Chapitre VIII

Les fonctions affines

Tous le reste

Plan du cours :

a

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

- a

Compétences :

- a

SITUATION INITIALE : La salle de sport

La salle de sport à côté de chez moi propose quatre forfaits :

FORFAIT ALL INCLUSIVE	FORFAIT CARDIO	FORFAIT EN FORME	FORFAIT DÉBUTANT
Accés illimité Cours et Sauna **100 € par mois**	Accés illimité au cours **45 € par mois** Sauna : 4 € la séance	**14 € par mois** Séances Supplémentaires : — 4,50 € le cours. — 3 € le sauna.	**Pas d'abonnement** 7 € le cours. 5 € la séance de sauna.

Je souhaite me remettre au sport et je me demande quel forfait choisir. Je veux suivre les cours **et faire une séance de sauna à chaque fois** que j'y vais.

PREMIÈRE PARTIE : Analyse rapide

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de visites	All Inclusive	Cardio	En forme	Débutant
1				
2				
5				
8				
10				
12				
15				
20				

2. En observant ce tableau, pouvez-vous me conseiller sur le choix du forfait que je dois faire ?

Deuxième partie : Analyse graphique et algébrique

On note x le nombre de visites à la salle de sport (cours + sauna), $f(x)$ le prix payé avec **le forfait Débutant**, $g(x)$ avec **le forfait En forme**, h(x) avec **le forfait Cardio** et k(x) avec **le forfait All Inclusive**.

1. Quelle est l'expression algébrique de chacune des fonctions f, g, h et k ?

2. Une de ces fonctions est linéaire. Laquelle ?

3. Dans un repère orthogonal, en prenant 1 cm pour 1 visite en abscisse et 1 cm pour 10 € en ordonnée, tracer la représentation graphique de chacune de ces fonctions en utilisant le tableau ci-dessus.

4. En observant ce graphique, pouvez-vous préciser vos conseils pour le choix d'un forfait ?

5. Résoudre chacune des équations suivantes :

$$12x = 7,5x + 14 \qquad 7,5x + 14 = 45 + 4x \qquad 45 + 4x = 100$$

6. Interpréter vos réponses à la questions **5.** pour me conseiller sur le choix d'un forfait.

Correction — La salle de sport

PREMIÈRE PARTIE : Analyse rapide

1. Compléter le tableau suivant :

Pour le forfait All Inclusive, quelque soit le nombre d'entrée on paye toujours 100 €.

Pour le forfait Cardio, il faut payer 45 € d'abonnement et ajouter 4 € par entrée.

Pour le forfait En forme, il faut payer 14 € d'abonnement et ajouter $4,50$ € +3 € = $7,50$ € par entrée.

Pour le forfait Débutant il n'y a pas de forfait, on paye 7 € +5 € = 12 € par entrée.

Nombre de visites	All Inclusive	Cardio	En forme	Débutant
1	100 €	49 €	21,50 €	12 €
2	100 €	53 €	29 €	24 €
5	100 €	65 €	51,50 €	60 €
8	100 €	77 €	74 €	96 €
10	100 €	85 €	89 €	120 €
12	100 €	93 €	104 €	144 €
15	100 €	105 €	126,50 €	180 €
20	100 €	125 €	164 €	240 €

2. En observant ce tableau, pouvez-vous me conseiller sur le choix du forfait que je dois faire ?

Pour 1 ou 2 visites le forfait le moins cher est le forfait Débutant.

Pour 5 à 8 visites il faut passer au forfait En Forme.

Pour 10 à 12 visites il faut passer au forfait Cardio.

Au delà de 12 visites le forfait All Inclusive est le moins cher.

