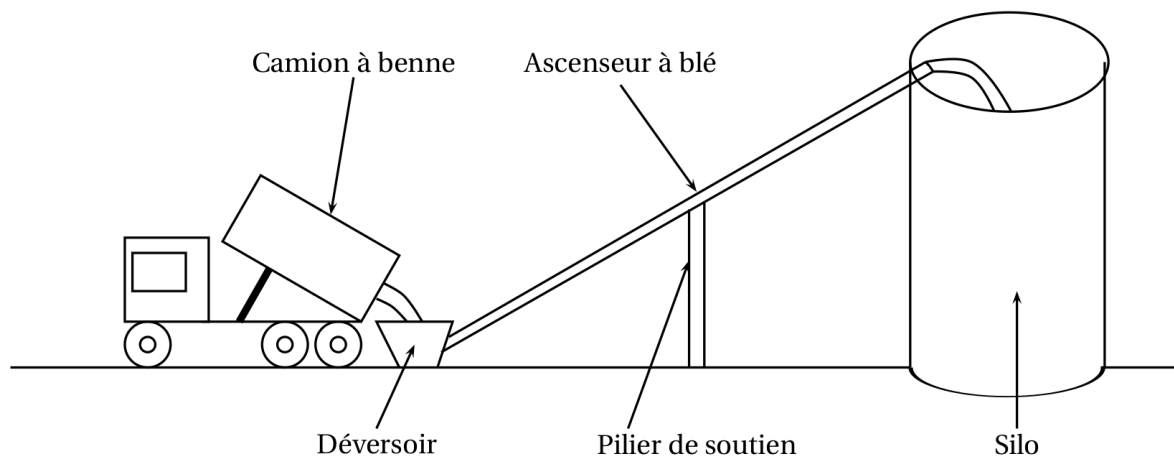




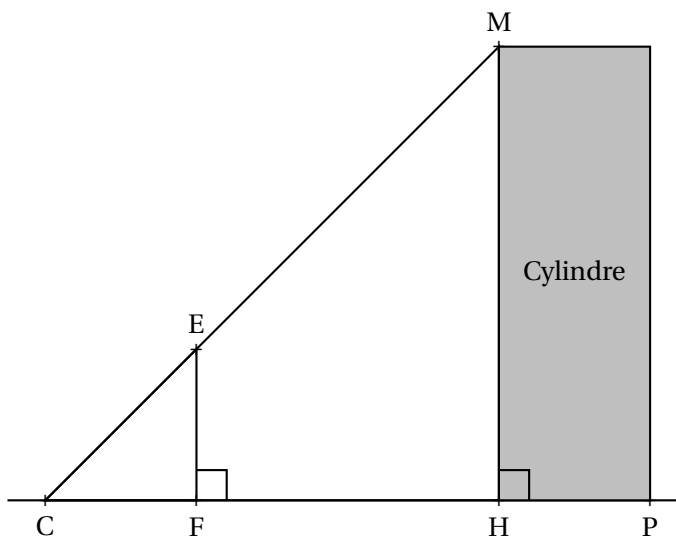
Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Trigonométrie — Volume du cylindre

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo. L'ascenseur est soutenu par un pilier.



On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée à l'échelle :

- Les points C, E et M sont alignés;
- Les points C, F, H et P sont alignés;
- Les droites (EF) et (MH) sont perpendiculaires à la droite (CH);
- $CH = 8,50 \text{ m}$ et $CF = 2,50 \text{ m}$;
- Hauteur du cylindre : $HM = 20,40 \text{ m}$;
- Diamètre du cylindre : $HP = 4,20 \text{ m}$.



Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1. Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé?
2. Quelle est la hauteur EF du pilier?
3. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{HCM} entre le sol et l'ascenseur à blé?
On donnera une valeur approchée au degré près.
4. Un mètre-cube de blé pèse environ 800 kg .
Quelle masse maximale de blé peut-on stocker dans ce silo? On donnera la réponse à une tonne près.

Rappels :

- $1 \text{ tonne} = 1000 \text{ kg}$;
- volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h : $\pi \times R^2 \times h$;



CORRECTION

1. Dans le triangle CHM rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}HC^2 + HM^2 &= CM^2 \\8,5^2 + 20,4^2 &= CM^2 \\72,25 + 416,16 &= CM^2 \\CM^2 &= 488,41 \\CM &= \sqrt{488,41} \\CM &\approx 22,1\end{aligned}$$

L'ascenseur à blé a une longueur de 22,1 m.

2. *Il faut bien penser à justifier le parallélisme de (EF) et (HM)*

Les droites (EF) et (HM) sont perpendiculaires à la droite (CP).

On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi (EF) // (HM)

Les droites (ME) et (HF) sont sécantes en C, les droites (EF) et (HM) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\begin{aligned}\frac{CF}{CH} &= \frac{CE}{CM} = \frac{EF}{MH} \\ \frac{2,5\text{ m}}{8,5\text{ m}} &= \frac{CE}{22,1\text{ m}} = \frac{EF}{20,4\text{ m}}\end{aligned}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$EF = \frac{20,4\text{ m} \times 2,5\text{ m}}{8,5\text{ m}} \text{ d'où } EF = \frac{51\text{ m}^2}{8,5\text{ m}} \text{ et } EF \approx 6\text{ m. } \boxed{\text{Le pilier mesure } 6\text{ m.}}$$

3. Dans le triangle HCM rectangle en H,

$$\cos \widehat{HCM} = \frac{CH}{CM} \text{ donc } \cos \widehat{HCM} = \frac{8,5\text{ m}}{22,1\text{ m}} = \frac{5}{13}.$$

À la calculatrice on arrive à $\widehat{HCM} \approx 67^\circ$.

$$\text{On peut aussi calculer } \tan \widehat{HCM} = \frac{HM}{HC} = \frac{20,40\text{ m}}{8,5\text{ m}} = \frac{12}{5} = 2,4.$$

L'angle $\widehat{HCM} \approx 67^\circ$ à l'unité près.

4. Ce silo à grains est un cylindre de diamètre HP = 4,20 m et de hauteur HM = 20,40 m.

Le rayon de ce cylindre est donc $4,20\text{ m} \div 2 = 2,10\text{ m}$.

$$\text{Le volume de ce silo : } \pi \times (2,10\text{ m})^2 \times 20,40\text{ m} = 89,964\pi\text{ m}^3 \approx 283\text{ m}^3$$

On sait que 1 m^3 de blé pèse 800 kg. Dans ce silo on peut stocker : $283 \times 800\text{ kg} = 226400\text{ kg} = 226,4\text{ t}$

Ce silo à blé peut contenir environ 226 t de blé.