À la calculatrice on trouve $\widehat{ABC} \approx 36,87°$ à $0,01°$ près.

On peut obtenir l'angle $\widehat{ACB}$ en utilisant le fait qu'il est complémentaire avec $\widehat{ABC}$.
On a $\widehat{ACB} = 90° - \widehat{ABC} \approx 53,13°$ à $0,01°$ près.

Vérifions avec la trigonométrie.
Dans le triangle ABC rectangle en A, [BC] est l'hypoténuse du triangle et [AB] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$.
Nous pouvons donc calculer le sinus de cet angle.

$$\sin\widehat{ACB} = \frac{8\ cm}{10\ cm} = 0,8$$

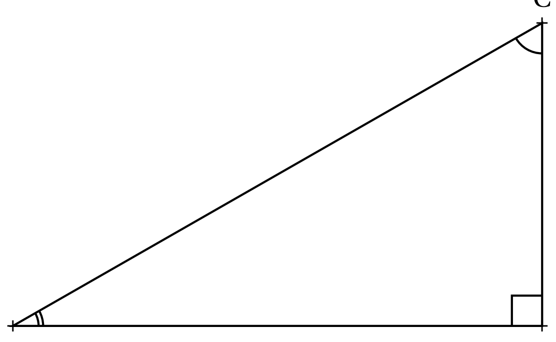
À la calculatrice on trouve $\widehat{ACB} \approx 53,13°$ à $0,01°$ près.

USAGE DE LA CALCULATRICE :
Quand on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu, la calculatrice donne la mesure de l'angle en utilisant les séquences suivante Seconde Cos ou Seconde Sin ou enfin Seconde Tan .
Dans ce cas la calculatrice affiche *Arccos()*, *Arcsin()* ou *Arctan()* (ou encore cos^{-1} sin^{-1} ou tan^{-1})...

IV — Quelques propriétés trigonométriques

Cette section est une extension du programme de troisième.

1 Les angles complémentaires et la tangente



Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$ sont **complémentaires** . Cela signifie que leur somme vaut $90°$.
Dans le triangle ABC rectangle en B, on constate que le côté [AB] est adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$ et opposé à l'angle $\widehat{BCA}$.
De même le côté [BC] est adjacent à l'angle $\widehat{BCA}$ et opposé à l'angle $\widehat{BAC}$.

Ainsi nous avons :

$$\cos\widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} \qquad \sin\widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} \qquad \tan\widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos\widehat{BCA} = \frac{BC}{AC} \qquad \sin\widehat{BCA} = \frac{AB}{AC} \qquad \tan\widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$$

De plus $\dfrac{\sin\widehat{BAC}}{cos\widehat{BAC}} = \dfrac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AB}{AC}} = \dfrac{BC}{AC} \times \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{BC \times AC}{AC \times AB} = \dfrac{BC}{AB} = \tan\widehat{BAC}$

Propriété 9.4 : Trigonométrie et angles complémentaires

Dans un triangle rectangle les deux angles aigus $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont complémentaires.
Nous avons de plus les relations suivantes :

$$\cos\widehat{a} = \sin\widehat{b} \qquad \sin\widehat{a} = \cos\widehat{b} \qquad \tan\widehat{a} = \frac{1}{\tan\widehat{b}}$$

Nous avons aussi :

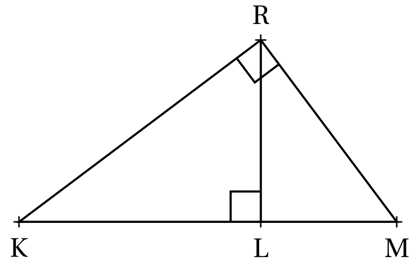
$$\tan\widehat{a} = \frac{\sin\widehat{a}}{\cos\widehat{a}}$$

2 Quelques angles particuliers

3 La relation fondamentale

4 Trigonométrie et cercle de rayon unité

EXERCICE N° 9.1 : Vocabulaire



1. Recopier et compléter les phrases suivantes avec les mots : **adjacent, opposé ou hypoténuse**
Dans le triangle KRM rectangle en R :