Deuxième partie : Analyse graphique et algébrique

1. Quelle est l'expression algébrique de chacune des fonctions f, g, h et k ?

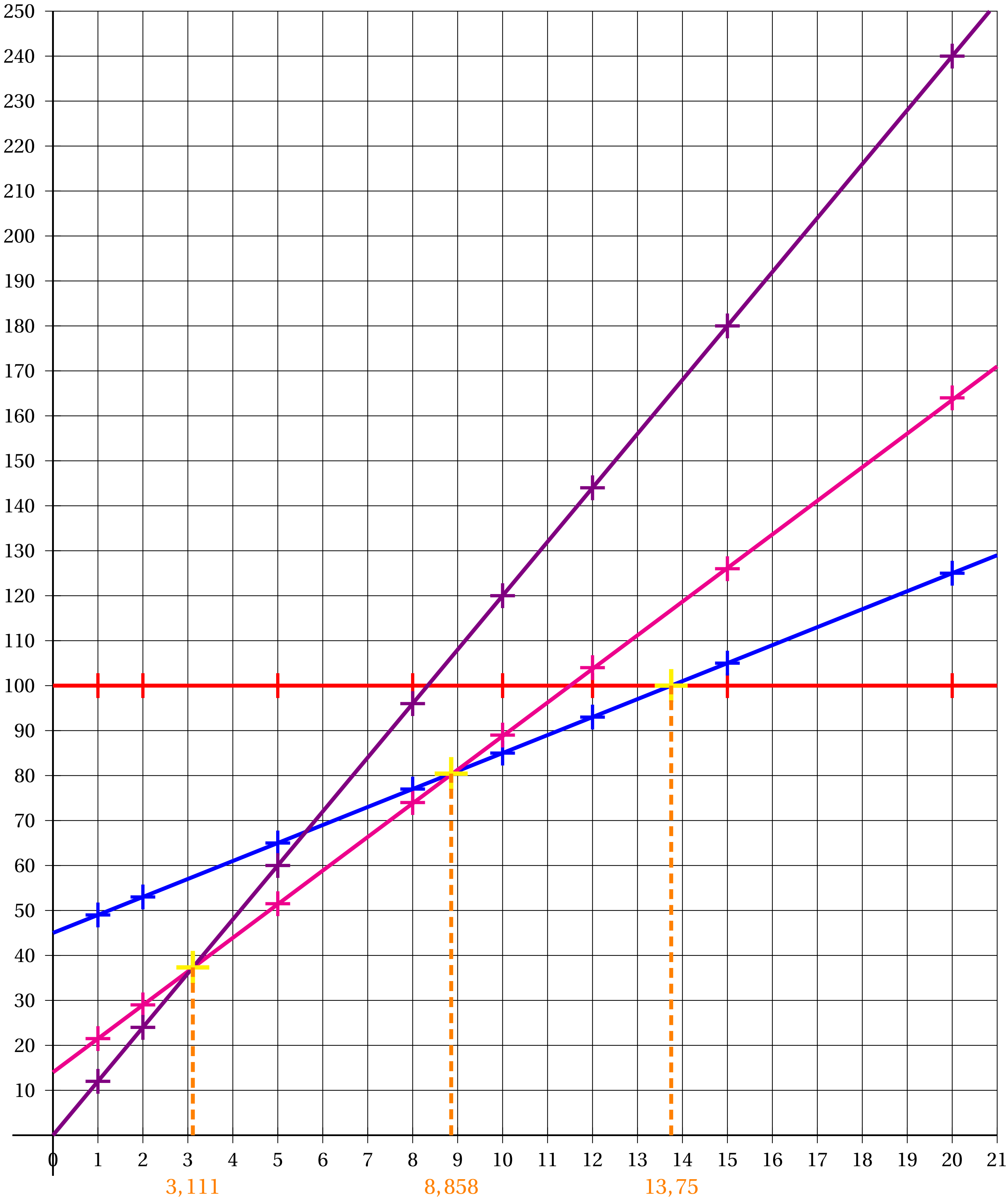
$f(x) = 100$ — $g(x) = 45 + 4x$ — $h(x) = 14 + 7,5x$ — $k(x) = 12x$

2. Une de ces fonctions est linéaire. Laquelle ?

La fonction k est linéaire.

3. Dans un repère orthogonal, en prenant 1 cm pour 1 visite en abscisse et 1 cm pour 10 € en ordonnée, tracer la représentation graphique de chacune de ces fonctions en utilisant le tableau ci-dessus.

Nous allons représenter les points de la fonction f en rouge, de la fonction g en bleu, de la fonction h en magenta et de la fonction k en violet



On constate que chacune de ces séries de points sont alignés, d'où le tracé des droites.

4. En observant ce graphique, pouvez-vous préciser vos conseils pour le choix d'un forfait ?

On constate en observant le graphique que :

— entre 0 et 3 visites la droite violette montre que le forfait Débutant est le moins cher ;

— entre 3 et 8 visites la droite magenta montre que le forfait En forme est le moins cher ;

— entre 9 et 13 visites la droite bleue montre que le forfait Cardio est le moins cher ;

— à partir de 14 visites la droite rouge montre que le forfait All Inclusive est le moins cher.

5. Résoudre chacune des équations suivantes :

$$12x = 7,5x + 14$$
$$12x - 7,5x = 7,5x - 7,5x + 14$$
$$4,5x = 14$$
$$x = \frac{14}{4,5}$$
$$x \approx 3,11$$

$$7,5x + 14 = 45 + 4x$$
$$7,5x + 14 - 4x = 45 + 4x - 4x$$
$$3,5x + 14 = 45$$
$$3,5x + 14 - 14 = 45 - 14$$
$$3,5x = 31$$
$$x = \frac{31}{3,5}$$
$$x \approx 8,86$$

$$45 + 4x = 100$$
$$45 + 4x - 45 = 100 - 45$$
$$4x = 55$$
$$x = \frac{55}{4}$$
$$x = 13,75$$

6. Interpréter vos réponses à la questions **5.** pour me conseiller sur le choix d'un forfait.
Les équations précédentes correspondent aux points d'intersections des droites entre elles qui nous interessent.

