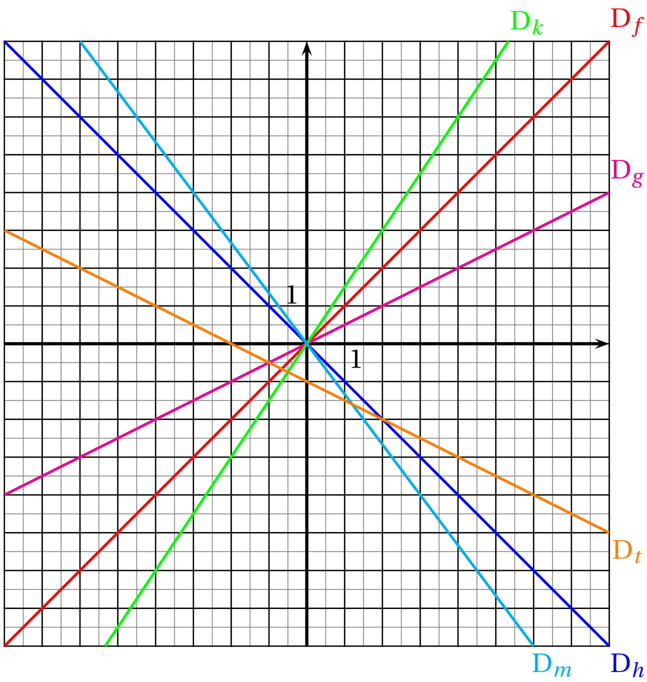
EXERCICE N° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire

1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction ?

2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4.

3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

EXERCICE N° 6.4 : Fonction linéaire et représentation graphique



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f, g, h, k, m et t. Chacune de ces représentation est une droite.
Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune des ces fonctions ?

Exercice n° 6.1 : Le rectangle

Correction

On considère une rectangle de 5 cm de longueur et de 4 cm de large.
On augmente sa largeur de 20 % et on diminue sa longueur de 20 %.

L'aire du rectangle avant transformation était : $\mathbb{A} = 5\ cm \times 4\ cm = 20\ cm^2$

En augmentant sa largeur de 20 % elle devient : $4\ cm \times 1,20 = 4,8\ cm$
En diminuant sa longueur de 20 % elle devient : $5\ cm \times 0,80 = 4\ cm$

L'aire après transformation est donc : $\mathbb{B} = 4\ cm \times 4,8\ cm = 19,2\ cm^2$

Il s'agit donc d'une diminution.

Notons k le coefficient d'agrandissement/réduction on a $20\ cm^2 \times k = 19,2\ cm^2$ d'où $k = \dfrac{19,2\ cm^2}{20\ cm^2} = 0,96$

Comme $0,96 = 1 - 0,04 = 1 - \dfrac{4}{100}$: $\boxed{\text{il s'agit d'une diminution de 4 \%}}$.

D'autre part on peut remarquer que $1,20 \times 0,80 = 0,96$ ce qui donne aussi le résultat !

Exercice n° 6.2 : Reconnaissance de fonctions

Correction

Voici des fonctions. Indiquez lesquelles sont des fonctions linéaires en justifiant votre réponse.
$f(x) = -3x$: oui, linéaire de coefficient -3.
$g(x) = 1 - 5x$: oui, linéaire de coefficient $-1,5$
$h(x) = x$: oui, linéaire de coefficient 1
$k(x) = 1$: non, elle n'est pas linéaire car $1 \neq ax$ pour tous nombres a.
$l(x) = 0$: oui, elle est linéaire car $0 = 0 \times x$, donc de coefficient 0.
$m(x) = \dfrac{x}{7}$: oui, elle est linéaire de coefficient $\dfrac{1}{7}$ car $\dfrac{x}{7} = \dfrac{1}{7} \times x$
$n(x) = 3x^2$: non, elle n'est pas linéaire.
$t(x) = 3,14159x$: oui, elle est linéaire de coefficient $3,14159$

Exercice n° 6.3 : Détermination d'une fonction linéaire

Correction

1. h est une fonction linéaire dont on sait que $h(5) = -2$. Quel est le coefficient de cette fonction ?

On sait que $h(x) = ax$ et que $h(5) = -2$ donc $a \times 5 = -2$ d'où $a = -\dfrac{2}{5} = -0,4$.

Le coefficient est $-0,4$. Il s'agit de la fonction $\boxed{h(x) = -0,4x}$.

2. Déterminer la fonction linéaire k pour laquelle l'image de -3 est 4.

Même technique. $k(x) = ax$ donc comme $k(-3) = 4$ on a $a \times (-3) = 4$ et $a = -\dfrac{4}{3}$.