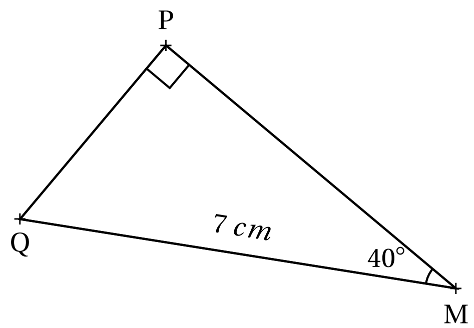
— [RK] est le côté .... à l'angle $\widehat{RKM}$
— [RM] est le côté .... à l'angle $\widehat{RKM}$
— [RK] est le côté .... à l'angle $\widehat{RMK}$
— [RM] est le côté .... à l'angle $\widehat{RMK}$
— [MK] est ....

2. Recommencer la question **1.** avec le triangle RLK puis RLM en faisant pour chacun 5 phrases du même type.

3. Citer tous les couples d'angles complémentaires de cette figure. En déduire tous les angles égaux de cette figure ?

4. Que peut-on dire des triangles KRM, KRL et RLM ?

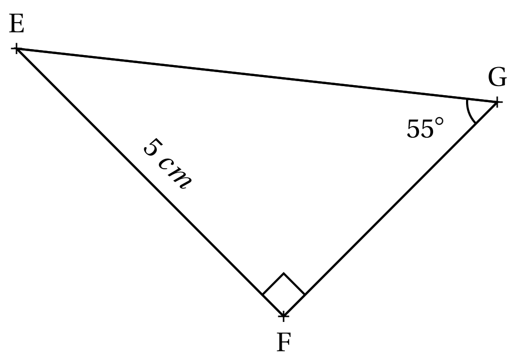
EXERCICE N° 9.2 : Calcul de deux côtés — Épisode 1



Le triangle QPM est rectangle en P.
On sait que $\widehat{PMQ} = 40°$ et que $QM = 7\ cm$

Calculer les valeurs exactes de PQ et PM.
Donner une valeur approchée au mm près.

EXERCICE N° 9.3 : Calcul de deux côtés — Épisode 2



Le triangle EFG est rectangle en F.
On sait que $\widehat{FGE} = 40°$ et que $FE = 5\ cm$

Calculer les valeurs exactes de FG et GE.
Donner une valeur approchée au mm près.

EXERCICE N° 9.4 : **L'angle à** 30°

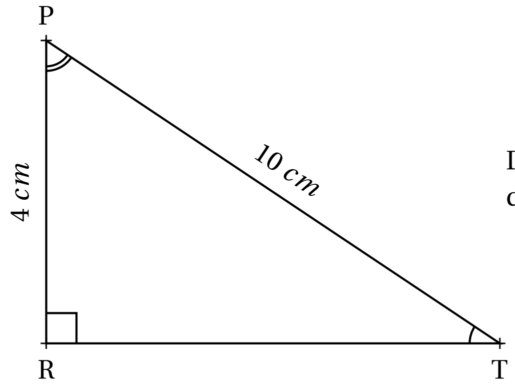
1. Tracer une triangle ABC rectangle en B tel que :

— $AC = 10\ cm$

— $\widehat{BAC} = 30°$

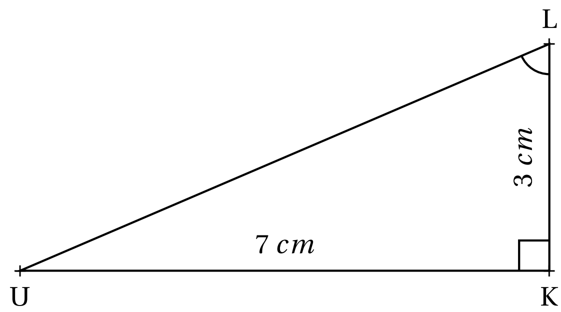
2. Calculer en justifiant votre réponse une valeur approchée au millimètre près des mesures AC et AB
3. Que remarquez-vous pour le côté [BC] ?
4. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$?
5. En utilisant votre calculatrice calculer $\cos(30°)$, $\sin(30°)$, $\cos(60°)$ et $\sin(60°)$.
Que remarquez-vous ? Comment pouvez-vous expliquer cela ?