Cela correspond donc aussi au nombre de visites où :

— le forfait Débutant est égal au forfait En forme : $3,11$ visites ;
— le forfait En forme est égal au forfait Cardio : $8,86$ visites ;
— le forfait Cardio est égal au forfait All Inclusive : $13,75$ visites.

Voici nos conseils :

— entre 0 et 2 visites il faut choisir le forfait Débutant ;
— entre 3 et 8 visites il faut choisir le forfait En forme ;
— entre 9 et 13 visites il faut choisir le forfait Cardio ;
— à partir de 14 visites il faut choisir le forfait All Inclusive.

I — Définition et exemples

DÉFINITION 8.1 :

a et b deux nombres quelconques.

La **fonction affine** de paramètres a et b est la fonction défini ainsi :

$$f : x \to f(x) = ax + b$$

EXEMPLES :

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \frac{2x}{3} - \frac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \frac{2}{3}$ et $b = -\frac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$
$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$
$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.
n est une fonction **constante**.

PROPRIÉTÉ 8.1 :

a un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient a est une **fonction affine** de paramètres a et $b = 0$.

DÉMONSTRATION :

a un nombre quelconque.
La fonctions $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine!

CQFD

MÉTHODE 8 . 1 : Déterminer l'expression d'une fonction affine

Un cas simple :

f un fonction affine telle que $f(0) = 5$ et $f(2) = -1$.

On cherche l'expression algébrique de la fonction f c'est à dire les nombres a et b tel que pour tout nombre x, $f(x) = ax + b$.

Comme $f(0) = 5$ on arrive à $f(0) = a \times 0 + b = b$ c'est à dire $b = 5$.
Quand on connaît l'image de 0 par une fonction affine on obtient ainsi le paramètre b.

Ainsi $f(x) = ax + 5$ or on sait que $f(2) = -1$, il suffit donc de remplacer x par 2.
On obtient $f(2) = a \times 2 + 5 = 2a + 5$.
Il faut ensuite résoudre l'équation dont l'inconnue est a :

$$f(2) = -1$$
$$2a + 5 = -1$$
$$2a + 5 - 5 = -1 - 5$$
$$2a = -6$$
$$a = \frac{-6}{2}$$
$$a = -3$$

La fonction affine cherchée est donc $\boxed{f(x) = -3x + 5}$.

On peut vérifier en calculant les images de 0 et 2 : $f(0) = -3 \times 0 + 5 = 5$ et $f(2) = -3 \times 2 + 5 = -6 + 5 = -1$.

Le cas général

g la fonction affine telle que $g(2) = 8$ et $g(5) = 17$.
Déterminons l'expression algébrique de cette fonction.

On cherche donc deux nombres a et b tel que $g(x) = ax + b$
En remplaçant x par 2 puis par 5 on obtient deux équations dont a et b sont les inconnues :

$$(1)\ a \times 2 + b = 8 \quad et \quad (2)\ a \times 5 + b = 17$$
$$(1)\ 2a + b = 8 \quad et \quad (2)\ 5a + b = 17$$

En utilisant l'équation (1) on obtient :

$$2a + b = 8$$
$$2a - 2a + b = 8 - 2a$$
$$b = 8 - 2a$$

Donc l'inconnue b peut s'exprimer en fonction de l'inconnue a : $b = 8 - 2a$

En prenant maintenant l'équation (2) $5a + b = 17$ on peut remplacer b par l'expression $8 - 2a$:

$$5a + b = 17$$
$$5a + (8 - 2a) = 17$$
$$5a + 8 - 2a = 17$$
$$3a + 8 = 17$$
$$3a + 8 - 8 = 17 - 8$$
$$3a = 9$$
$$a = \frac{9}{3}$$

$$a = 3$$

On a finalement trouvé $a = 3$, or $b = 8 - 2a = 8 - 2 \times 3 = 8 - 6 = 2$.

La fonction affine cherchée est donc : $\boxed{g(x) = 3x + 2}$.

Vérifions : $g(2) = 3 \times 2 + 2 = 8$ et $g(5) = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$!

II — Fonction affine et représentation graphique

PROPRIÉTÉ 8.2 :

a et b deux nombres quelconques

La fonction affine de paramètres a et b est représentée graphiquement par une droite passant par le point de coordonnées $(0; b)$.

Le paramètre a s'appelle le **coefficient directeur** de cette droite.
Le paramètre b s'appelle l' **ordonnée à l'origine** de cette droite.

DÉMONSTRATION :

Nous avons vu avec la **Propriété 6.4** que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

CQFD

MÉTHODE 8 . 2 : Tracer la représentation graphique d'une fonction affine
Traçons dans un repère la représentation graphiques des fonctions suivantes :

$$f : x \to 2x - 3 \qquad et \qquad g : x \to -3x + 4$$

f est une fonction affine de paramètres $a = 2$ et $b = -3$.
g est une fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = 4$.

Comme f et g sont des fonctions affines, chacune se représente graphiquement par une droite, les droites (D_f) et (D_g).
Il suffit de deux points pour tracer une droite, nous allons donc calculer deux images pour chaque fonction.

