REMARQUES :
Le côté adjacent à un angle aigu est le côté opposé de l'angle complémentaire.
Le côté opposé à un angle aigu est le côté adjacent de l'angle complémentaire.
Le mot « adjacent »vient du latin *adjacens*, participe présent de *adjacere* qui signifie « être situé auprès ». Il a pour synonyme contigu, voisin ou attenant.
Un **côté adjacent** à un angle est un segment dont l'une des extrémités est le sommet de l'angle.
Un **côté opposé** à un angle est un segment dont aucune des extrémités est le sommet de l'angle.

II — Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

PROPRIÉTÉ 9.3 : Triangles rectangles semblables *(Admise)*

Si deux triangles rectangles ont un angle aigu ayant la même mesure alors ils sont semblables.
Si deux triangles rectangles ont un angle aigu ayant la même mesure alors ils ont des côtés proportionnels.

DÉMONSTRATION :

Considérons deux triangles rectangles ABC et $A'B'C'$ rectangle respectivement en A et A' et tel que $\widehat{B} = \widehat{B'}$.
Comme la somme des angles dans un triangles est égal à 180°, les angles $\widehat{C}$ et $\widehat{C'}$ sont égaux.
Ainsi les trois angles de ces triangles sont égaux. D'après la propriété 3.2, les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables.
Les côtés de ces deux triangles sont donc proportionnels.

CQFD

REMARQUE :
Considérons deux triangles ABC et $A'B'C'$ rectangles respectivement en A et A' semblables.
Il existe donc un nombre positif non nul k tel que $A'B' = k \times AB$, $A'C' = k \times AC$ et $B'C' = k \times BC$.

Le quotient $\dfrac{A'B'}{B'C'} = \dfrac{k \times AB}{k \times BC} = \dfrac{AB}{BC}$

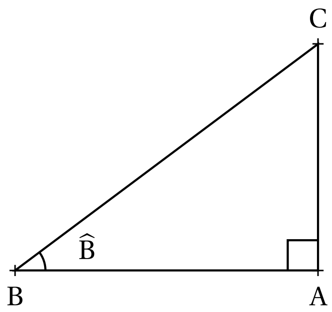
Le quotient $\dfrac{A'C'}{B'C'} = \dfrac{k \times AC}{k \times BC} = \dfrac{AC}{BC}$

Le quotient $\dfrac{A'C'}{A'B'} = \dfrac{k \times AC}{k \times AB} = \dfrac{AC}{AB}$

Ces trois quotients ne dépendent donc pas des mesures des triangles rectangles ABC et $A'B'C'$. Ils ne dépendent donc que d'un des angles aigus de ces triangles, par exemple $\widehat{B}$.
Cela justifie la définition suivante :

❧ DÉFINITION 9.2 : Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

ABC est un triangle rectangle en A.



On définit le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{B}$ de la manière suivante :

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin(\widehat{B}) = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{B}}{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{B}}$$

MOYEN MNÉMOTECHNIQUE :

Ces trois expressions doivent être connues par coeur !
Voici un moyen pour les mémoriser, il suffit de retenir le mot suivant :

COSINUS HYPOTÉNUSE OPPOSÉ TANGENTE ADJACENT

C A H S O H T O A

ADJACENT SINUS HYPOTÉNUSE OPPOSÉ

REMARQUES :
Pour une mesure d'angle aigu donnée, par exemple 75°, cos(75°), sin(75°) et tan(75°) sont des nombres. Ces nombres sont connus, la plupart ne sont pas décimaux mais la calculatrice est capable d'en donner une valeur approchée.
Par exemple $\cos(75°) \approx 0{,}2588190451$ à 10^{-10} près.
Dans les exercices, les cosinus, sinus ou tangente d'un angle aigu doivent être considérés comme des nombres au même titre que π, $\sqrt{2}$, 0,5 ou 2.