Exercice n° 9.5 : **Calcul d'un angle — Épisode 1**



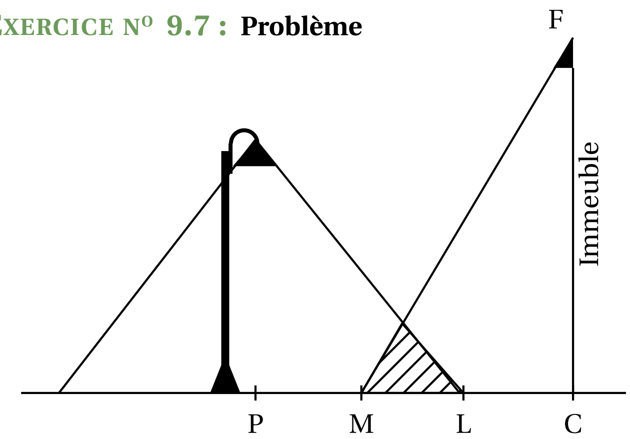
Donner une valeur approchée au centième de degré près des angles $\widehat{RPT}$ et $\widehat{RTP}$

Exercice n° 9.6 : **Calcul d'un angle — Épisode 2**

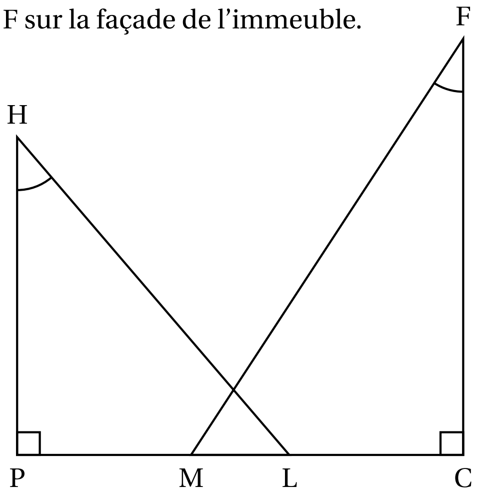


Donner une valeur approchée au centième de degré près des angles $\widehat{KUL}$ et $\widehat{KLU}$

Exercice n° 9.7 : **Problème**



On s'intéresse à la zone au sol qui est éclairée la nuit par deux sources de lumière : le lampadaire de la rue et le spot fixé en F sur la façade de l'immeuble.



On réalise le croquis ci-contre qui n'est pas à l'échelle, pour modéliser la situation :
On dispose des données suivantes :

PC = $5,5\ m$, CF = $5\ m$ et HP = $4\ m$

$\widehat{MFC} = 33°$ et $\widehat{PHL} = 40°$

1. Justifier que l'arrondi au décimètre de la longueur PL est égal à $3,4\ m$.

2. Calculer la longueur LM correspondant à la zone éclairée par les deux sources de lumière. On arrondira la réponse au décimètre.

3. On effectue des réglages du spot situé en F afin que M et L soient confondus (exactement au même endroit !). Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CFM}$. On arrondira la réponse au degré.

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 : *(7 points)*

On pose $f(x) = (3x-5)(2x+7) - (3x-5)(1-5x)$

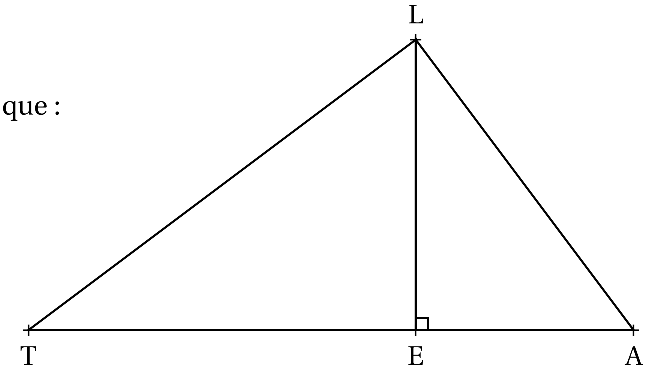
1. Développer et réduire $f(x)$.