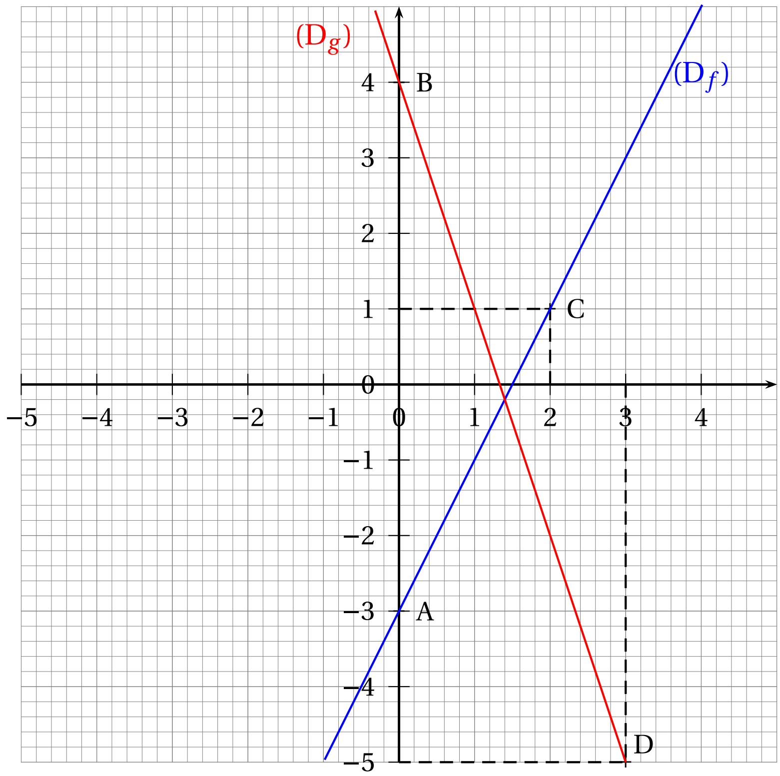
L'ordonnée à l'origine

$f(0) = -3$ et $g(0) = 4$: nous obtenons en prenant $x = 0$ la valeur du paramètre b.
Cela signifie que le points $A(0; -3)$ est sur la droite (D_f) et que le point $B(0; 4)$ est sur la droite (D_g).

Calcul d'une seconde image

Il suffit de choisir une valeur quelconque de x pour obtenir un second point.
Par exemple, $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1$ et $g(3) = -3 \times 3 + 4 = -9 + 4 = -5$
Ainsi le point $C(2;1)$ est sur la droite (D_f) et $D(3;-5)$ est sur la droite (D_g).

Il ne reste plus qu'à placer ces points dans un repère et de tracer les deux droites (AC) et (BD) qui représentent respectivement la fonction f et la fonction g.



REMARQUE :
Nous avons vu dans la première partie une méthode permettant de déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine connaissant deux images. On peut se demander pour quelle raison la connaissance de deux images est suffisante (et nécessaire).
Comme la représentation graphique d'une fonction affine est une droite, la connaissance de deux images revient à connaître deux points dans un repère.
Or on sait que la connaissance de deux points distincts permet de définir une unique droite.
Pour la même raison, la connaissance de deux images permet de définir une unique fonction affine.

III — Fonction affine et accroissements

PROPORTIONNALITÉ DES ACCROISSEMENTS :
f la fonction affine $f : x \to 3x - 5$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-20	-17	-14	-11	-8	-5	-2	1	4	7	10

Considérons les accroissements :
Entre -5 et -4 il y a une unité de différence pour les antécédents : $(-4) - (-5) = 1$
Entre $f(-5) = -20$ et $f(-4)$ il y a 3 unités de différence : $f(-4) - f(-5) = 3$

De même $(-2)-(-3)=1$ et $f(-2)-f(-3)=(-11)-(-14)=3$ ou encore $4-3=1$ et $f(4)-f(3)=7-4=3$.
Ainsi quand il y a un accroissement d'une unité des antécédents, les images ont un accroissement de 3 unités.
Cela correspond à l'idée intuitive selon laquelle dans le tableau ci-dessus les images « avancent »de 3 en 3.

Entre -5 et -3 il y a un accroissement de deux unités : $(-3)-(-5)=2$
Entre $f(-5)$ et $f(-3)$ il y a 6 unités d'accroissement : $f(-3)-f(-5)=-14-(-20)=6$

On peut de cette manière compléter un tableau des accroissements :

Accroissement des x	0	1	2	3	4	5	10
Accroissement des $f(x)$	0	3	6	9	12	15	30

On constate que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
De plus le coefficient de proportionnalité est 3 c'est à dire le paramètre a de la fonction f.

PROPRIÉTÉ 8.3 : Proportionnalité des accroissements

f une fonction affine de paramètres a et b.
Les accroissements des antécédents sont proportionnels aux accroissements des images.
De plus le coefficient de proportionnalité est égal à a.