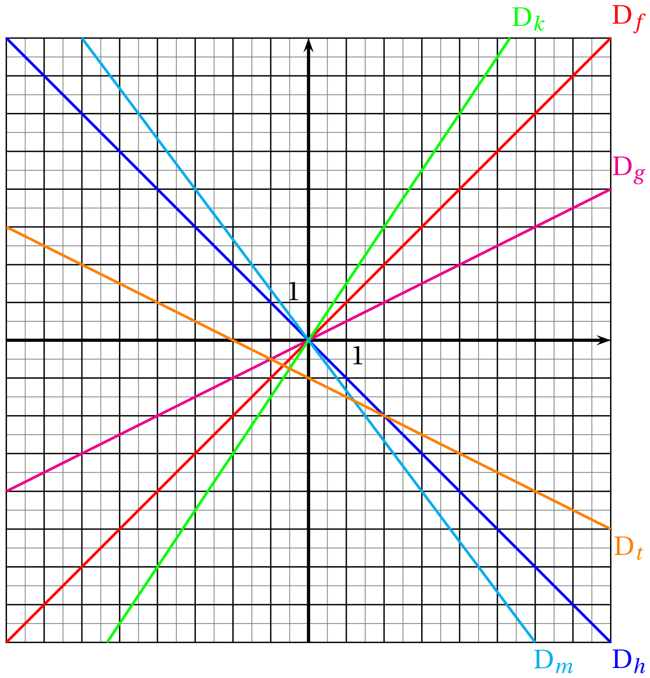
Le coefficient est $-\dfrac{4}{3}$. Il s'agit de la fonction $\boxed{k(x) = -\dfrac{4}{3}x}$.

3. t une fonction linéaire telle que $t(-2) = 3$. Calculer en justifiant $t(3)$.

$t(x) = ax$ et $t(-2) = 3$ donc $-2 \times a = 3$ et $a = -\dfrac{3}{2} = -1,5$

La fonction t est linéaire de coefficient $-1,5$ donc $t(x) = -1,5x$, ainsi $\boxed{t(3) = -1,5 \times 3 = -4,5}$.

EXERCICE N° 6.4 : **Fonction linéaire et représentation graphique** CORRECTION



Ci-dessus ont été tracé les représentations graphiques des fonctions f, g, h, k, m et t. Chacune de ces représentation est une droite.
Lesquelles de ces droites sont les représentations graphiques de fonctions linéaires et quel est le coefficient de chacune des ces fonctions?

Les fonctions f, g, h, k et m sont linéaires car leurs représentation sont des droites passant par l'origine.
La fonction t n'est pas linéaire car la droite qui la représente ne passe pas par l'origine.

La droite D_f passe par le point $(2;2)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme f est linéaire, elle s'écrit $f(x) = ax$. On a donc $f(2) = 2$ donc $a \times 2 = 2$ d'où $a = 1$.

f est la fonction linéaire de coefficient 1 c'est à dire $\boxed{f(x) = 1x = x}$.

La droite D_g passe par le point $(4;2)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme g est linéaire, elle s'écrit $g(x) = ax$. On a donc $g(4) = 2$ donc $a \times 4 = 2$ d'où $a = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$.

g est la fonction linéaire de coefficient $0{,}5$ c'est à dire $\boxed{g(x) = 0{,}5x}$.

La droite D_h passe par le point $(1;-1)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme h est linéaire, elle s'écrit $h(x) = ax$. On a donc $h(1) = -1$ donc $a \times 1 = -1$ d'où $a = -1$.

h est la fonction linéaire de coefficient -1 c'est à dire $\boxed{h(x) = -1x = -x}$.

La droite D_k passe par le point $(2;3)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme k est linéaire, elle s'écrit $k(x) = ax$. On a donc $k(2) = 3$ donc $a \times 2 = 3$ d'où $a = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$.

k est la fonction linéaire de coefficient $1{,}5$ c'est à dire $\boxed{k(x) = 1{,}5x}$.

La droite D_m passe par le point $(3;-4)$ (on peut choisir n'importe quel point!).
Comme m est linéaire, elle s'écrit $m(x) = ax$. On a donc $m(3) = -4$ donc $a \times 3 = -4$ d'où $a = -\dfrac{4}{3}$.

m est la fonction linéaire de coefficient $-\dfrac{4}{3}$ c'est à dire $\boxed{m(x) = -\dfrac{4}{3}x = -\dfrac{4x}{3}}$.

POURCENTAGES ET FONCTION LINÉAIRE

AUGMENTATION ET DIMINUTION EN POURCENTAGE

x est un nombre positif.

Augmenter une grandeur de x % revient à la multiplier par $1+\dfrac{x}{100}$;

Diminuer une grandeur de x % revient à la multiplier par $1-\dfrac{x}{100}$.

COEFFICIENT D'AGRANDISSEMENT-RÉDUCTION :

Quand on multiplie une grandeur par un nombre supérieur à 1 on augmente la grandeur.
Quand on multiplie une grandeur par 1 on ne change pas la grandeur.
Quand on multiplie une grandeur par un nombre inférieur à 1 on diminue la grandeur.