2. Calculer $f(0)$ et $f(\frac{1}{3})$.

3. Factoriser $f(x)$.

4. Résoudre l'équation : $(3x-5)(7x+6) = 0$.

Exercice n° 2 : *(6 points)*



Sur la figure ci-dessus qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, on sait que :

- $E \in [TA]$;
- $(LE) \perp (EA)$;
- $LT = 16\ cm$, $LA = 12\ cm$ et $TA = 20\ cm$.

1. Démontrer que le triangle LTA est rectangle.

2. Donner une valeur approchée au centième près de l'angle $\widehat{LTA}$.

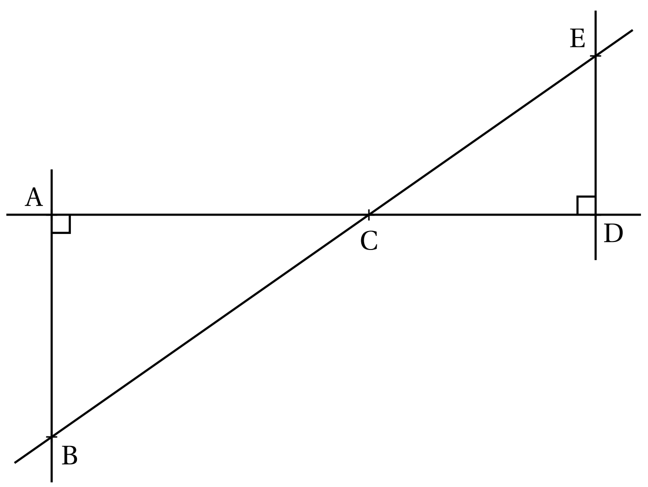
3. Calculer une valeur approchée au millimètre près des côtés TE et LE.

4. Donner une valeur approchée au centième près des angles $\widehat{TLE}$, $\widehat{ELA}$ et $\widehat{LAE}$.

Exercice n° 3 : *(7 points)*

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas dessinées en vraie grandeur, on sait que :

- Les points A, C et D sont alignés ;
- les points B, C et E sont alignés ;
- $(AB) \perp (AD)$ et $(ED) \perp (AD)$;
- $CD = 5\ m$, $CA = 7\ m$ et $\widehat{ECD} = 35°$.



1. Calculer ED et CE.
Donner une valeur approchée au centième près.

2. Démontrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

3. Calculer AB et BC.
Donner une valeur approchée au centième près.

4. Déterminer la mesure de $\widehat{ACB}$.

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : CORRECTION

Calcul littéral

On pose $f(x) = (3x-5)(2x+7) - (3x-5)(1-5x)$

1. Développer et réduire $f(x)$.

$f(x) = \left(6x^2 + 21x - 10x - 35\right) - \left(3x - 15x^2 - 5 + 25x\right)$

Il vaut mieux protéger les calculs par des parenthèses pour éviter les erreurs causées par le signe moins.

$f(x) = 6x^2 + 21x - 10x - 35 - 3x + 15x^2 + 5 - 25x$

$\boxed{f(x) = 21x^2 - 17x - 30}$

2. Calculer $f(0)$ et $f(\frac{1}{3})$.

$\boxed{f(0) = -30}$

$f(\frac{1}{3}) = 21\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 17 \times \frac{1}{3} - 30 = 21 \times \frac{1}{9} - \frac{17}{3} - 30 = \frac{21}{9} - \frac{17}{3} - 30 = \frac{7}{3} - \frac{17}{3} - \frac{90}{3} = \boxed{-\frac{100}{3}}$

3. Factoriser $f(x)$.

$f(x) = (3x-5)(2x+7) - (3x-5)(1-5x)$
$f(x) = (3x-5)\left((2x+7) - (1-5x)\right)$
$f(x) = (3x-5)(2x+7-1+5x)$