DÉMONSTRATION :

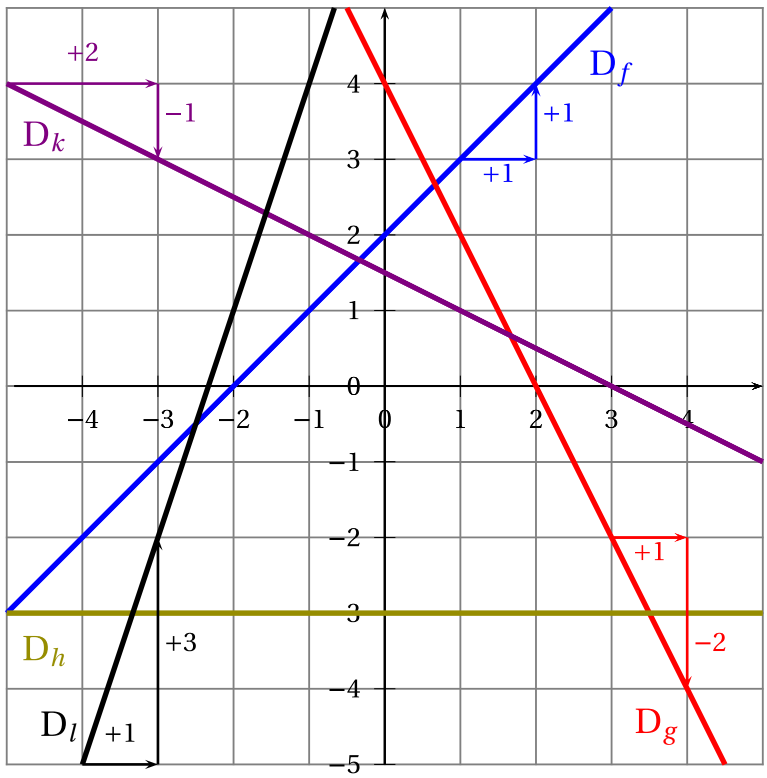
a et b deux nombres quelconques et f la fonction affine $f : x \to ax+b$.

Soient x_1 et x_2 deux nombres quelconques différents.
$f(x_1)=ax_1+b$ et $f(x_2)=ax_2+b$.
Ainsi $f(x_1)-f(x_2)=(ax_1+b)-(ax_2+b)=ax_1+b-ax_2-b=ax_1-ax_2=a(x_1-x_2)$

Comme $f(x_1)-f(x_2)=a(x_1-x_2)$ cela prouve la propriété. De plus on remarque que $a=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$

CQFD

MÉTHODE 8 . 3 : Reconnaître la représentation graphique d'une fonction affine



Les accroissements des antécédents et des images peut se lire sur un graphique.
Ces accroissements correspondent à l'accroissement des abscisses et à celui des ordonnées.
En observant ces accroissements sur la droite représentant une fonction affine on peut lire rapidement la valeur du paramètre a : le coefficient directeur.

Par exemple pour la fonction f (en bleue), on constate qu'à un accroissement horizontal d'une unité positive correspond un accroissement positif d'une unité (comme le symbolise les flèches bleues). La coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à 1.
De plus la droite bleu coupe l'axe des ordonnées en $y = 2$, cela signifie que $f(0) = 2$ et donc que l'ordonnée à l'origine, le paramètre b, est égal à 2.

Le fonction f a donc pour expression : $f(x) = x + 2$.

Pour la fonction g (en rouge), on constate qu'à un accroissement horizontal d'une unité positive correspond un accroissement négatif de deux unités (comme le symbolise les flèches rouges). La coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à 2.
De plus la droite rouge coupe l'axe des ordonnées en $y = 4$, cela signifie que $g(0) = 4$ et donc que l'ordonnée à l'origine, le paramètre b, est égal à 4.

Le fonction g a donc pour expression : $g(x) = -2x + 4$.

La fonction h est horizontale. Quelque soit l'accroissement horizontal il n'y a pas d'accroissement vertical, donc $a = 0$. Comme elle est constante égale à -3.

La fonction h a donc pour expression est $h(x) = -3$.

Par exemple pour la fonction k (en violet), on constate qu'à un accroissement horizontal de deux unités positives correspond un accroissement négatif d'une unité (comme le symbolise les flèches en violet). La coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à $-1 \div 2 = -0,5$.
De plus la droite en violet coupe l'axe des ordonnées en $y = 1,5$, cela signifie que $k(0) = 1,5$ et donc que l'ordonnée à l'origine, le paramètre b, est égal à $1,5$.

Le fonction k a donc pour expression : $k(x) = -0,5x + 1,5$.

Pour la fonction l (en noir), on constate qu'à un accroissement horizontal d'une unité positive correspond un accroissement positif de trois unités (comme le symbolise les flèches noires). La coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à 3.

