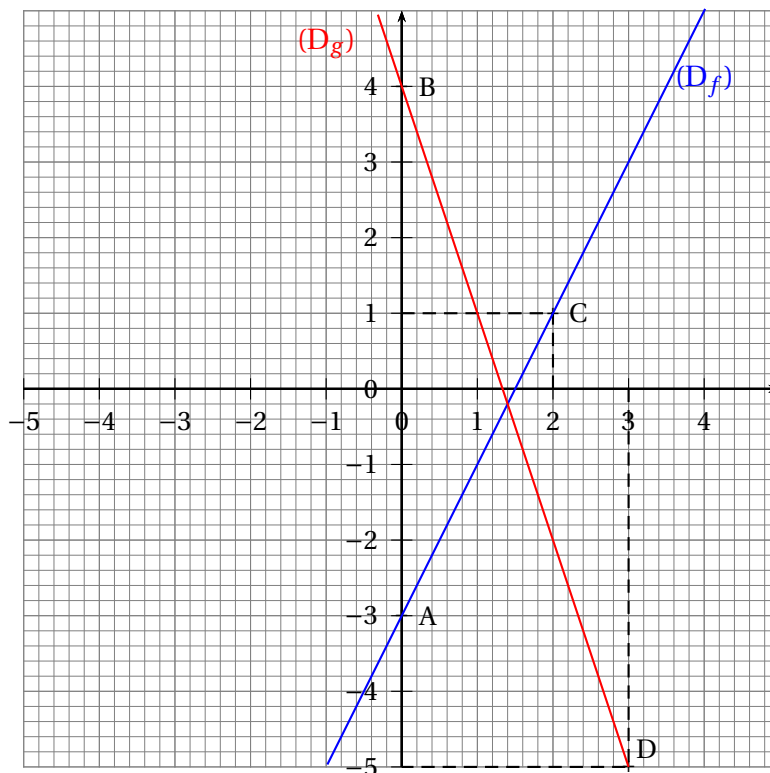


Il suffit de choisir une valeur quelconque de x pour obtenir un second point.

Par exemple, $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1$ et $g(3) = -3 \times 3 + 4 = -9 + 4 = -5$

Ainsi le point $C(2; 1)$ est sur la droite (D_f) et $D(3; -5)$ est sur la droite (D_g) .

Il ne reste plus qu'à placer ces points dans un repère et de tracer les deux droites (AC) et (BD) qui représentent respectivement la fonction f et la fonction g .



REMARQUE :

Nous avons vu dans la première partie une méthode permettant de déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine connaissant deux images. On peut se demander pour quelle raison la connaissance de deux images est suffisante (et nécessaire).

Comme la représentation graphique d'une fonction affine est une droite, la connaissance de deux images revient à connaître deux points dans un repère.

Or on sait que la connaissance de deux points distincts permet de définir une unique droite.

Pour la même raison, la connaissance de deux images permet de définir une unique fonction affine.

III — Fonction affine et accroissements

PROPORTIONNALITÉ DES ACCROISSEMENTS :

f la fonction affine $f : x \rightarrow 3x - 5$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-20	-17	-14	-11	-8	-5	-2	1	4	7	10

Considérons les accroissements :

Entre -5 et -4 il y a une unité de différence pour les antécédents : $(-4) - (-5) = 1$

Entre $f(-5) = -20$ et $f(-4) = -17$ il y a 3 unités de différence : $f(-4) - f(-5) = 3$

De même $(-2) - (-3) = 1$ et $f(-2) - f(-3) = (-11) - (-14) = 3$ ou encore $4 - 3 = 1$ et $f(4) - f(3) = 7 - 4 = 3$.
 Ainsi quand il y a un accroissement d'une unité des antécédents, les images ont un accroissement de 3 unités.
 Cela correspond à l'idée intuitive selon laquelle dans le tableau ci-dessus les images « avancent » de 3 en 3.

Entre -5 et -3 il y a un accroissement de deux unités : $(-3) - (-5) = 2$

Entre $f(-5)$ et $f(-3)$ il y a 6 unités d'accroissement : $f(-3) - f(-5) = -14 - (-20) = 6$

On peut de cette manière compléter un tableau des accroissements :

Accroissement des x	0	1	2	3	4	5	10
Accroissement des $f(x)$	0	3	6	9	12	15	30

On constate que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

De plus le coefficient de proportionnalité est 3 c'est à dire le paramètre a de la fonction f .

🌀 PROPRIÉTÉ 8.3 : Proportionnalité des accroissements

f une fonction affine de paramètres a et b .

Les accroissements des antécédents sont proportionnels aux accroissements des images.

De plus le coefficient de proportionnalité est égal à a .

🌀 DÉMONSTRATION :

a et b deux nombres quelconques et f la fonction affine $f : x \rightarrow ax + b$.