$\boxed{f(x) = (3x-5)(7x+6)}$

4. Résoudre l'équation : $(3x-5)(7x+6) = 0$.

$$(3x-5)(7x+6) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} 3x - 5 &= 0 \\ 3x - 5 + 5 &= 0 + 5 \\ 3x &= 5 \\ x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x + 6 &= 0 \\ 7x + 6 - 6 &= 0 - 6 \\ 7x &= -6 \\ x &= -\frac{6}{7} \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{\frac{5}{3} \text{ et } -\frac{6}{7}}$

Exercice n° 2 : CORRECTION

Trigonométrie

1. Démontrer que le triangle LTA est rectangle.

Comparons $LT^2 + LA^2$ et TA^2 :

$LT^2 + LA^2$	TA^2
$16^2 + 12^2$	
$256 + 144$	20^2
400	400

Comme

$$LT^2 + LA^2 = TA^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle LTA est rectangle en L}}$.

2. Donner une valeur approchée au centième près de l'angle $\widehat{LTA}$.

Dans le triangle LTA rectangle en L, on peut utiliser une des trois méthodes suivantes :

$\cos\widehat{LTA} = \dfrac{16\ cm}{20\ cm} = 0,8$
À la calculatrice on arrive à $\widehat{LTA} \approx 36,87°$ au centième de degré près.

$\sin\widehat{LTA} = \dfrac{12\ cm}{20\ cm} = 0,6$
À la calculatrice on arrive à $\widehat{LTA} \approx 36,87°$ au centième de degré près.

$\tan\widehat{LTA} = \dfrac{12\ cm}{16\ cm} = 0,75$
À la calculatrice on arrive à $\widehat{LTA} \approx 36,87°$ au centième de degré près.

$\boxed{\text{Ainsi } \widehat{LTA} \approx 36,87°}$

3. Calculer une valeur approchée au millimètre près des côtés TE et LE.

Dans le triangle LTE rectangle en E on a :

$\cos 36,87° = \dfrac{TE}{16\ cm}$ donc $\boxed{TE = 16\ cm \times \cos 36,87° \approx 12,8\ cm \text{ au millimètre près.}}$

$\sin 36,87° = \dfrac{LE}{16\ cm}$ donc $\boxed{LE = 16\ cm \times \sin 36,87° \approx 9,6\ cm \text{ au millimètre près.}}$

4. Donner une valeur approchée au centième près des angles $\widehat{TLE}$, $\widehat{ELA}$ et $\widehat{LAE}$.

On sait que la somme des angles dans un triangles est égale à 180°.

Dans le triangle TLE :

$\widehat{TLE} + \widehat{LTE} + \widehat{LET} = 180°$ donc $\widehat{TLE} + 36,87° + 90° = 180°$ ainsi $\boxed{\widehat{TLE} = 180° - 90° - 36,87° = 53,13°}$

Dans le triangle TLA :

$\widehat{TLA} + \widehat{LTA} + \widehat{LAT} = 180°$ donc $\widehat{LAT} + 36,87° + 90° = 180°$ ainsi $\boxed{\widehat{LAT} = 180° - 90° - 36,87° = 53,13°}$

Dans le triangle LEA :

$\widehat{LEA} + \widehat{LAE} + \widehat{ALE} = 180°$ donc $\widehat{ELA} + 53,13° + 90° = 180°$ ainsi $\boxed{\widehat{ELA} = 180° - 90° - 53,13° = 36,87°}$

Exercice n° 3 : CORRECTION

Thalès — Trigonométrie

1. Calculer ED et CE.
Donner une valeur approchée au centième près.

Dans le triangle CDE rectangle en D on a :

$\cos 35° = \dfrac{5\ m}{CE}$ donc $\boxed{CE = \dfrac{5\ m}{\cos 35°} \approx 6,11\ m \text{ au centième près.}}$

$\tan 35° = \dfrac{DE}{5\ m}$ donc $\boxed{DE = 5\ m \times \tan 35° \approx 3,5\ m \text{ au centième près.}}$

2. Démontrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

Les droites (ED) et (AB) sont perpendiculaires à la droite (AD).
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles.