La fonction l peut s'écrire $l(x) = 3x + b$. Comme la droite ne coupe pas l'axe des ordonnées il faut utiliser une image facile à lire pour le déterminer.
On constate graphiquement que le point de coordonnées $(-2;1)$ est sur cette droite. Ainsi $l(-2) = 1$.
Ainsi $3 \times (-2) + b = 1$ donc $-6 + b = 1$. En résolvant cette équation on trouve $b = 7$.

Le fonction l a donc pour expression : $l(x) = 3x + 7$.

IV — Annexe

Exercice n° 8.1 : Reconnaître une fonction affine et linéaire

1. Pour chacune des fonctions suivantes, indiquer si elle est linéaire, affine ou ni l'un ni l'autre. Le cas échéant donner précisant la valeurs des coefficients a et b de la fonction.

$f_1 : x \to -3x+4$

$f_2 : x \to 10-x$

$f_3 : x \to \dfrac{2x}{7}$

$f_4 : x \to 3x^2+5$

$f_5 : x \to 7$

$f_6 : x \to x$

$f_7 : x \to -\dfrac{5x}{7}+\dfrac{2}{3}$

$f_8 : x \to 1-3x+5x+9$

2. Calculer l'image de 0 pour chacune des fonctions ci-dessus.

3. Calculer le ou les antécédents de 0 pour chacune des fonctions ci-dessus.

Exercice n° 8.2 : Fonctions affines et équations

On pose $f(x) = 3x-7$, $g(x) = 1-8x$ et $h(x) = -5x+10$

1. Indiquer les paramètres de chacune des fonctions affines précédentes.

2. Pour chacune des fonctions précédentes, déterminer un antécédent de -5.

3. Résoudre les équations suivantes :

$$(1)\quad f(x) = g(x)$$
$$(2)\quad f(x) = h(x)$$
$$(3)\quad g(x) = h(x)$$

Exercice n° 8.3 : Déterminer l'expression d'une fonction affine

f est une fonction affine telle que $f(0) = 4$ et $f(1) = 9$.

Déterminer l'expression de cette fonction affine puis calculer $f(-5)$.

Exercice n° 8.4 : Déterminer l'expression d'une fonction affine — Épisode 2

g est une fonction affine telle que $g(2) = 8$ et $g(5) = 17$

Déterminer l'expression de cette fonction affine puis calculer $g(1)$.

EXERCICE N° 8.5 : Tracer la représentation graphique de fonctions affines

On se donne les fonctions affines suivantes :

$$f : x \to 2x - 4 \qquad g : x \to -x + 5 \qquad h : x \to -0,5x - 2 \qquad k : x \to 2x \qquad l : x \to -x + 3$$

1. Dans un repère orthonormé (deux axes perpendiculaires dont ayant la même unité) en prenant 1 cm pour unité, tracer les représentations graphiques des fonctions f, g, h et k. On les appelle D_f, D_g, D_h, D_k et D_l.

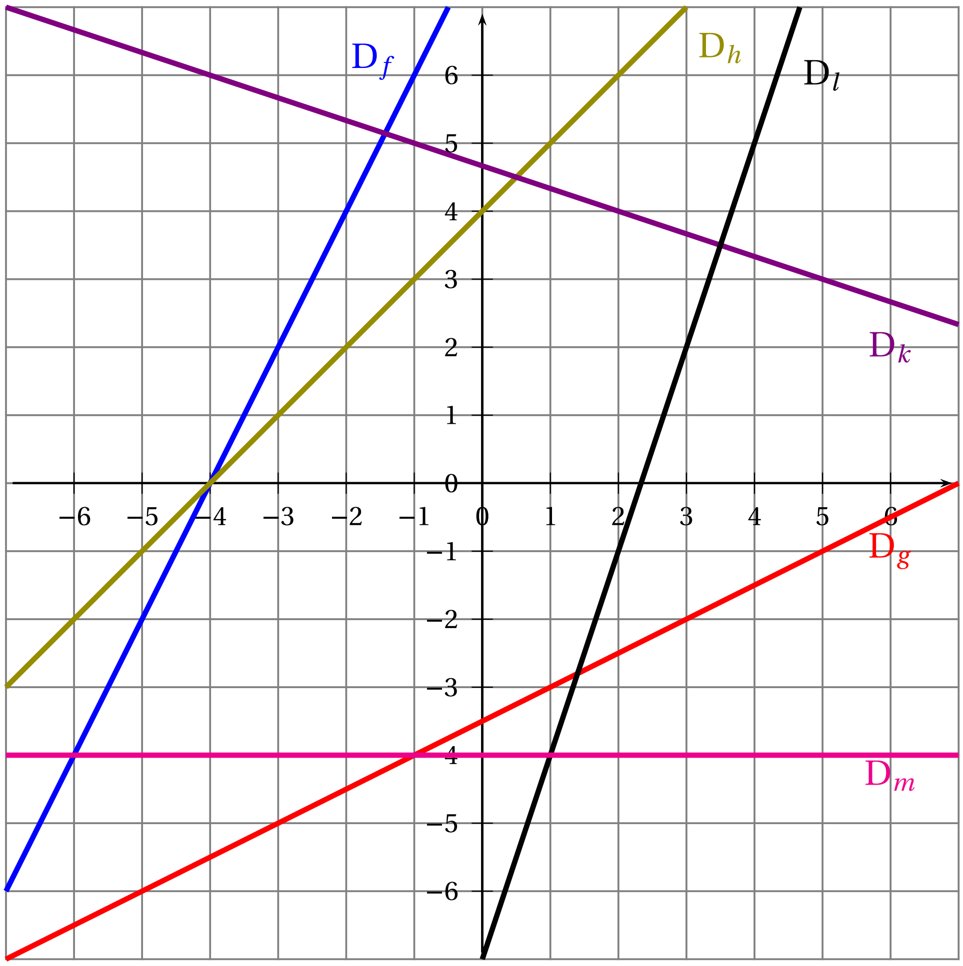
2. Que remarquez-vous pour les droites D_f et D_k ? Et pour les droites D_g et D_l ? Que remarquez-vous au sujet des coefficients directeurs ?