EXEMPLE :

Un commerçant diminue tous les prix de 30 % puis un peu plus tard il augmente tous les prix de 30 %. Les prix ont-ils retrouvé le niveau de départ ?

Prenons pour exemple un prix $\text{P} = 67$ €.

Diminuer ce prix de 30 % revient à multiplier ce prix par $1-\dfrac{30}{100} = 1-0,30 = 0,70$

Le prix diminué est donc $\text{D} = 0,70\times\text{P} = 0,70\times 67$ € $= 46,90$ €.

Augmenter ce prix de 30 % revient à multiplier ce prix par $1+\dfrac{30}{100} = 1+0,30 = 1,30$.

Le prix augmenté est donc $\text{A} = 1,30\times\text{D} = 1,30\times 46,90$ € $= 60,97$ €.

On constate que le prix final est plus bas que le prix initial. L'augmentation de 30 % ne suffit pas à remonter jusqu'au prix initial.

De manière plus littérale on a : $\text{A} = 1,30\times\text{D} = 1,30\times 0,70\times\text{P}$ or $1,30\times 0,70 = 0,91$. Ainsi $\text{A} = 0,91\times\text{P}$.

Comme $0,91 = 1-0,09$ car $1-0,91 = 0,09$, on a $0,91 = 1-\dfrac{9}{100}$. $\boxed{\text{Il s'agit d'un baisse de 9 \%}}$.

On peut se demander quel pourcentage d'augmentation aurait permis de remonter au prix initial.
Cela revient à résoudre l'équation suivante dont l'inconnue est k :

$$\begin{aligned} 0,70\times k\times\text{P} &= \text{P}\\ 0,70\times k &= 1\\ k &= \frac{1}{0,70}\\ k &\approx 1,43 \end{aligned}$$

Comme $1,43 = 1+\dfrac{43}{100}$, $\boxed{\text{il aurait fallu augmenter le prix de 43 \%}}$.

LA FONCTION LINÉAIRE

a un nombre quelconque fixé.

La fonction linéaire de coefficient a est définie ainsi :

$$f : x \to f(x) = ax$$

EXEMPLES :

— $f(x) = 3x$ est la fonction linéaire de coefficient 3 ;

— $g(x) = -2x$ est la fonction linéaire de coefficient -2 ;

— $h(x) = x$ est la fonction linéaire de coefficient 1 ;

— $k(x) = -x$ est la fonction linéaire de coefficient -1 ;

— $l(x) = \dfrac{x}{2}$ est la fonction linéaire de coefficient $\dfrac{1}{2}$;

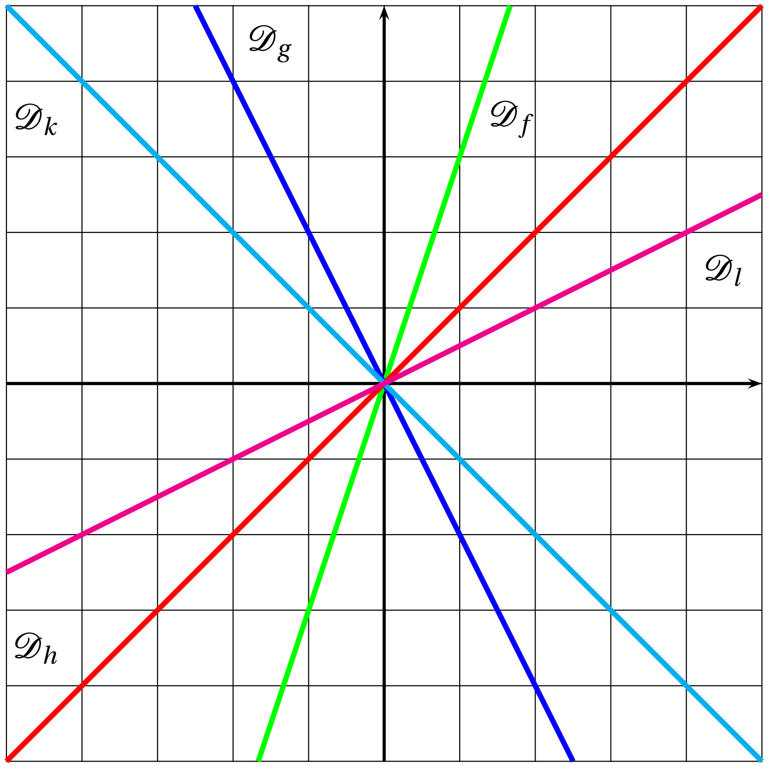
— $m(x) = 0$ est la fonction linéaire de coefficient 0 ;

PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION LINÉAIRE

Le tableau de valeurs d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité dont le coefficient est celui de la fonction.

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

EXEMPLES :


$\mathscr{D}_g$
$\mathscr{D}_k$
$\mathscr{D}_f$
$\mathscr{D}_l$
$\mathscr{D}_h$