$\boxed{\text{Les droites (ED) et (AB) sont parallèles.}}$

3. Calculer AB et BC.
Donner une valeur approchée au centième près.

Les droites (AD) et (BE) sont sécantes en C. On sait que (AB)//(ED).
D 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$$

$$\frac{5\ m}{7\ m} = \frac{6,11\ m}{CB} = \frac{3,5\ m}{AB}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$CB = \dfrac{7\ m \times 6,11\ m}{5\ m}$ d'où $\boxed{CB \approx 8,55\ m}$

$AB = \dfrac{3,5\ m \times 7\ m}{5\ m}$ d'où $\boxed{AB \approx 4,9\ m}$

4. Déterminer la mesure de $\widehat{ACB}$.

Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ECD}$ sont opposés par le sommet, ils sont donc égaux.

$\boxed{\widehat{ACB} = 35°}$

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 : *(7 points)*

On pose $f(x) = (7x-1)(3x+2) + (7x-1)(6x+3)$

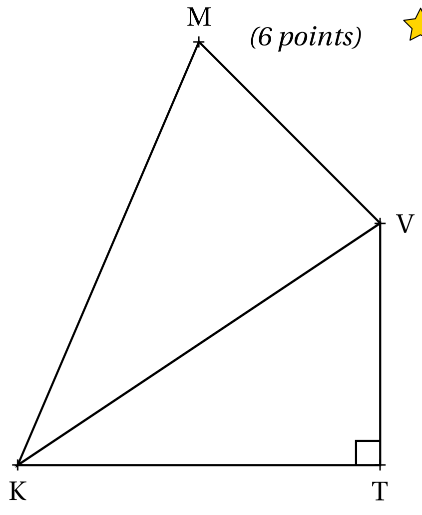
1. Développer et réduire $f(x)$.

2. Calculer $f(0)$ et $f(-2)$.

3. Factoriser $f(x)$.

4. Résoudre l'équation : $(7x-1)(9x+5) = 0$.

Exercice n° 2 : *(6 points)*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, on sait que :

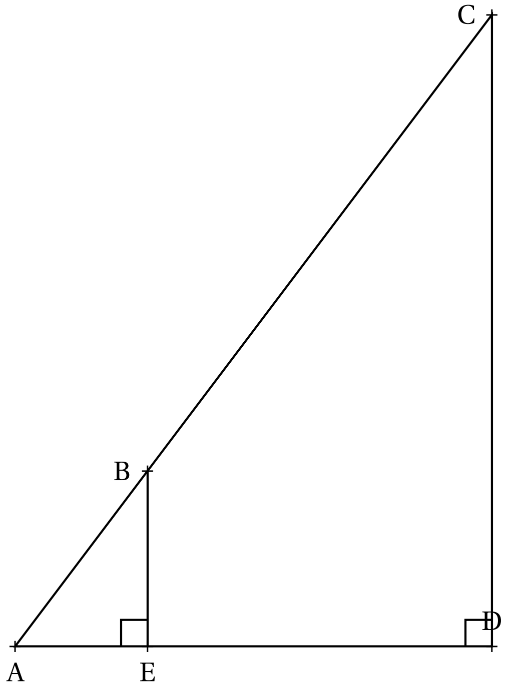
— Le triangle KTV est rectangle en T ;
— $\widehat{VKT} = 39°$;
— $KV = 76\,m$, $VM = 57\,m$ et $MK = 95\,m$

1. Calculer VT et KT. Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au centimètre près.

2. Démontrer que le triangle KMV est rectangle.

3. Donner une valeur approchée au dixième de degré près des angles $\widehat{KMV}$ et $\widehat{VKM}$

Exercice n° 3 : *(7 points)*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

— $E \in [AD]$ et $B \in [AC]$;

— AEB est rectangle en E ;

— ADC est rectangle en D ;

— $\widehat{BAE} = 53°$;

— $AE = 5\,cm$ et $ED = 13\,cm$.

1. Calculer les longueurs EB et AB et donner une valeur approchée au millimètre près.

2. Démontrer que les droites (EB) et (DC) sont parallèles.

3. Calculer les longueurs CD et AC et donner une valeur approchée au millimètre près.

Le cercle trigonométrique