3. Une propriété de niveau lycée affirme que : « si le produit de deux coefficients directeurs est égal à -1 alors les droites sont perpendiculaires. ». Quelles droites illustrent cette propriétés ?

4. Lire les coordonnées des huit points d'intersection présent sur cette figure.

5. Résoudre les huit équations qui correspondent à ces intersections et déterminer ensuite les valeurs exactes des coordonnées précédentes.

EXERCICE N° 8.6 : Déterminer l'expression d'une fonction affine à partir d'un graphique



1. On expliquant votre méthode, déterminer les expressions de chacune des fonctions affines représentées ci-dessus.

2. Déterminer les coordonnées des six points d'intersection visible sur le graphique. On fera une lecture graphique puis une résolution de chacune des équations correspondantes.

EXERCICE N° 8.1 : **Reconnaître une fonction affine et linéaire** CORRECTION

1. Pour chacune des fonctions suivantes, indiquer si elle est linéaire, affine ou ni l'un ni l'autre. Le cas échéant donner précisant la valeurs des coefficients a et b de la fonction.

$$f_1 : x \rightarrow -3x+4$$

$\boxed{f_1 \text{ est affine, } a=-3 \text{ et } b=4}$

$$f_2 : x \rightarrow 10-x$$

Comme $f_2(x) = 10 - x = -x + 10$, $\boxed{f_2 \text{ est affine, } a=-1 \text{ et } b=10}$.

$$f_3 : x \rightarrow \frac{2x}{7}$$

Comme $f_3(x) = \frac{2}{7}x + 0$, $\boxed{f_3 \text{ est linéaire}}$ de coefficient $\frac{2}{7}$ et donc $\boxed{\text{affine de paramètres } a = \frac{2}{7} \text{ et } b = 0}$.
Toutes les fonctions linéaires sont des fonctions affines.

$$f_4 : x \rightarrow 3x^2+5$$

Le terme en x^2 ne correspond pas aux fonctions affines. $\boxed{f_4 \text{ n'est ni affine ni linéaire}}$ (c'est une fonction polynôme du second degré!).

$$f_5 : x \rightarrow 7$$

$f_5(x) = 0x + 7$, $\boxed{f_5 \text{ est une fonction affine de paramètres } a=0 \text{ et } b=7}$. Il s'agit d'une fonction constante.

$$f_6 : x \rightarrow x$$

$f_6(x) = 1x + 0$, $\boxed{f_6 \text{ est linéaire de coefficient 1 et donc affine de paramètres } a=1 \text{ et } b=0}$.

$$f_7 : x \rightarrow -\frac{5x}{7} + \frac{2}{3}$$

$f_7(x) = -\frac{5}{7}x + \frac{2}{3}$, $\boxed{f_7 \text{ est une fonction affine de paramètres } a = -\frac{5}{7} \text{ et } b = \frac{2}{3}}$.

$$f_8 : x \rightarrow 1-3x+5x+9$$

Comme $f_8(x) = 1 - 3x + 5x + 9 = 2x + 10$, $\boxed{f_8 \text{ est une fonction affine de paramètres } a=2 \text{ et } b=10}$.

2. Calculer l'image de 0 pour chacune des fonctions ci-dessus.

$f_1(0) = -3 \times 0 + 4 = \boxed{-3}$.
$f_2(0) = 10 - 0 = \boxed{10}$.

$f_3(0) = \frac{2 \times 0}{7} = \boxed{0}$.

$f_4(0) = 3 \times 0^2 + 5 = \boxed{5}$.

$f_5(0) = \boxed{7}$.

$f_6(0) = \boxed{0}$.

$f_7(0) = -\dfrac{5 \times 0}{7} + \dfrac{2}{3} = \boxed{\dfrac{2}{3}}$.

$f_8(0) = 2 \times 0 + 10 = \boxed{10}$.