Soient x_1 et x_2 deux nombres quelconques différents.

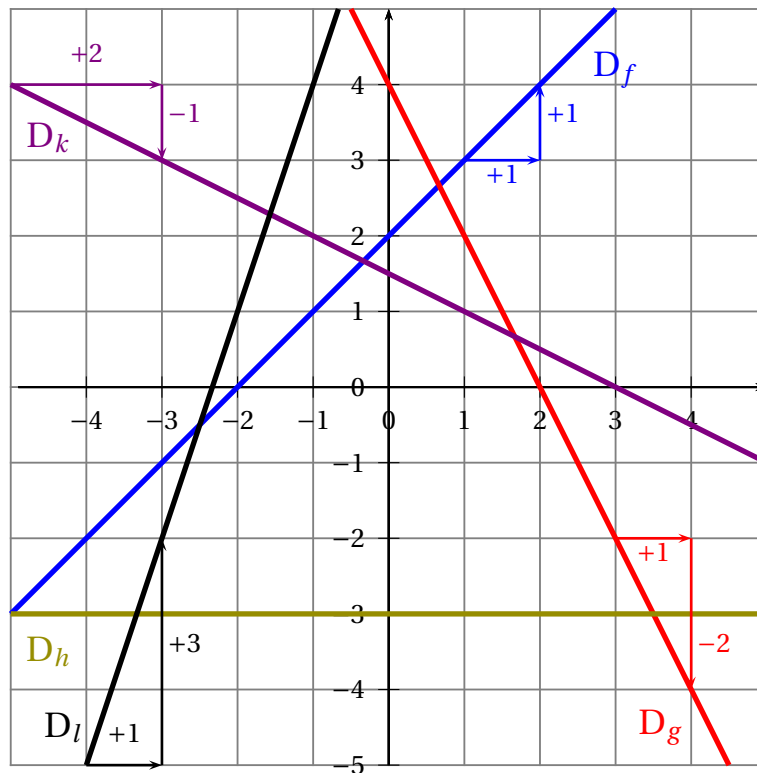
$$f(x_1) = ax_1 + b \text{ et } f(x_2) = ax_2 + b.$$

$$\text{Ainsi } f(x_1) - f(x_2) = (ax_1 + b) - (ax_2 + b) = ax_1 + b - ax_2 - b = ax_1 - ax_2 = a(x_1 - x_2)$$

Comme $f(x_1) - f(x_2) = a(x_1 - x_2)$ cela prouve la propriété. De plus on remarque que $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

CQFD

MÉTHODE 8.3 : Reconnaître la représentation graphique d'une fonction affine



Les accroissements des antécédents et des images peut se lire sur un graphique.

Ces accroissements correspondent à l'accroissement des abscisses et à celui des ordonnées.

En observant ces accroissements sur la droite représentant une fonction affine on peut lire rapidement la valeur du paramètre a : le coefficient directeur.

Par exemple pour la fonction f (en bleu), on constate qu'à un accroissement horizontal d'une unité positive correspond un accroissement positif d'une unité (comme le symbolise les flèches bleues). Le coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à 1.

De plus la droite bleu coupe l'axe des ordonnées en $y = 2$, cela signifie que $f(0) = 2$ et donc que l'ordonnée à l'origine, le paramètre b , est égal à 2.

Le fonction f a donc pour expression : $f(x) = x + 2$.

Pour la fonction g (en rouge), on constate qu'à un accroissement horizontal d'une unité positive correspond un accroissement négatif de deux unités (comme le symbolise les flèches rouges). Le coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à 2.

De plus la droite rouge coupe l'axe des ordonnées en $y = 4$, cela signifie que $g(0) = 4$ et donc que l'ordonnée à l'origine, le paramètre b , est égal à 4.

Le fonction g a donc pour expression : $g(x) = -2x + 4$.

La fonction h est horizontale. Quelque soit l'accroissement horizontal il n'y a pas d'accroissement vertical, donc $a = 0$. Comme elle est constante égale à -3 .

La fonction h a donc pour expression est $h(x) = -3$.

Par exemple pour la fonction k (en violet), on constate qu'à un accroissement horizontal de deux unités positives correspond un accroissement négatif d'une unité (comme le symbolise les flèches en violet). Le coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à $-1 \div 2 = -0,5$.

De plus la droite en violet coupe l'axe des ordonnées en $y = 1,5$, cela signifie que $k(0) = 1,5$ et donc que l'ordonnée à l'origine, le paramètre b , est égal à 1,5.

Le fonction k a donc pour expression : $k(x) = -0,5x + 1,5$.

Pour la fonction l (en noir), on constate qu'à un accroissement horizontal d'une unité positive correspond un accroissement positif de trois unités (comme le symbolise les flèches noires). Le coefficient directeur, le paramètre a est donc égal à 3.