3. Calculer le ou les antécédents de 0 pour chacune des fonctions ci-dessus.
Nous allons résoudre chacune des équations du type $f(x) = 0$.

$$f_1(x) = 0$$
$$-3x + 4 = 0$$
$$-3x + 4 - 4 = 0 - 4$$
$$-3x = -4$$
$$x = \frac{-4}{-3}$$
$$x = \frac{4}{3}$$

$\boxed{\dfrac{4}{3} \text{ est l'antécédent de 0 par la fonction } f_1}$.

$$f_2(x) = 0$$
$$10 - x = 0$$
$$10 - 10 - x = 0 - 10$$
$$-x = -10$$
$$x = -10$$

$\boxed{-10 \text{ est l'antécédent de 0 par la fonction } f_2}$.

$$f_3(x) = 0$$
$$\frac{2x}{7} = 0$$
$$2x = 0 \times 7$$
$$2x = 0$$
$$x = \frac{0}{2}$$
$$x = 0$$

$\boxed{0 \text{ est l'antécédent de 0 par la fonction } f_3}$.

$$f_4(x) = 0$$
$$3x^2 + 5 = 0$$
$$3x^2 + 5 - 5 = 0 - 5$$
$$3x^2 = -5$$

Or un carré est toujours positif donc il n'y a pas de solution.
$\boxed{0 \text{ n'a pas d'antécédent par la fonction } f_4}$.

$$f_5(x) = 0$$
$$7 = 0$$

Cette équation n'a évidemment pas de solution.
$\boxed{\text{0 n'a pas d'antécédent par la fonction } f_5}$.

$$f_6(x) = 0$$
$$x = 0$$

$\boxed{\text{0 est l'antécédent de 0 par la fonction } f_6}$.

$$f_7(x) = 0$$
$$-\frac{5x}{7} + \frac{2}{3} = 0$$
$$-\frac{5x}{7} + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0 - \frac{2}{3}$$
$$-\frac{5}{7}x = -\frac{2}{3}$$
$$x = -\frac{2}{3} \div -\frac{5}{7}$$
$$x = -\frac{2}{3} \times -\frac{7}{5}$$
$$x = \frac{14}{15}$$

$\boxed{\frac{14}{15} \text{ est l'antécédent de 0 par la fonction } f_7}$.

$$f_8(x) = 0$$
$$2x + 10 = 0$$
$$2x + 10 - 10 = 0 - 10$$
$$2x = -10$$
$$x = \frac{-10}{2}$$
$$x = -5$$

$\boxed{-5 \text{ est l'antécédent de 0 par la fonction } f_8}$.

EXERCICE N° 8.2 : Fonctions affines et équations — CORRECTION

On pose $f(x) = 3x - 7$, $g(x) = 1 - 8x$ et $h(x) = -5x + 10$

1. Indiquer les paramètres de chacune des fonctions affines précédentes.

f est une fonction affine de paramètres $\boxed{a = 3 \text{ et } b = -7}$.
g est une fonction affine de paramètres $\boxed{a = -8 \text{ et } b = 1}$.
h est une fonction affine de paramètres $\boxed{a = -5 \text{ et } b = 10}$.

2. Pour chacune des fonctions précédentes, déterminer un antécédent de -5.

Nous allons résoudre chacune des équations :

$$\begin{aligned}
f(x) &= -5 \\
3x-7 &= -5 \\
3x-7+7 &= -5+7 \\
3x &= 2 \\
x &= \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{2}{3} \text{ est l'antécédent de } -5 \text{ par la fonction } f.}$

$$\begin{aligned}
g(x) &= -5 \\
1-8x &= -5 \\
1-8x-1 &= -5-1 \\
-8x &= -6 \\
x &= \frac{-6}{-8} \\
x &= \frac{3}{4} = 0,75
\end{aligned}$$

$\boxed{0,75 \text{ est l'antécédent de } -5 \text{ par la fonction } g.}$

$$\begin{aligned}
h(x) &= -5 \\
-5x+10 &= -5 \\
-5x+10-10 &= -5-10 \\
-5x &= -15 \\
x &= \frac{-15}{-5} \\
x &= 3
\end{aligned}$$

$\boxed{3 \text{ est l'antécédent de } -5 \text{ par la fonction } h.}$

3. Résoudre les équations suivantes :

(1) $f(x) = g(x)$ (2) $f(x) = h(x)$ (3) $g(x) = h(x)$

EXERCICE N° 8.3 : **Déterminer l'expression d'une fonction affine** CORRECTION

f est une fonction affine telle que $f(0) = 4$ et $f(1) = 9$.

Déterminer l'expression de cette fonction affine puis calculer $f(-5)$.

EXERCICE N° 8.4 : **Déterminer l'expression d'une fonction affine — Épisode 2** CORRECTION

g est une fonction affine telle que $g(2) = 8$ et $g(5) = 17$

Déterminer l'expression de cette fonction affine puis calculer $g(1)$.
